

I-9 継手のバネ効果と井筒型基礎構造の水平抵抗について

苫小牧工業高等専門学校 正 員 澤田知之

1. まえがき

矢板式井筒型基礎構造は、およそ10年程前に開発された新しい基礎構造の型であり、基礎ケーソンに代るものとして地盤中に打ち込まれた鋼管を軸方向の継手によって互いに連結させ、鋼管矢板群を筒状に一体化させて、外力に抵抗する構造となっており、その施工上の有利さからその施工実績は近年、大変増加し橋梁や溶鉱炉等の大型構造物の基礎として用いられている。しかしその構造特性が十分に解明されていない点や、実績の少なさ等の理由から、重要構造物の基礎としては、軟弱地盤以外でも在来基礎形式に取って代わる程の位置はつかみ得ていないのが実情と考えられる。今日の設計指針においては、鋼管矢板井筒を一体性のものと考えて、各矢板の一体効果すなわち合成効率(μ)なる実験又は経験的常数を用いて設計することになっている。これは各種模型実験と実物実験の結果から求められた鋼管矢板井筒の横抵抗(水平抵抗)を評価する係数で、構造を一体化した場合の断面2次モーメントに乘ずる減少率である。水平抵抗は、この合成効率から得られる曲げ剛性を用いて、構造全体を弾性床上の梁として解く方法で、これはその深さが構造全体の径に対して充分大きい場合には、大変有効な解法であるが、杭相互間の継手に生ずる伝達力や、上端が自由な状態で杭に個別に力が働く場合を明らかに出来ない。本論文では、杭要素に立ち返って、互いに隣接する杭の継手を力学的バネと考え、個々の杭要素が受け持つ力はその継手に生ずる伝達力と、地盤反力と外力であることに論拠をおく。こうすることにより、杭の継手を節点とする節点力と節点変位、および節点変位と杭変位による力の釣り合い式が得られる。これを基本として、天端がフーチング等に固定され、下端が基盤に対し、固定又は、ヒンデ的に結合された状態に、天端に水平力が作用する場合について、継手のバネ定数と現行の合成効率との関係を検討したものである。また、この種の構造形式の特長を明解にするため、地盤反力係数 $k(\text{kg/cm}^2) = 0$ として数値計算は行った。

2. 一般式の誘導

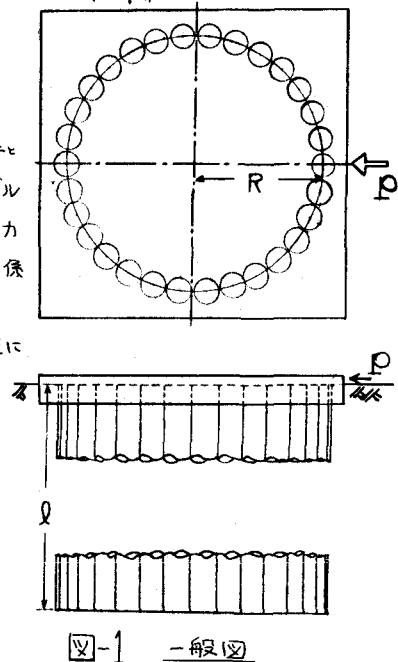
今、天端がフーチング等に固定、掘入れでヒンデ又は固定条件と考へ一般図を示すと図-1の如く示される。これを図-2の様にモデル化して考える。又、その杭要素における変位と節点変位及び節点力の関係を図-3に、各杭の継手における力の釣り合いと継手のバネ係数(以下継手係数と記する)の状態を図-4に示す。

前述の如く節点力は相互の杭のずれに比例するものとし、次の様に表わすことが出来る。($\omega = \theta = 0$)

$$P_r^R = K_N \{ \Delta U_r(x) \cos \alpha + \nabla V_r(x) \sin \alpha \} \quad (1)$$

$$T_r^R = K_T \{ -\nabla U_r(x) \sin \alpha + \Delta V_r(x) \cos \alpha \} \quad (2)$$

$$S_r^R = K_S \cdot \nabla V_r(x) \cdot a \quad (3)$$



ここで、

K_N : 構造全体の半径方向の継手係数 (kg/cm^2)

