

II-11 蛇行流路の発達に関する実験的研究

北海道大学工学部 学生員 ◎伊 藤 仁
同 上 正 員 長谷川 和義

1. はじめに

自然状態の河川では蛇行の発達現象をしばしばみることができ、蛇行現象は、その特徴として側岸の浸食と堆積、流路の前進、振幅の拡大、切離などをともなう。このような蛇行流路の発達の原因としては、さまざまなものが考えられるが、最近では、(1)砂州の発生を主因とする立場¹、(2)わん曲にともなう偏流の作用を主因とする立場²、からそれぞれ個別に研究が進められている。しかし、実際の現象においては、この二つの要因は互いに相乗するものと考えられるのであり、流路変動の解析のためには、その条件と特性を明らかにすることが重要となる。

本研究は、曲線水路を用いて流れに強制的な曲りを与えた実験を行ない、曲りにともなう偏流作用と河床波の形成にともなう作用の流路変動に及ぼす相乗効果を調べた結果を述べたものであり、又、流れの二次元の運動方程式の近似解から、それぞれの作用の発生領域とその大きさの度合を調べたものである。

2. 実験条件の設定

2.1 池田²らによる自由蛇行の発達条件 池田らはEngelund³の方法に従って蛇行形状をSin Generated Curve で与え流路平面内の偏倚流速 u をいかのように求めた。

$$u = n(asin\frac{2\pi s}{L} + bcos\frac{2\pi s}{L}) \dots (1)$$

$$a = \frac{U_0}{\frac{2\pi H_0}{fL} + 2\pi H_0} (1 + \frac{A}{2} + \frac{U_0^2}{2gH_0}) \frac{2\pi\theta_0}{L} \dots (2)$$

$$b = U_0 \left\{ \frac{1 + \frac{A}{2} + \frac{U_0^2}{2gH_0}}{(2\pi)^2 \frac{H_0^2}{f^2 L^2} + 1} - 1 \right\} \frac{2\pi\theta_0}{L} \dots (3)$$

U_0 : 平均流速 u : 偏倚流速 f : 河床と流体間の摩擦係数 H_0 : 水深 L : 蛇行長 s : 河道距離 θ_0 : 平均流下方向の直線となす最大偏角 A : 河床形状を規定する係数

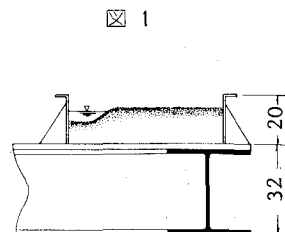
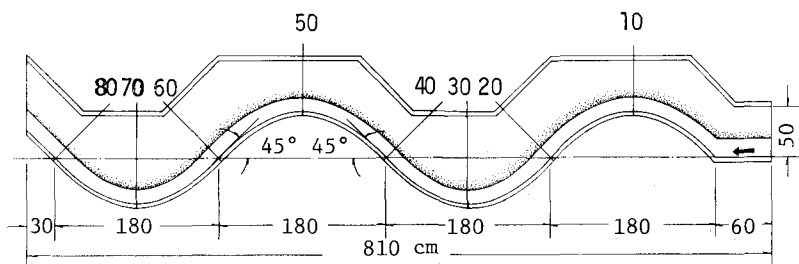
ここで(1)式中の係数 b が $b>0$ の場合は凹岸部の頂

