

V-7 曲げ引張部の剛性の仮定とRCはりの変形について

北海道大学 正員 堺 孝 司

北海道大学 正員 能 町 純 雄

北海道大学 正員 角 田 与史雄

1 まえがき

鉄筋コンクリート(RC)構造は、これまでその耐荷性状及び変形性状について多くの実験並びに理論的考察が行なわれてきたにもかかわらず、その挙動についての根本的な一致をみるに至っていない。これは、RC部材の挙動に影響する因子が鉄筋比などの断面特性、コンクリートと鉄筋の性質、ひびわれ位置の偶発性及びひびわれ伝播特性、コンクリートと鉄筋の付着性状など多岐にわたり、更にこれらの影響因子の相互作用と、きわめて複雑な条件の下での挙動となるためである。

RCはりの変形は、最近国外であるいは国内でもその方向に向いつつある限界状態設計法で言うところの使用限界状態の観点から検討されるものであり、重要な問題の一つであると言える。

RCはりの変形を実際の挙動に忠実に再現するための問題は、コンクリート引張領域におけるコンクリート自身の引張抵抗及び鉄筋とコンクリートの付着によるひびわれ間の引張抵抗の大きさ及びその分布形状の評価にあると言える。従来、RCはりの剛性に対するコンクリート引張部応力の評価は、RCはりの引張部をモデル化した単純な供試体による実験で行なわれることが多かった。これは、鉄筋の比較的高応力レベルについては実際のRCはりとの関係においてはほぼ現実的な結果を与えていると言えるが、ある位置におけるひびわれの発生直後から新たなひびわれ発生がなくなるまでについては実際の挙動の再現と言えない。

既往の研究で、RCはりの変形挙動について最も詳細に検討したと思われるRaoの研究⁽¹⁾においても、付着応力分布、コンクリート引張領域の面積、コンクリート平均曲げ引張応力、及び圧縮合力とコンクリート引張合力の内力間距離を既知物理量に未定係数を乗じた形で表わし、最終的にはそれらの複合したものを単一係数に置き換え、多くの実験結果からこの係数を求めてコンクリート引張部に関する剛性の評価を行なっている。その際の実験値のばらつきはかなり大きなものであった。このように、現時点では、実験結果に基づいた合理的なコンクリート引張応力分布形状及びその大きさについてのモデル化を行なうだけの情報が十分でないと言えるが、これを明確にするためには注意深い実験観察とそれに伴う多くの労力が必要となろう。

曲げを受けるRCはりのひびわれ発生後の変形については、上述したRaoの他に多くの研究が行なわれ、いくつかの経験式が提案されているが、特に軸力を伴う場合の一般化についての理論的及び実験的検討が十分行なわれているとは言い難い。このようなことから、本論文は、曲げ引張部の剛性、すなわちコンクリート引張部の変形への寄与に関して、この影響がほぼ正確に把握されると思われる変形状態を境界条件として導入してRCはりの鉄筋の平均ひずみ曲線の仮定を行い、曲げと軸力を受けるRCはりの変形方程式を導き、それによって得られる変形を、Raoが提案した鉄筋の平均ひずみ曲線並びにCEB-FIPによるそれを一部修正したものをを用いた場合、及び今回著者らが行なった実験結果と比較検討するものである。

2 仮定

本論文で扱うRCはりとは、全て矩形横断面を対象としたものであり、平面保持が成り立つものとする。鉄筋の応力-ひずみ曲線は図1に示すような完全弾塑性体仮定する。ここで、 E_s 、 σ_{sy} 、 ϵ_{sy} はそれぞれ、鉄筋の弾性係数、降伏応力、降伏ひずみを表わす。コンクリートの応力-ひずみ曲線については様々な提案がなされているが、ここでは図2に示すように、圧縮及び引張の何れに関しても二次放物線と直線の組み合わせ曲線を用いる。ここで、 σ_{cu} 、 ϵ_{cu} 、 σ_{tr} 、及び ϵ_{tr} はそれぞれ、コンクリートの圧縮強度、曲げ圧縮極限ひずみ、引張強度、及び曲げ引張極限ひずみを表わす。また、 ϵ_{cy} 及び ϵ'_{tr} は、圧縮極限ひずみ及び引張極限ひずみを表わしている。