K_T : 構造全体の接線方向の継手係数 (kg/cm^2)

K_S : 杭相互間の軸方向の継手係数 (kg/cm^2)

P_r^L : r 番目の杭の右側における半径方向の節点力 (kg/cm)

P_r^R : 同上左側における節点力で (1) 式の $r \rightarrow r-1$ と置いたもの

T_r^L : r 番目の杭の右側における接線方向の節点力 (kg/cm)

T_r^R : 同上左側における節点力で (2) 式の $r \rightarrow r-1$ と置いたもの

S_r^L : r 番目の杭の右側における軸方向力 (kg/cm)

S_r^R : 同上左側における軸方向力で (3) 式の $r \rightarrow r-1$ と置いたもの

Δ , ∇ の記号は、一次差分、和分を各々表わし、たとえば

$\Delta U_r(x) = U_{r+1/2}(x) - U_r(x)$, $\nabla V_r(x) = V_r(x) + V_{r+1/2}(x)$ 等である。

よって、構造としての半径方向の曲げの力の釣り合い、および、接線方向の曲げの力の釣り合いを取ると次に示す 2 本の式が誘導できる。

$$EI \frac{d^4 U_r(x)}{dx^4} + KD \cdot U_r(x) = (P_r^L - P_r^R) \cos \alpha + (T_r^L + T_r^R) \sin \alpha + N_r(x) \quad (4)$$

$$EI \frac{d^4 V_r(x)}{dx^4} + KD \cdot V_r(x) = -(P_r^L + P_r^R) \sin \alpha + (T_r^L - T_r^R) \cos \alpha + \left(\frac{dS_r^L}{dx} + \frac{dS_r^R}{dx} \right) \cdot a + T_r(x) \quad (5)$$

K : 基礎反力係数 (kg/cm^2) $N_r(x)$: 半径方向外力 (kg/cm)

D : 杭の外径 (cm) $T_r(x)$: 接線方向外力 (kg/cm)

故に (4) (5) と (1) (2) (3) より次の 2 本の基本微分方程式を導くことが出来る。但し、微分は変数の上に dot で示す。

$$EI \cdot U_r''''(x) + KD \cdot U_r(x) = K_N \cdot \{ \Delta^2 U_r(x) \cos \alpha + \Delta V_r(x) \sin \alpha \} + K_T \cdot \{ \Delta V_r(x) \sin \alpha \cos \alpha - \Delta^2 U_r(x) \sin \alpha \} + N_r(x) \quad (6)$$

$$EI \cdot V_r''''(x) + KD \cdot V_r(x) = -K_N \cdot \{ \Delta U_r(x) \sin \alpha \cos \alpha + \Delta^2 V_r(x) \sin \alpha \} + K_T \cdot \{ \Delta^2 V_r(x) \cos \alpha - \Delta U_r(x) \sin \alpha \cos \alpha \} + K_S \cdot \nabla^2 V_r(x) + T_r(x) \quad (7)$$

図-2

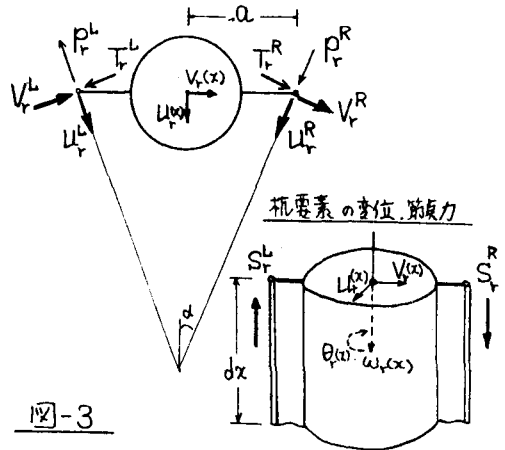
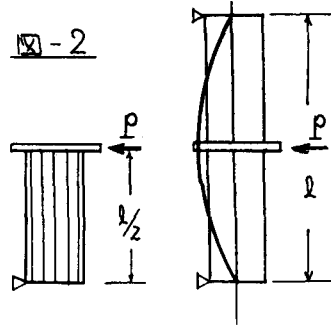