表 1

蛇行 砂州	発 達	非発達
発 生	I	II
非発生	III 1)砂 漣 2)平坦河床 3)遷移河床	IV

表 2

RUN	予定領域	I	Q l/s	R cm	$\frac{g \Delta T^2}{2\pi^2 U_0^2}$	B cm	$\frac{gR^2}{9U_0^2}$ $^\circ C$	発生 領域
A	I	1/100	0.695	0.959	1.476	29.33	34.46	III
				0.925	1.815	33.83	31.40	I
				0.912	2.275	38.00	30.49	I
B	II	1/100	1.244	1.034	1.208	45.67	36.97	I
				0.818	1.002	51.67	24.56	I
				0.707	0.578	13.33	18.32	IV
C	III-1	1/139	0.290	0.657	0.554	14.00	15.84	IV
				0.671	0.717	14.67	16.49	I
				0.666	0.779	16.50	13.40	I
D	III-3	1/130	0.211	0.638	0.606	10.17	13.54	II
				0.574	0.732	11.67	12.10	I
				0.517	0.907	13.67	9.80	I
E	III-1	1/139	0.179	0.613	0.502	7.83	13.64	IV
				0.532	0.552	9.50	10.38	III
				0.522	0.552	11.67	10.06	I
F	III-3	1/100	0.105	0.462	0.892	6.33	7.83	III
				0.432	0.916	7.33	6.85	I
				0.481	0.513	6.17	8.49	III
G	IV-1	1/300	2.770	2.198	0.042	23.83	117.27	IV
				2.247	0.057	27.00	185.16	IV
				2.203	0.059	27.50	178.25	IV
H	IV-3	1/300	3.000	2.418	0.042	21.50	214.40	IV
				2.202	0.042	24.33	178.45	IV
				2.036	0.056	31.83	147.58	IV
I	II	1/200	0.785	0.809	0.360	37.27	24.02	II
				0.696	0.291	38.93	17.79	II
				0.796	0.395	40.13	23.26	II



点において $u>0$ となり蛇行の発達が始まると考えられる。逆に $b\leq 0$ の場合は非発達と考えることができるので、蛇行発達の条件はいかで示される。

$$L>\sqrt{2\pi}\frac{H_0}{\sqrt{I}}\frac{U_0}{u_*}\dots\dots\dots(4)$$

2.2 各種の河床波の発生領域 移動床河床には、各種の河床波が発生するが、これらは小規模河床波(砂漣、砂堆、遷移河床)と、中規模河床波(砂州)に大別される。前者は、粗度要素としての働きが卓越しており、後者は、水流の蛇行に参与していることが知られている。それぞれの発生領域の区分は、実験と理論の両者から進められているが、ここでは、単列砂州の発生領域に関する黒木⁴らの区分を揚げるにとどめる。

$$3(\frac{BI}{R})^{0.5}<\frac{u_*}{u_{*c}}<1.2(\frac{BI}{R})^{0.5}\dots\dots(5)$$

B:河道幅 u_* :河床摩擦速度 u_{*c} :限界摩擦速度
I:平均河床勾配 R:径深

2.3 実験条件の設定 以上の理論をふまえて、いかの四つに実験領域を区分する。I領域はわん曲による偏流作用と砂州の形成作用の両者が相乗する場合 IIは砂州が発生しても、偏流による作用が働かない場合、IIIはその逆の場合、IVは両者とも作用しない場合である。

次に水理量の設定であるが、まず式(4)については河床形態ごとに形式の異なる流速係数 $\phi=u_0/u_*$ を代入して、Rについての不等式とし、これを満すRを決める。続いて式(5)をBについての不等式にすれば、

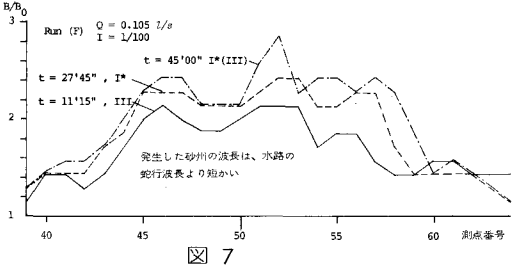
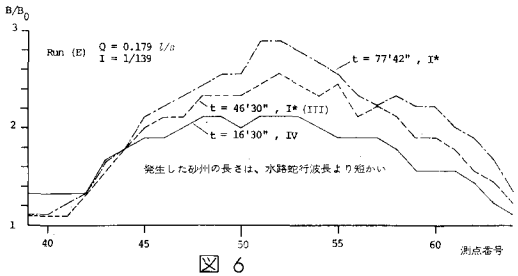
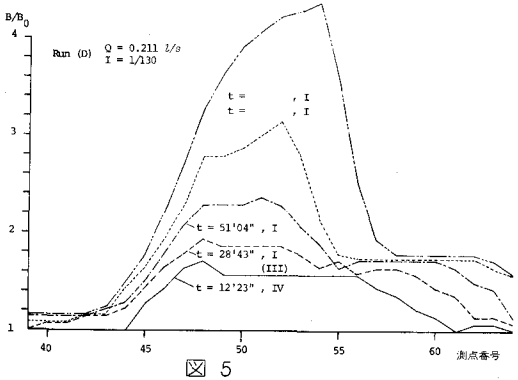
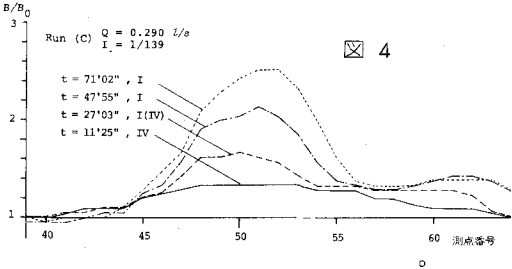
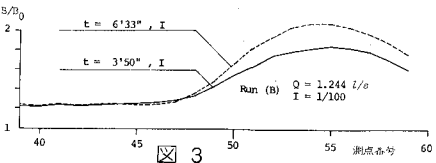
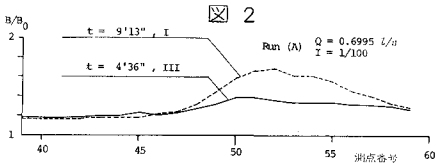
$$\frac{gR^2}{gu_{*c}^2}<B<\frac{gR^2}{1.44u_{*c}^2}\dots\dots(6)$$