次に、RCはりの鉄筋の平均ひずみ曲線に関する仮定について述べる。鉄筋の平均ひずみ $\epsilon_{s,m}$ は、一般に次式によって計算することができる。

$$\epsilon_{s,m} = \epsilon_{s,II} - \Delta \epsilon_{s,m} \quad (1)$$

ここで、 $\epsilon_{s,II}$ は完全状態IIにおける鉄筋ひずみであり、 $\Delta \epsilon_{s,m}$ はコンクリートの引張抵抗によって生じるひずみである。引張を受けるコンクリートの剛性効果に

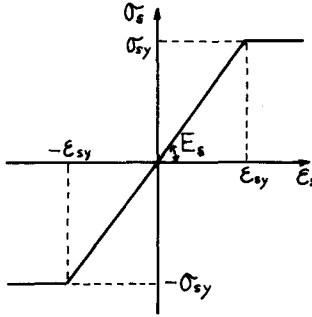


Fig.1 Idealized Stress-Strain Curve for Steel

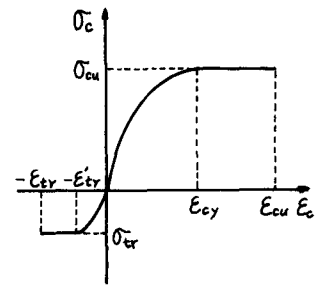


Fig.2 Idealized Stress-Strain Curve for Concrete

関する鉄筋の応力-ひずみ関係を表わす図3において、 $\Delta \epsilon_{s,m}$ の値として理論的あるいは実験的に比較的容易にとらえることのできるのは、ひびわれ時と鉄筋の比較的高応力レベルの状態である。従って、この二つの変形状態を境界条件として導入する。すなわち、

$$(a) \sigma_{s,II} = \sigma_{s,cR} \text{ のとき } \Delta \epsilon_{s,m} = \epsilon_{s,II'} - \epsilon_{s,cR}$$

$$(b) \sigma_{s,II} \gg \sigma_{s,cR} \text{ のとき } \Delta \epsilon_{s,m} \rightarrow \Delta \epsilon_{s,mc}$$

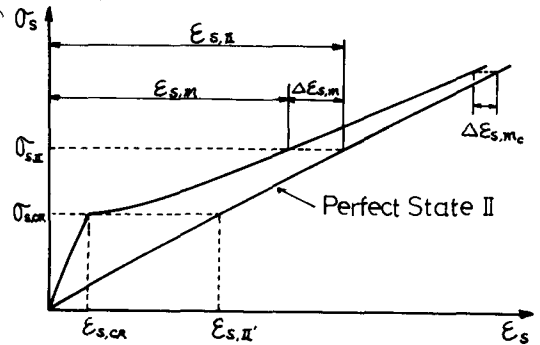


Fig.3 Steel Stress under Loading With The Stiffening Effect from Concrete in Tension

この境界条件を満足する $\Delta \epsilon_{s,m}$ は、一般形として次式で表わすことができる。

$$\Delta \epsilon_{s,m} = \left[1 - \left(\frac{\sigma_{s,cR}}{\sigma_{s,II}} \right)^m \right] \Delta \epsilon_{s,mc} + \left(\frac{\sigma_{s,cR}}{\sigma_{s,II}} \right)^m (\epsilon_{s,II'} - \epsilon_{s,cR}) \quad (2)$$

ここに、 $\sigma_{s,cR}$ 及び $\sigma_{s,II}$ はそれぞれ完全状態IIにおけるひびわれ時及び任意の荷重レベル時の鉄筋応力である。

式(2)において、 $\epsilon_{s,cR}$ 及び $\epsilon_{s,II'}$ は実験あるいは平面保持の仮定による計算によって得ることができる。