図-3

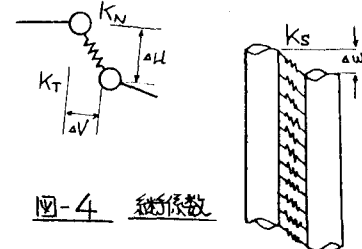
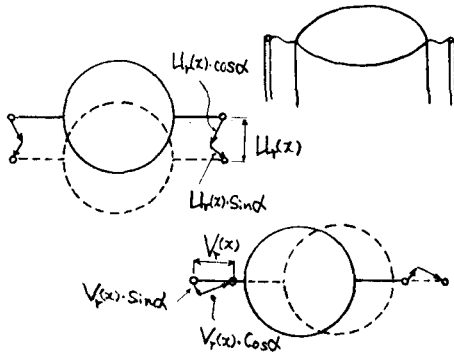


図-4 継手係数

尚, Δ^2 , ∇^2 , Δ の記号は各々 二次差分, 二次和分, 偏差分を意味し, 例えは

$$\Delta^2 U_{r-1}(x) = U_{r+1}(x) - 2U_r(x) + U_{r-1}(x), \quad \nabla^2 V_{r-1}(x) = V_{r+1}(x) + 2V_r(x) + V_{r-1}(x)$$

$$\Delta U_r(x) = U_{r+1}(x) - U_{r-1}(x) \text{ 等である.}$$

よて, (6) (7) において

$$U_r(x) = U_0(x) \cdot \cos \frac{2\pi r}{n} \quad (8)$$

$$N_r(x) = N_0 \cdot \cos \frac{2\pi r}{n} \quad (10)$$

$$V_r(x) = V_0(x) \cdot \sin \frac{2\pi r}{n} \quad (9)$$

$$T_r(x) = T_0 \cdot \sin \frac{2\pi r}{n} \quad (11)$$

と置く.

故に, 上述より

$$\Delta^2 U_{r-1}(x) = 2U_0(x) \cdot (\cos \frac{2\pi}{n} - 1) \cdot \cos \frac{2\pi r}{n}$$

$$\Delta^2 V_{r-1}(x) = 2V_0(x) \cdot (\cos \frac{2\pi}{n} - 1) \cdot \sin \frac{2\pi r}{n}$$

$$\nabla^2 U_{r-1}(x) = 2U_0(x) \cdot (\cos \frac{2\pi}{n} + 1) \cdot \cos \frac{2\pi r}{n}$$

$$\nabla^2 V_{r-1}(x) = 2V_0(x) \cdot (\cos \frac{2\pi}{n} + 1) \cdot \sin \frac{2\pi r}{n}$$

$$\Delta U_r(x) = -2U_0(x) \cdot \sin \frac{2\pi r}{n} \cdot \sin \frac{2\pi r}{n}$$

$$\Delta V_r(x) = -2V_0(x) \cdot \sin \frac{2\pi r}{n} \cdot \cos \frac{2\pi r}{n}$$

一方, $\alpha = \frac{\pi}{n}$ であるから

$$\sin \frac{2\pi r}{n} = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha, \quad \cos \frac{2\pi r}{n} - 1 = -2 \sin^2 \alpha, \quad \cos \frac{2\pi r}{n} + 1 = 2 \cos^2 \alpha \quad \text{と表わすことが出来る.}$$

よて, 上述の各式を (6) (7) より次に示す基本微分方程式を得る.

$$EI \frac{d^4 U_0(x)}{dx^4} + KD \cdot U_0(x) = -4 \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha \cdot K_T \left(1 + \frac{K_W}{K_T}\right) \cdot U_0(x) - 4 \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha \cdot K_T \left(1 + \frac{K_W}{K_T}\right) \cdot V_0(x) + N_0 \quad (12)$$

$$EI \frac{d^4 V_0(x)}{dx^4} + KD \cdot V_0(x) = 4 \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha \cdot K_T \left(1 + \frac{K_W}{K_T}\right) \cdot U_0(x) + 4 \alpha^2 \cos^2 \alpha \cdot K_T \cdot \frac{KS}{KT} \cdot V_0(x) - 4 \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha \cdot K_T \left(1 + \frac{K_W}{K_T}\right) \cdot V_0(x) + T_0 \quad (13)$$