となるので、前に決めたRを式(6)に代入すれば、実験条件にかなうB及び流量Qを決定することができる。実施した実験を表 2に示す。

3. 実験方法

3.1 実験装置 実験に用いた水路は、図 1に示すような全長8.5mの木製ペイント仕上げ片側曲線水路であり、これが最大1/50まで傾斜可能な、架台に乗っている。

左岸側壁の曲線形は、次式で与えられるSin Gene-rated Curve をなしており、2波長に渡っている。



$$\phi = 45^\circ \sin \frac{360^\circ}{422.72 \text{ cm}} s$$

(ただし、 ϕ は曲線の接線が谷軸となす角、 B は流下距離)

観測点は、1波長あたりを40分割して、上流より順にNo.0,1,2,・・・の番号を与えており、水理量の測定はNo.50,51,52断面において行なわれた。水路の右岸及び底は $d_{50} = 0.0425 \text{ cm}$ のフルイ砂によって構成し、流れの状況によって自由に浸食堆積が起こるようにしてある。

流路の勾配は、架台を上下することによって平均的な意味で設定し、流量は、1 l/sを越えるものについては、ベンチュリーメーターにより、1 l/s未満のものについては上部水槽における水位上昇速度を計測して得ている。

3.2 実験方法 水路に砂をしきつめ、設定条件に合わせた幅の溝(半台形、傾斜角30度)を左岸に沿って切り、所定の流量を流すと右岸は浸食を受けて広がり各実験状態ごとに異なる形状が現われる。一定時間が経過した後、50,51,52点における水面形を測定して停水し、流路床横断形状、及び流路幅をそれぞれポイントゲージ、写真により測定する。このような過程を1実験につき2~4回繰返す。これらによって平均流速、摩擦速度などの水理量と流路の平面形状、河床形状を得る。

4. 実験結果

4.1 実験条件の確認 実験データから得られた水理量を用いて、実施した実験が現実にとどの領域に区分されるかを確認しておく必要がある。まず蛇行の発達条件は式(4)より

$$L > \sqrt{2\pi} \frac{H_0}{\sqrt{I}} \frac{U_0}{u_*} \approx \sqrt{2\pi} \frac{R}{\sqrt{I}} \frac{U_0}{u_*} = \sqrt{2\pi} \frac{R}{\sqrt{I}} \frac{U_0}{\sqrt{gRI}} = \sqrt{\frac{2R}{g}} \frac{U_0}{I}$$

これより、

$$R < \frac{gI^2L^2}{2\pi^2U_0^2} \quad \dots\dots\dots(4')$$

I, L, u_0 は既知であるから、実測の R が式(4)を満たすか否かを調べればよい。

次に単列砂州発生の条件は、式(6)をそのまま適用し、実測の B がこれを満たすか否かを調べればよい。このようにして確認した結果が表2に示されている。

4.2 平面形状の時間的变化 平面形状の測定は蛇行の発達を調べる意味からNo.40~65について行ない、結果は図2~10に示してある。図の縦軸は、初期幅 B_0 で割って無次元化しており、横軸は測定番号である。