また、 $\Delta \epsilon_{s,m}$ は、一般に、ひびわれ発生進行に伴って徐々にその変化率が小さくなり、ひびわれが十分伸び切った状態ではほぼ一定値となることが知られている。この問題に対する国内の研究に、著者らの中の一入である角田⁽²⁾、あるいは六車⁽³⁾らの仕事がある。両者とも、有効引張鉄筋比 P_e 、及び、ひびわれ間の付着による鉄筋応力の減少量をコンクリート有効断面の平均引張応力に換算した応力 $\sigma_{cm} = \alpha \sigma_{tr}$ を変数として扱い、 α の値を実験より推定している。最終的に、角田は最大ひびわれ幅を求めるための実用的な値として $\alpha = 0.4$ を提案した。これに対して、六車らは $\alpha = 1 / (2.5 \times 10^3 \epsilon_{s,II} + 1)$ なる式で表わした。これらのことを考慮に入れて、今ここでは $\Delta \epsilon_{s,mc}$ として次式を与えることとする。

$$\Delta \epsilon_{s,mc} = \alpha \frac{\sigma_{tr}}{P_e E_s} \quad (3)$$

また、Rao は $\Delta \epsilon_{s,mc}$ として次式を提案している。

$$\Delta \epsilon_{s,mc} = 0.18 \frac{\sigma_{s,cR}}{\sigma_{s,II}} \frac{\beta_{bz}}{P E_s} \quad (4)$$

ここで、 P は引張鉄筋比、 β_{bz} はコンクリートの曲げ強度を表わす。コンクリートの曲げ強度と引張強度との間の関係は必ずしも明確なものではないが、比較計算に際しては近似的に $\sigma_{tr} = 0.6 \beta_{bz}$ を仮定する。

一方、CEB-FIP MODEL CODE FOR CONCRETE STRUCTURES (1978年)⁽⁴⁾は、ひびわれ幅を求めるための鉄筋の平均ひずみとして次式を推薦している。

$$\epsilon_{s,m} = \frac{\sigma_{s,II}}{E_s} \left[1 - \beta_1 \beta_2 \left(\frac{\sigma_{s,cR}}{\sigma_{s,II}} \right)^2 \right] \leq 0.4 \frac{\sigma_{s,II}}{E_s} \quad (5)$$

ここで、 β_1 は鉄筋種類に関する係数で異形棒鋼の場合には1である。また、 β_2 は载荷種類に関する係数で処女载荷の場合には1である。このMODEL CODEでは、曲率を求める場合、式(5)の $0.4\sigma_{s,II}/E_s$ の制限をとっている。この状態では異形棒鋼を用いた場合 $\sigma_{s,II}=\sigma_{s,cR}$ のとき $\epsilon_{s,m}=0$ となってしまうので、ここではこの式を次のように修正した。

$$\epsilon_{s,m} = \frac{\sigma_{s,II}}{E_s} \left[1 - \beta_1 \beta_2 \left(\frac{\sigma_{s,cR}}{\sigma_{s,II}} \right)^2 \right] + \epsilon_{c,m} \quad (6)$$

$\epsilon_{c,m}$ の値は著者らの経験によれば、ひびわれ荷重の2倍程度（一般的にはひびわれ時鉄筋応力の2倍程度）で定常となり、その値は非常に小さなものである。従って、比較計算に際しては $\epsilon_{c,m}$ として次式を用いる。

$$\epsilon_{c,m} = \epsilon_{s,cR} \left(\frac{\epsilon_{s,II}'}{\epsilon_{s,II}} \right)^3 \quad (7)$$

3 断面力

2で仮定した鉄筋及びコンクリートの応力-ひずみ曲線と、状態Iの応力、ひずみ分布に関する図4、及び状態IIの応力、ひずみ分布に関する図5を利用して、断面力を導びいた。結果のみを以下に示す。