加えて, (12) (13) を有限 Fourier-Sine 変換を施し, 単純支持条件を考慮して整理すると次に示す如く示される.

$$\left| \begin{array}{cc} EI \left(\frac{D}{L}\right)^4 m^4 + 4SC(1+DE)K_T + KD & 4SC \cdot (1+DE) \cdot K_T \\ -4SC \cdot (1+DE) \cdot K_T & EI \left(\frac{D}{L}\right)^4 m^4 + 4 \cos^2 \alpha \left(\frac{D}{L}\right)^2 DS \cdot K_T m^2 + 4SC(1+DE)K_T + KD \end{array} \right| \left| \begin{array}{c} \tilde{U}_0(x) \\ \tilde{V}_0(x) \end{array} \right| = \left| \begin{array}{c} \tilde{N}_0 \\ \tilde{T}_0 \end{array} \right| \quad (14)$$

こゝで

$$SC = \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha, \quad DE = \frac{K_W}{K_T}, \quad DS = \frac{KS}{K_T}, \quad \tilde{N}_0 = N_0 \sin \frac{m\pi x}{L}, \quad \tilde{T}_0 = T_0 \sin \frac{m\pi x}{L}$$

$$\tilde{U}_0(x) = \int_0^L U_0(x) \sin \frac{m\pi x}{L} dx, \quad \tilde{V}_0(x) = \int_0^L V_0(x) \sin \frac{m\pi x}{L} dx$$

ゆえに, (14) を有限 Fourier-Sine 逆変換し, 整理すると次の様に一般式を表わすことが出来る.

$$U_0(x) = \frac{2}{L} \sum_{m=1}^{\infty} \tilde{U}_0(x) \sin \frac{m\pi x}{L} = F_{m1} \cdot N_0 - F_{m2} \cdot T_0 \quad (15)$$

$$V_0(x) = \frac{2}{L} \sum_{m=1}^{\infty} \tilde{V}_0(x) \sin \frac{m\pi x}{L} = F_{m2} \cdot N_0 + F_{m3} \cdot T_0 \quad (16)$$

こゝで

$$F_{m1} = \sum_{m=1}^{\infty} \frac{(Lm^4 + m^4 + Lm^2 \cdot m^2 + LVD) \cdot \sin \frac{m\pi x}{L}}{m^8 + D1m^6 + D2m^4 + D3m^2 + D4} \sin \frac{m\pi x}{L}$$

$$F_{m2} = \sum_{m=1}^{\infty} \frac{LIVD \cdot \sin \frac{m\pi x}{L}}{m^3 + D1 \cdot m^6 + D2 \cdot m^4 + D3 \cdot m^2 + D4} \cdot \sin \frac{m\pi x}{L}$$

$$F_{m3} = \sum_{m=1}^{\infty} \frac{(Vm4 \cdot m^4 + LIVD) \sin \frac{m\pi x}{L}}{m^3 + D1 \cdot m^6 + D2 \cdot m^4 + D3 \cdot m^2 + D4} \cdot \sin \frac{m\pi x}{L}$$

$$Lm4 = \frac{2}{EI} \left(\frac{\rho^3}{\pi^2} \right) \quad Lm2 = \frac{8}{(EI)^2} \cos^2 Q^2 \cdot D5 \cdot K_T \left(\frac{\rho^5}{\pi^2} \right) \quad LIVD = \frac{8 \cdot SC}{(EI)^2} \cdot (1+DE) \cdot K_T \left(\frac{\rho^7}{\pi^2} \right)$$

$$Vm4 = \frac{2}{EI} \left(\frac{\rho^3}{\pi^2} \right) \quad D1 = \frac{4}{EI} \cos^2 Q^2 \cdot D5 \cdot K_T \left(\frac{\rho}{\pi} \right)^2 \quad D2 = \frac{8}{EI} \sin^2 \cos^2 Q^2 \cdot (1+DE) \cdot K_T \left(\frac{\rho}{\pi} \right)^4$$

$$D3 = \frac{16}{(EI)^2} \sin^2 \cos^2 Q^2 \cdot (1+DE) \cdot D5 \cdot K_T^2 \left(\frac{\rho}{\pi} \right)^6 \quad D4 = \frac{32}{(EI)^2} \sin^2 \cos^2 Q^2 \cdot K_T^2 \cdot (1+DE)^2 \cdot \left(\frac{\rho}{\pi} \right)^8$$