実験A,Bについては、発生領域がほとんどの段階においてIとなった。又、両者とも砂州の発生が観察された。図によればNo.50~60の間で拡幅が顕著であり、No.40~50の間ではほとんど変化しない。つまり凹岸部が浸食されるわけで、蛇行発達のパターンと認められる。実験Bにおいてピーク地点が実験Aより下流側となるのは、実験Bの初期幅が実験Aより広いためと考えられる。

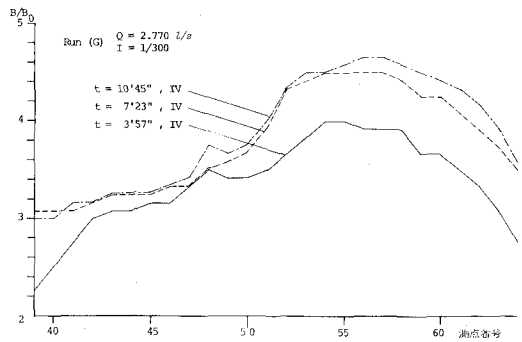


図 8

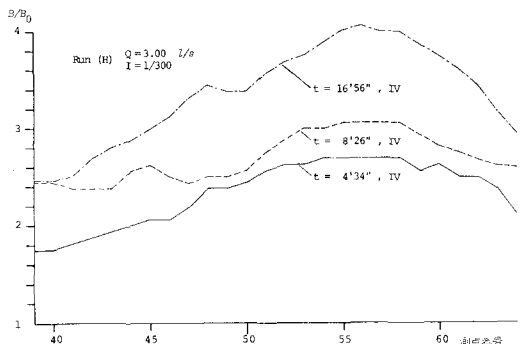


図 9

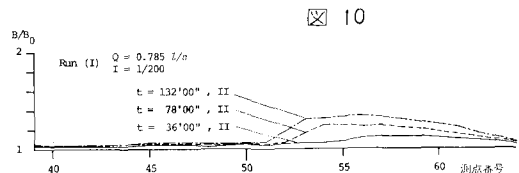


図 10

実験C,Dについては、発生領域が最初II、或いはIVの砂州非発生領域で、通水回数を重ねるに従ってIへと移っている。そのため1,2回目では、特にピークが認められずほぼ全域で拡幅するが、3,4回目では、ピークが顕著になり、しかもそれが下流側へと移動している。これは蛇行の発達と前進を示すものと思われる。砂州は1回目未発生、2回以後発生が観察された。

実験E,Fは発生領域が最初III或いはIVで、通水回数を重ねるに従いIへと移る傾向がある。砂州は2回目以後全域で発生が観察されたが、その波長は水路蛇行波長よりも短かった。そこで、トレンドとしての凹岸側の拡幅に、砂州によって生じた陪振動がフラクチュエーションとして合成された形になっていると思われる。

実験G,Hは、発生領域が全てIVであり、河床にはリップルが発生した。拡幅は、実験A~Fとは違って、全域にはほぼ平均的に生じている。一連の実験は砂を補給せずに行なったので、それを考慮すると蛇行非発達とみなしてよいと思われる。

実験Iは、発生領域は全てIIであり、河床には砂州が観察された。拡幅は、実験A,Bと似たパターンを示し凹岸側が浸食される。砂州と偏流の作用が相乗するIのような明確なピークこそ認められないが、砂州だけでも蛇行が発達しようと考えても良いと思われる。

5. 蛇行発達領域に関する解析と考察

前節の結果によれば、曲りと砂州の作用が相乗する領域Iで、蛇行発達が最も著しいという当然の結論がえられるが、砂州の作用のみが生じる場合IIに関しても明らかに蛇行は成長する。したがってこれらの現象を全体として説明するためには、前述の凹岸部偏倚流速の発生が流路の弯曲によるだけでなく、河床砂州によっても発達すると見なければならぬ。しかし、Engelundによる(1)式では $\theta_0 = 0$ 、すなわち流路に曲りが無い場合には、 $u = 0$ となり河床の影響が独立には表われない。これは後に見るように彼の運動の解析が横断方向流速 v の変化率 $\partial v / \partial s$ を無視しているためであり、以下、これを無視せずに方程式を取扱い、曲りと、砂州の相乗する場合の u を求めてみる。曲率が $1/R_0 \cos(2\pi/L \cdot s)$ によって表わされる水路に対して図-11のように軸系を設け、流れ方向流速を平均流速 U_0