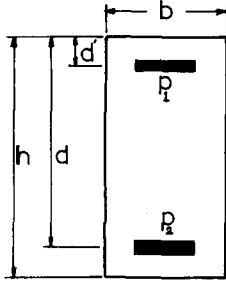


Fig.4 Stress and Strain Distribution in State I

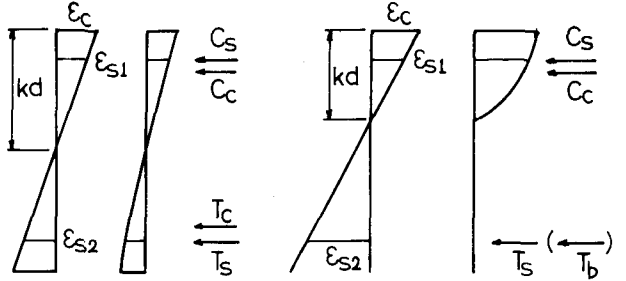


Fig.5 Stress and Strain Distribution in State II

$$\begin{aligned} (a) \quad \epsilon_c \leq \epsilon_{cy} \text{ のとき} \quad & \frac{C_c}{bd\sigma_{cu}} = \frac{k\epsilon_c}{\epsilon_{cy}} \left(1 - \frac{\epsilon_c}{3\epsilon_{cy}} \right) \quad (8) \quad & \frac{MC_c}{bd^2\sigma_{cu}} = \frac{k^2\epsilon_c}{3\epsilon_{cy}} \left(2 - \frac{3\epsilon_c}{4\epsilon_{cy}} \right) \quad (9) \\ (b) \quad \epsilon_c > \epsilon_{cy} \text{ のとき} \quad & \frac{C_c}{bd\sigma_{cu}} = k \left(1 - \frac{\epsilon_{cy}}{3\epsilon_c} \right) \quad & \frac{MC_c}{bd^2\sigma_{cu}} = 0.5k^2 \left(1 - \frac{\epsilon_{cy}^2}{6\epsilon_c^2} \right) \\ (c) \quad \epsilon_{s1} \leq \epsilon_{sy} \text{ のとき} \quad & \frac{C_s}{bd\sigma_{cu}} = P_1 E'_s \frac{k-d'}{k} \epsilon_c \quad (10) \quad & \frac{MC_s}{bd^2\sigma_{cu}} = P_1 E'_s \frac{(k-d')^2}{k} \epsilon_c \quad (11) \\ (d) \quad \epsilon_{s1} > \epsilon_{sy} \text{ のとき} \quad & \frac{C_s}{db\sigma_{cu}} = P_1 \sigma'_{sy} \quad (10)' \quad & \frac{MC_s}{bd^2\sigma_{cu}} = P_1 \sigma'_{sy} (k-d'') \quad (11)' \\ (e) \quad \epsilon_{s2} \leq \epsilon_{sy} \text{ のとき} \quad & \frac{T_s}{bd\sigma_{cu}} = -P_2 E'_s \frac{1-k}{k} \epsilon_c \quad (12) \quad & \frac{MT_s}{bd^2\sigma_{cu}} = P_2 E'_s \frac{(1-k)^2}{k} \epsilon_c \quad (13) \\ (f) \quad \epsilon_{s2} > \epsilon_{sy} \text{ のとき} \quad & \frac{T_s}{bd\sigma_{cu}} = -P_2 \sigma'_{sy} \quad (12)' \quad & \frac{MT_s}{bd^2\sigma_{cu}} = P_2 \sigma'_{sy} (1-k) \quad (13)' \\ (g) \quad & \frac{T_c}{bd\sigma_{cu}} = -\frac{k\sigma'_{tr}\epsilon_{tr}}{\epsilon_c} \left(1 - \frac{\epsilon'_{tr}}{3\epsilon_{tr}} \right) \quad (14) \quad & \frac{MT_c}{bd^2\sigma_{cu}} = \frac{0.5k^2\sigma'_{tr}\epsilon_{tr}^2}{\epsilon_c^2} \left(1 - \frac{\epsilon'^2_{tr}}{6\epsilon_{tr}^2} \right) \quad (15) \\ (h) \quad & \frac{T_b}{bd\sigma_{cu}} = -\Delta \epsilon_{s,m} E'_s P_2 \quad (16) \quad & \frac{MT_b}{bd^2\sigma_{cu}} = \Delta \epsilon_{s,m} E'_s P_2 (1-k) \quad (17) \end{aligned}$$