次に図2における $x = \frac{\rho}{2}$ (天端) の2つの条件式を(17) (18) に代入。

$$L_0 \left(\frac{\rho}{2} \right) = V_0 \left(\frac{\rho}{2} \right) \quad (17)$$

$$N_0 \sum_{r=0}^{N-1} \cos^2 \frac{4\pi r}{N} + T_0 \sum_{r=0}^{N-1} \sin^2 \frac{4\pi r}{N} = P \quad (18)$$

ここで、(18) は、 $N_0 \cdot \sum_{r=0}^{N-1} \left(\frac{1 + \cos \frac{4\pi r}{N}}{2} \right) + T_0 \cdot \sum_{r=0}^{N-1} \left(\frac{1 - \cos \frac{4\pi r}{N}}{2} \right) = P$ と書くことが出来、一方 $\sum_{r=1}^{N-1} \cos \frac{4\pi r}{N}$ は、

$$\sum_{r=1}^{N-1} \frac{\cos \frac{4\pi r}{N} \cdot \sin \frac{4\pi}{2N}}{\sin \frac{4\pi}{2N}} = -\frac{1}{2} \{ \cos 4\pi + 1 \} = -1 \text{ となるから、よって (18) は次の如く表わされる。}$$

$$N_0 \cdot \frac{N}{2} + T_0 \cdot \left(\frac{N}{2} - 1 \right) = P \quad (19)$$

故に(15)(16)を(17)に代入し、(19)と連立で解くことにより N_0 、 T_0 が求まり、(15)(16)及び(8)(9)によって、任意の変位、断面力を知り得る。

3. 数値計算例 及び 考察

今、図5に軸直角方向の断面における天端(載荷点)の位置と、桁中央部の位置での変位図を示す。尚、左右対称な故右半分を示した。

又、図6は載荷点(天端)における最大変位と継手係数の変化状態を軸方向力を考慮しない場合と、軸方向継手係数が、10%の場合とそれの1/2の場合について示したものである。計算における諸元は次の通りである。桁要素数: $N=12$ (本)、要素長: $l=80$ cm、要素半径: $D=7.65$ cm、継手長さ: $Q=1.2$ cm、要素厚さ: $t=0.48$ cm、載荷重: $P=125$ kg、弾性係数: $E=3.5 \times 10^4$ kg/cm²、ポアソン比 $= 0.3$ 。上述のこれらのことから次のことが考察される。

- 図5より天端では剛体変位の状態を呈し、根元方向に進むに従い継手の剛性効果によりめずかではあるが、薄肉構造の変形に似た様子を示す。
- 図6より継手係数が大きくなると変位は減少し、継手の剛性効果が認められる。継手係数の変化幅を小さくして行くと次第になめらかな曲線として示される。