と偏倚流速 u に分け、又水位と河床高の平均からのずれを ξ, η とすれば、これらの間に成立する線形化された運動方程式、連続式は無次元表示によって以下になる。

$$\frac{\partial u}{\partial s} + \frac{1}{F^2} \frac{\partial \xi}{\partial s} + fu - \frac{1}{2} f(\xi + \eta) = 0 \quad \dots (7)$$

$$\frac{\partial v}{\partial s} + \frac{\epsilon}{F^2} \frac{\partial \xi}{\partial n} - \frac{1}{R_0} \cos ws = 0 \quad \dots (8)$$

$$\frac{\partial u}{\partial s} + \frac{\partial \xi}{\partial s} + \epsilon \frac{\partial v}{\partial n} + \frac{\partial \eta}{\partial s} = 0 \quad \dots (9)$$

ただし、 u, v は U_0 によって、 ϵ, ξ, η, R_0 は H_0 によって、 n は $B/2$ によってそれぞれ無次元化してあり

$$F = U_0 / \sqrt{gH_0}, \quad \epsilon = 2H_0/B, \quad \omega = 2\pi H_0/L$$

f : 摩擦係数である。曲り流路の河床形状はおおよそ $\frac{A}{\epsilon R_0} n \cos ws$ にて表わされるので、波高 a なる砂州が発生した場合の河床形状は、次式によって近似できる。

$$\eta = \left(\frac{A}{\epsilon R_0} n + a \sin \frac{\pi}{2} n \right) \cos ws \quad \dots (10)$$

(10)式を(7)~(9)式に代入すれば未知数と式数が一致し原理的にこれを解くことが可能になるが、厳密解を見出す事は極めて難しい。

そこでガラーキン法により近似解を求める事にするが

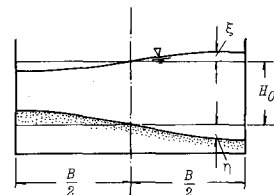
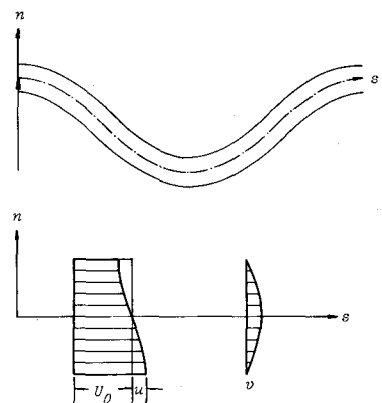