ここで、 $E'_s = E_s/\sigma_{cu}$ 、 $\sigma'_{sy} = \sigma_{sy}/\sigma_{cu}$ 、 $\sigma'_{tr} = \sigma_{tr}/\sigma_{cu}$ 、 $d'' = d'/d$ である。力は全て圧縮を正とした。

4 軸力と曲げモーメントを受けるRCはりの変形

一般に、RC部材に軸力と曲げモーメントが作用する状態は、(1) 曲げモーメントと軸力の任意変化、(2) 曲げモーメントと軸力の比が一定、(3) 軸力一定で曲げモーメントが増加、(4) モーメント一定で軸力が増加、の4つの場合が考えられる。この中で、(2)と(3)が最もよくある場合であり、どちらかについての情報があれば他の一方に関する変形特性を得ることができる。本論文では実験のし易さという点で(2)の

場合を扱うこととした。

(1) ひびわれモーメント及び変形 ひびわれは、RCはり横断面のコンクリート下縁ひずみが曲げ引張極限ひずみ ϵ_{tr} に到達したときに生じるものとする。故にコンクリート圧縮縁ひずみは次式で表わせる。

$$\epsilon_c = \epsilon_{tr} \frac{k}{h'-k} \quad h' = \frac{h}{d} \quad (18)$$

一方、偏心軸力を N 、断面中央から偏心軸力作用位置までの距離を e とすると、ひびわれ時における軸方向力の内力と外力のつり合い、及び断面中央に関する曲げモーメントのつり合いより次式を得る。

$$NcR = C_s + C_c + T_c + T_s \quad (19) \quad M_{c,R} = M_{C_s} + M_{C_c} + M_{T_c} + M_{T_s} + NcR d (0.5 h' - k) \quad (20)$$

また、断面中央における曲げモーメントと軸力の間には常に $M_{c,R} = NcRe$ なる関係が存在しているので、

$$M_{C_s} + M_{C_c} + M_{T_c} + M_{T_s} + NcR d (0.5 h' - k - e') = 0 \quad (21)$$

となる。ひずみ条件式(18)とつり合い条件式(21)を満足する k がひびわれ瞬間の中立軸の位置であり、その時のモーメントがひびわれモーメントである。式(21)の各断面力には式(8)～(15)を利用する。

(2) 完全状態Ⅱ 完全状態Ⅱに関するつり合条件式は、(1)の場合と同様に次式で表わすことができる。

$$M_{C_s} + M_{C_c} + M_{T_s} + Nd (0.5 h' - k - e') = 0 \quad (22)$$

また断面力は、

$$N = C_s + C_c + T_s \quad (23) \quad Mc = M_{C_s} + M_{C_c} + M_{T_s} + Nd (0.5 h' - k) \quad (24)$$

式(22)は、平面保持の仮定より、二つの未知量 k 及び ϵ_c で表わすことができる。計算はひずみ増分法によって行う。すなわち、コンクリート圧縮縁ひずみ増分に対する中立軸位置係数 k を式(22)より計算する。各ひずみ増分に対する k が求まれば、その他の未知量は平面保持の仮定より、また断面力は式(23)及び(24)よりそれぞれ計算することができる。

(3) コンクリートの引張抵抗を考慮した状態Ⅱ コンクリートの引張抵抗を考慮すると、得られる物理量は全て平均値を表わすものであるので、以下各変数について添字 m をつける。軸方向力のつり合い及び断面中央に関するモーメントのつり合いより次式を得る。

$$N = C_{s,m} + C_{c,m} + T_{s,m} + T_{b,m} \quad (25) \quad Mc = M_{C_{s,m}} + M_{C_{c,m}} + M_{T_{s,m}} + M_{T_{b,m}} + Nnd (0.5 h' - k_m) \quad (26)$$