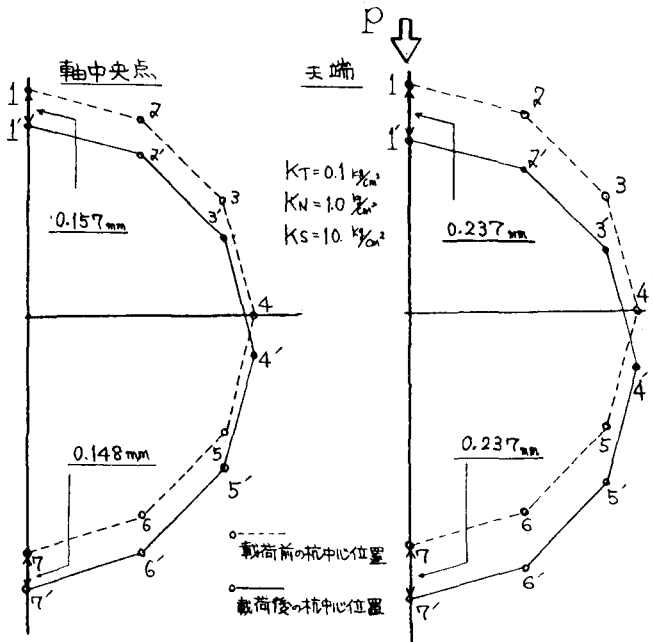
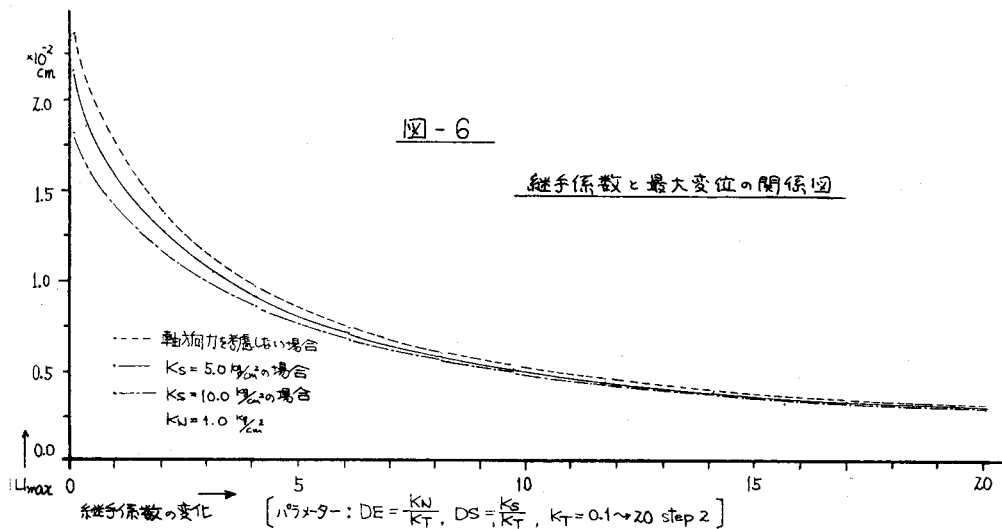


図-5

軸直角方向変位図



・また、図-6より軸方向の継手係数を小さくして行くと軸力を考慮しない場合の値に近づく。継手の剛性を増加して行くに従い変位は一定値に収束する傾向を示すが、それは K_T , K_N , K_S の比に分かわらず軸方向の継手係数: K_S が一番大きく影響する。

・これら本解析値は、現行の解析法における合成効率(μ)=0.0の時の値 0.733 mm と $\mu=1.0$ の時の値 0.047 mmとの範囲内にある。すなわち $\mu=0$ である杭基礎と $\mu=1.0$ であるケーソン基礎の場合の中間の値に位置する。

次に、現行法による解析値と本解析値との比較を合成効率(μ)=0.3(杭頭部を鉄筋コンクリート等で固めて固定する場合で継手処理は無し)の場合と $\mu=0.5$ (継手部をモルタルグラウト、及び杭頭部固定)の場合について表1, 2に示す。これから次のことが考察される。

・現行法による値と本解析値はよく合致する。又、半径方向の継手係数: K_N と接線方向の継手係数: K_T の効果は等しいと言える。一方、軸方向の継手係数: K_S が大きくなると K_T , K_N の影響は小さくなる傾向を示す。これは継手処理がなされ、基礎構造

現行法の解析値	K_S	K_T	K_N $\frac{kg}{cm^2}$	本解析値 mm
0.168 mm 合成効率(μ) 0.3 ・頭部固定 ・継手処理無し	2.0	0.5	1.5	0.1666
		1.0	1.0	0.1702
		1.5	0.5	0.1666
	8.0	0.5	1.0	0.1708
		1.0	0.5	0.1708
	14.0	0.5	0.5	0.1713