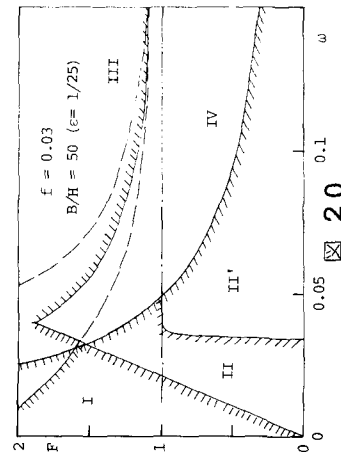
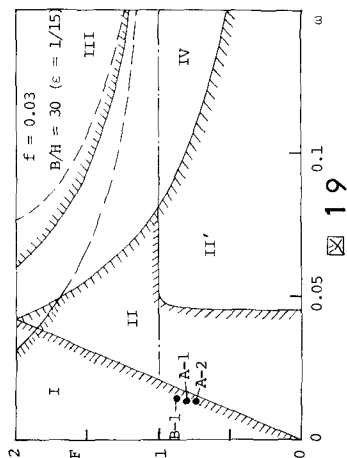
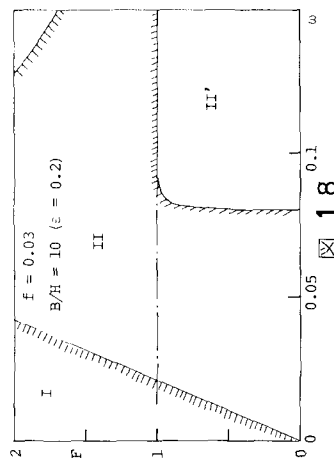
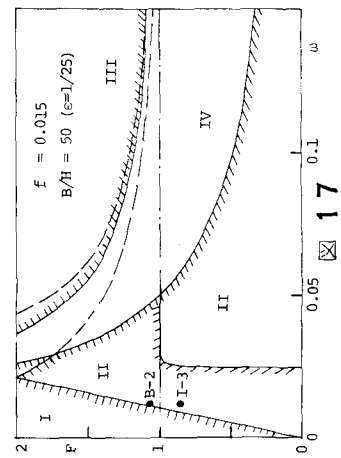
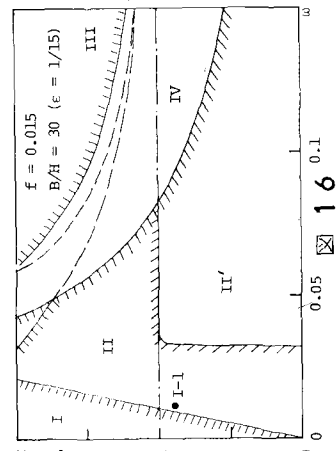
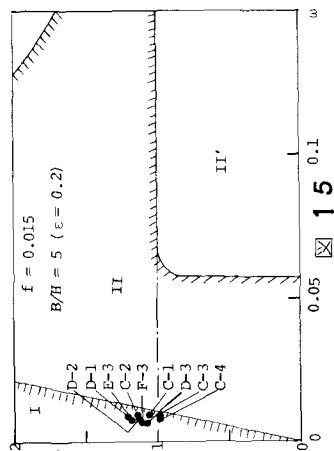
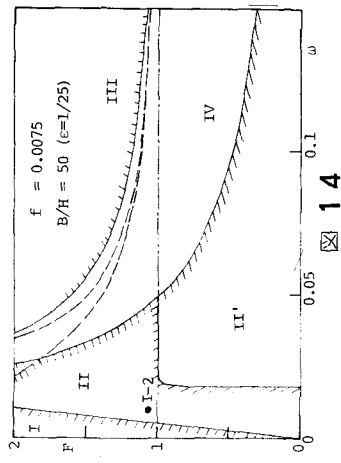
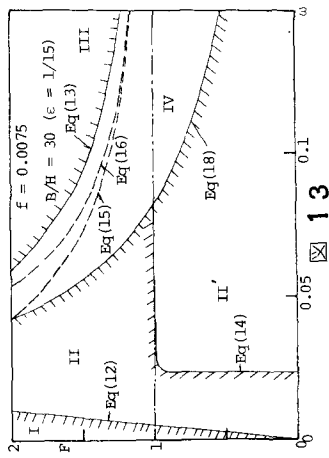
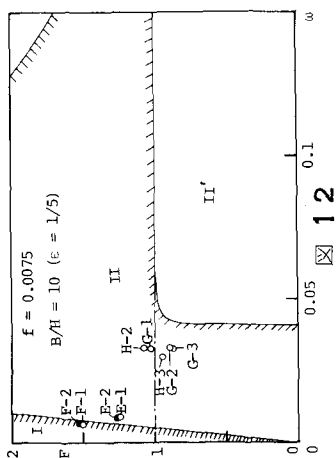
図 11

その前に(8) 式中の $\partial V/\partial s$ の項を無視すれば、(7)、(8)、(10)式からきわめて容易に解がえられ、とくに $a=0$ とした場合の u は、(1)式に一致する事を指摘しておく。