ここで、 N 及び Mc は $\epsilon_s = \epsilon_{sII}$ を考慮した位置の完全状態Ⅱにおける値を用いる。簡単に計算過程を述べると、先ず $\epsilon_{c,m}$ を仮定し、平面保持を考慮して式(25)より k_m を求め、式(26)の右辺を得られた $\epsilon_{c,m}$ 及び k_m を用いて計算し、その値を Mc と比較し、等しければ $\epsilon_{c,m}$ を求め、等しくなければ $\epsilon_{c,m}$ を変化させ式(26)を満足するまで繰り返し計算を行う。なお、 $\epsilon_{s,II}$ は完全状態Ⅱのひずみ値から内挿法で計算できる。

5 RCはりの鉄筋の平均ひずみ曲線に関する仮定式の評価

コンクリートの引張抵抗には、状態Ⅰとひびわれ発達があり進んでいない段階でのコンクリート自身による抵抗、及びある程度ひびわれが発達した段階でのひびわれ間のコンクリートと鉄筋との付着による抵抗があると考えられる。理想的には、この二つの引張抵抗を各々について評価できれば良いのであるが、実際には容易でない。このようなことから近似的に、式(1)に示すように、コンクリートの引張

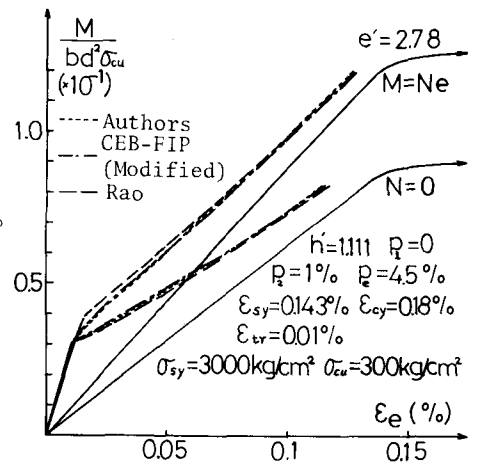


Fig.6 Moment-Steel Strain Curves

抵抗分を鉄筋の引張応力を減少させることで評価することが一般的に行なわれており著者らもこれによった。

しかしながら、この方法は、コンクリート引張抵抗応力分布及び有効面積についての状態Ⅰから状態Ⅱへの連続性が保たれていないことから、両者の間には若干の不連続性が生じている。このことについては今後とも検討を要する問題である。図6は、著者ら、Rao、及び修正を加えたCEB-FIPの鉄筋の平均ひずみ曲線を用いた、モーメントと軸力を受ける場合 ($m=1$ 、 $\alpha=0.2$) 及びモーメントのみを受ける場合についてのモーメント～鉄筋ひずみ関係を示したものであり、各々の式の導出方法あるいは採用した変数が異なっているにもかかわらず、結果的にはあまり大きな違いのないことを示している。

6 RCはりの変形に対する各種変数の影響及び実験結果との比較

図7は式(3)で導入した係数 α に関する影響を図示したものであり、 α が変形に対してあまり敏感でないことを示している。このことは、既に述べた境界条件 $\sigma_{s,II} \gg \sigma_{s,cR}$ のとき $\Delta \epsilon_{s,m} \approx \Delta \epsilon_{s,mc}$ より容易に理解でき、RCはりのコンクリート引張抵抗のランダムな現象を考慮すれば、係数 α の厳密な取り扱いが不必要である