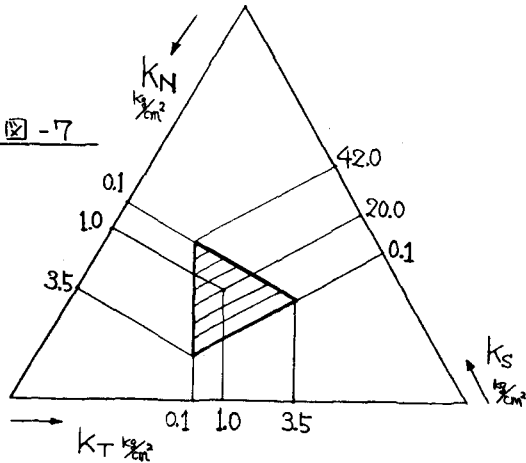
表-1

現行法の解析値	K_S	K_T	K_N $\frac{kg}{cm^2}$	本解析値 mm
0.089 mm 合成効率(μ) 0.5 ・頭部固定 ・継手部モルタルグラウト処理	2.0	2.5	3.0	0.0884
		3.0	2.5	0.0884
	8.0	2.0	3.0	0.0887
		2.5	2.5	0.0888
		3.0	2.0	0.0887
	14.0	1.5	3.0	0.0891
		2.0	2.5	0.0891
		2.5	2.0	0.0891
		3.0	1.5	0.0891

表-2

として完成状態においては、継手において半径方向の力と接線方向の力の伝達の影響は小さくなり、軸方向力のみを考慮した、より簡単な式で構造の各諸元は求められると考えられる。一方、図-6から施工中などにおいて継手処理が未だ完全でなく軸方向力が小さいと出来る場合においては、 k_T と k_N のみを考慮した式で表わされ得ると考えられる。

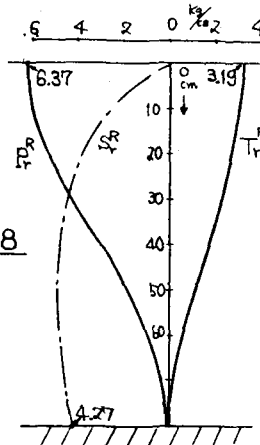
図-7



- 図-7は現行法の値と本解析値が有効な解析日の位において ± 0.5 の精度で合致する範囲を $\mu = 0.3$ の場合について示したもので斜線のコア内で表わされる。
- 図-8は節点力を $k_N = 1.0 \text{ kg/cm}^2$ 、 $k_T = 0.5 \text{ kg/cm}^2$ 、 $k_S = 10 \text{ kg/cm}^2$ の場合について示したものである。

4. 結び

図-8



本解析法は、各杭要素間の継手を力学的バネと仮定し、3次元方向に考慮して解析を進めたものであり、大容量計算の必要が無く収束のよい簡潔な式で井筒型基礎構造に要素1本、1本の挙動も含めて構造工学的検討を加えることが出来る。一見して煩雑な形に見えるが、理論過程が明解で、現行法とも比較的よく一致すると言え、プログラム化にも適しており、同種構造体の応力解析の有力な武器であると考えられる。今後は、地盤反力特性の評価、上端が自由な状態での杭に恒的に力が働く場合の各杭の挙動及び動的解析の必要があると考えられる。尚、数値計算には、北海道大学大型計算機センター FACOM 230-60/75 及び 苫小牧高専 HITAC 8250 を使用した。

※ 参考文献

- 1) 藤田他：鋼管矢板基礎の施工及び水平載荷試験，土と基礎 1973 December.
- 2) 矢板式基礎の設計と施工指針・同解説：矢板式基礎研究委員会
- 3) 嶋後他：鋼管矢板基礎の水平抵抗に関する模型実験的研究，土木学会第32回年次講演会要録集Ⅲ-82
- 4) 能町・澤田：鋼管杭による井筒基礎の弾性挙動について，土木学会第31回年次講演会要録集Ⅰ-24
- 5) S. Ghosh & K. G. Matlock: Some Formulas Derived from Finite Integration, The Transcript from the Memories of the Muroran Institute of Technology Vol. No. 3
- 6) 技術資料：鋼管矢板井筒工法
- 7) 能町・澤田他：鋼管矢板井筒における継手効果のモデル化について，土木学会北海道支部論文報告集 1979 No. 3
- 8) 能町・澤田：鋼管井筒基礎構造における継手効果の実験的研究について，第13回北海道会議-一般論文集 1979 No. 629
- 9) 能町・澤田：鋼管杭による井筒型基礎構造の実験的考察について，土木学会第34回年次講演会要録集Ⅰ-66