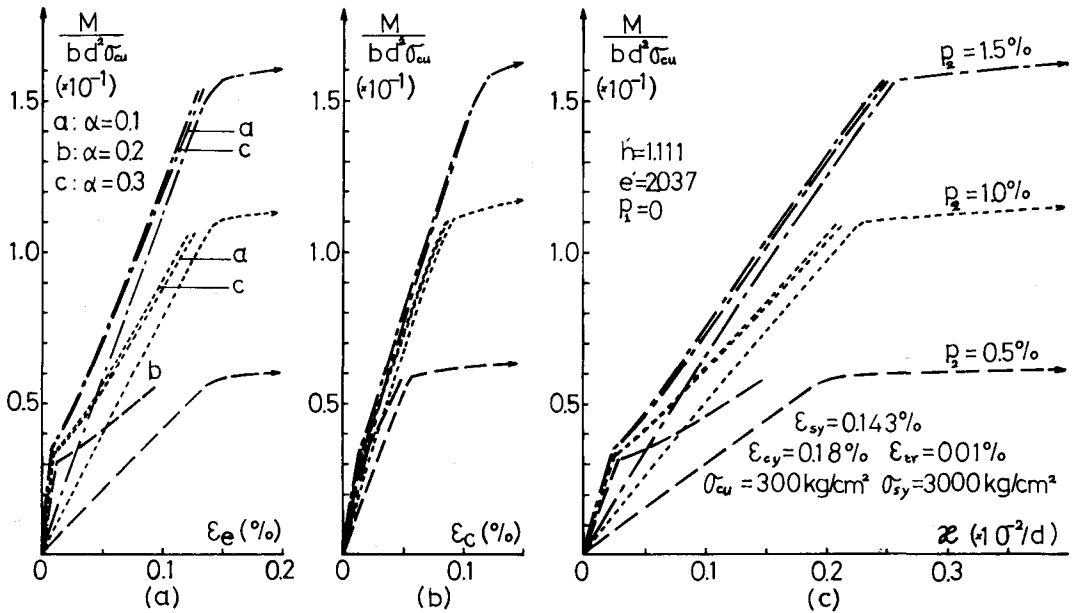


Fig.7 Moment-Deformation Relationships for Different α -Values

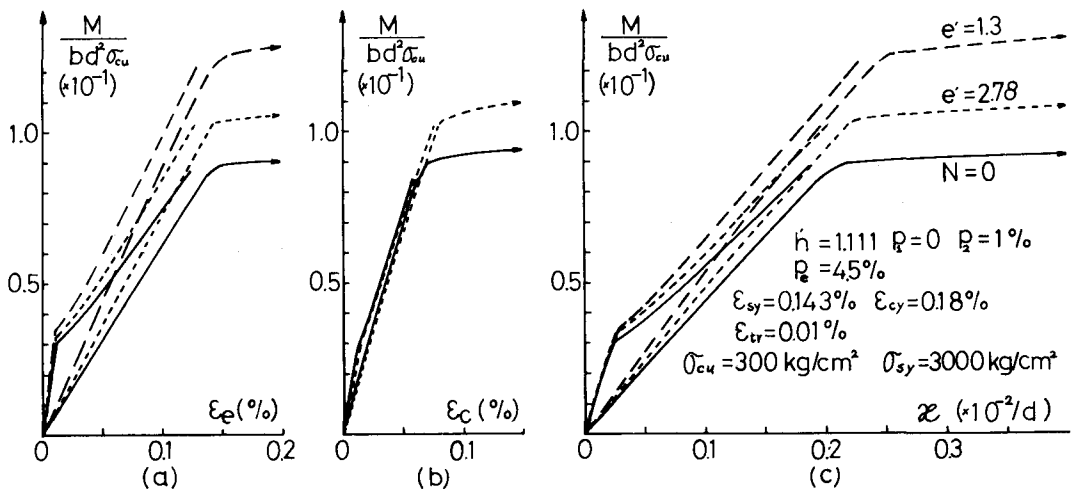


Fig.8 Effects of Axial Force on Moment-Deformation Relationships

という点で、式(2)は、コンクリートの引張抵抗に対する鉄筋ひずみの減少量として都合の良い形式化と言える。また、図7では、鉄筋比の影響についても若干の比較を行なっている。

図8は、軸力と曲げモーメントを受ける場合及び曲げモーメントのみを受ける場合についてのRCはりの変形に対する影響を図示したものであり、作用軸力の増加に対する剛性の増加程度を見ることができる。

本論文においては、軸力と曲げモーメントの比が一定の場合のみを扱ったが、一定軸力の下で曲げモーメントが変化する場合も容易に計算し得る。

本論文で用いた計算方法の適用性を調べるために、15×30×300cmの部材にアームをつけた供試体を作製し、偏心軸力を載荷させる実験を行なった。変形は部材中央200cm区間で測定

した。その結果を図9に示す。供試体MN-75については計算値と実験値が良く一致していると言えるが、供試体MN-45についてはその適合性が若干劣っている。この原因として、養生期間内におけるコンクリートの乾燥収縮の影響、コンクリート強度試験及び鉄筋引張試験で得られた材料特性と実際の供試体の特性との違い、コンクリートと鉄筋の付着性に関する障害の発生、及び軸力が増したことによる本計算方法の適用不可などが考えられるが、MN-75の結果と比して、上述した最後の原因である可能性は薄い。このように、実験は、軸力が作用する場合についても、本論文で述べた計算方法が適用可能であることを示した。

7 あとがき

本論文は、軸力と曲げモーメントを受けるRCはりの変形を曲げ引張部の剛性の仮定によって計算し、鉄筋の平均ひずみ曲線に関するRaoの提案式及びCEB-FIPの提案式を修正したものを用いた場合と比較するとともに、数値計算例として種々の変数の影響を検討し、実験によってその適用性を検証した。今後、曲げ引張部のより合理的なモデル化を行うとともに、多くの実験による検証を行うつもりである。

なお、本研究は昭和53年度文部省科学研究費を受けた研究の一部であり、また実験及びデータ整理には北海道大学工学部土木工学科構造工学講座の木村勉技官、及び酒井伸朗、今孝治両君の協力を受けた。ここに合せて謝意を表する。また、数値計算には北海道大学大型計算機センターのFACOM230-60/75を使用した。

(参考文献)

1. P.S.Rao; Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, HEFT177, 1966
2. 角田与史雄; コンクリートジャーナル, Vol.8, No.9, 1970, P.1,
3. 六車黒, 他; 日本建築学会論文集, 第90号, P.13
4. CEB-FIP MODEL CODE FOR CONCRETE STRUCTURES, 1978

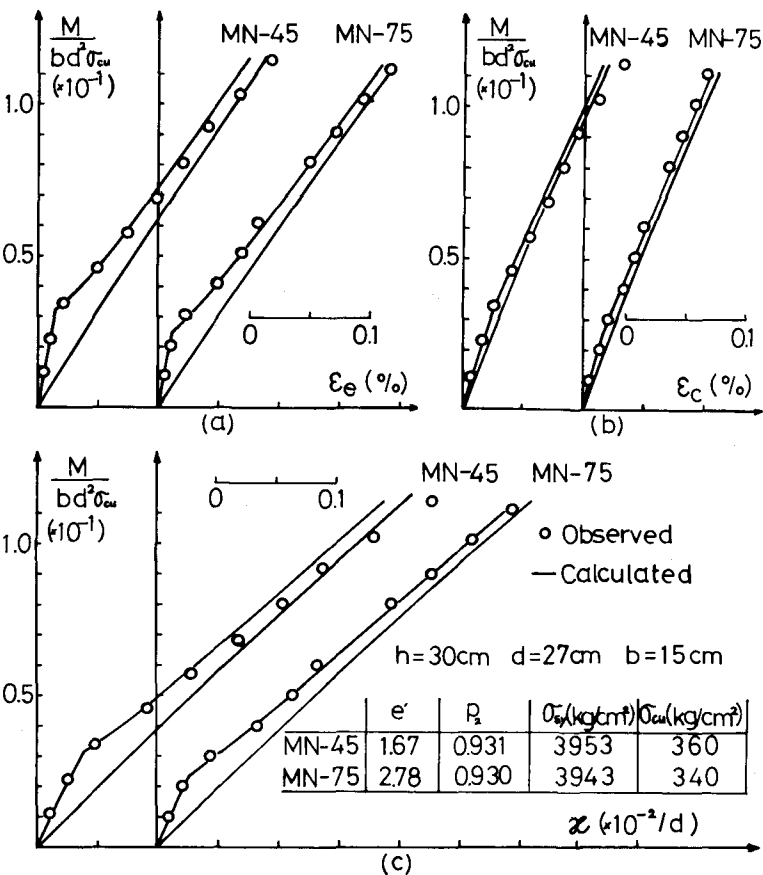


Fig.9 Comparison of Calculated Deformations with Observed Ones