$n=\pm 1$ (河岸)において $v=0$ なる境界条件を考慮に入れて u, v, ξ の試行関数を

$$u = \sin \frac{\pi}{2} n (a_1 \sin ws + b_1 \cos ws), \quad v = \cos \frac{\pi}{2} n (a_2 \sin ws + b_2 \cos ws),$$

$$\xi = \sin \frac{\pi}{2} n (a_3 \sin ws + b_3 \cos ws)$$



とおき、(7)～(9)式の残差が、試行関数に直交する条件を求めると $a_1 \sim b_3$ に関する連立方程式がえられ、近似解を求めることが、可能となる。これらのうち u に着目すれば、蛇行の発達に対する影響の度合は b_1 の正、負、大、小と考えられるので、これを書き下せば、(11)式の様になる。さて、ここに示される解は、あくまでも近似解なので近似の度合を確かめる意味からも、 $a=0$ 、(砂州なし)、 $A=0$ の場合の $b_1=0$ の波数 ω_0 を求めると、

$F < 1$ のとき (11) 式、 $F > 1$ のとき (12)～(13) 式となる。(12)式は、(4)式を等号において、 ω で表わしたものと全く等しいので、近似の度合は良好であると考えられるほか、 $F > 1$ の場合には、あらたに (13) なる解を持つことがわかる。次に、 $1/R_0 = 0, a \neq 0$ (直線流路で砂州発生) の場合について ω_0 を求める。これは、 $F < 1, \varepsilon > \varepsilon_0$ のとき (14) 式、 $1 < F < \sqrt{2}$ および $F > \sqrt{2}, \varepsilon > \varepsilon_0$ のとき (15) および (16) 式、 $F > \sqrt{2}, \varepsilon < \varepsilon_0$ のとき (15) および (17) 式が解となる。一方、(11)式の分母は、 ω にかかわらず常に正となるので、 $b_1 > 0$ の条件は図12～20の斜線をほどこした範囲内ということになる。しかし、砂州の発生は、 ω について無条件ではなく、林⁵によれば (18) 式が必要条件となるので、これがもう一つの制限となる。図から明らかな様に砂州発生時に凹岸で偏倚流速が発生する領域は比較的広く、(4)の条件は $F < 2$ 程度では必ずこの領域に含まれる。実験は、図に示す様に $A \sim F$ までの大部分が曲りと砂州の作用が相乗する領域に入り、このケースは全て蛇行の発達が認められる。一方、砂州の作用のみが働く領域に入る実験は G, H, I であ

るが、このうち実際に砂州が発生したと認められるのは、Iのみで、このときは、蛇行の発達に結びついている。しかし、砂州の発生のない G, H では、発達が認めがたい。次に、曲りと砂州の作用の大きさを比較するために、 $a=0, A=0$ の場合の d_{11} と、 $1/R_0 = 0$ の場合の d_{12} の比をとり d_{11} の極値の近似を与える $\omega_p = 1/\sqrt{8}$ πF を入れると、(19)式をうる。一般の河道では $B/R_0 < 1, \varepsilon F^2 < 1$ なので、曲りの作用は、比較的小さいものとみることが出来る。

$$b_1 = (D_3 D_5 - D_2 D_6) / (D_1 D_5 - D_2 D_4) \dots (11)$$

ただし

$$D_1 = 4(F^2 - 1)\omega^4 + (6F^2 f^2 - \pi^2 \varepsilon^2) \omega^2 - (\pi \varepsilon f)^2$$

$$D_2 = 4(F^2 - 1)\omega^4 / F^2 - (3F^2 f^2 + \pi^2 \varepsilon^2 / F^2) \omega^2 + (\pi \varepsilon f)^2 / 2$$

$$D_3 = f^2 (a + 8A / \pi^2 \varepsilon R_0 \times 6F^2 \omega^2 - \pi^2 \varepsilon^2) / 2$$

$$D_4 = 4(F\omega)^2, D_5 = 4(F\omega)^2 - (\pi \varepsilon)^2$$

$$D_6 = -8 \varepsilon F^2 / R_0 - 4F^2 (a + 8A / \pi^2 \varepsilon R_0) \omega^2$$

$$\omega_{\alpha 1} = \frac{1}{\sqrt{2}} f F \frac{\pi \varepsilon}{\sqrt{3F^4 f^2 + (\pi \varepsilon)^2}} \approx \frac{1}{\sqrt{2}} f F \dots (12)$$

$$\omega_{\alpha 2} = \frac{1}{2\sqrt{F^2 - 1}} \sqrt{\frac{3F^8 f^4 + 2(\pi \varepsilon f F)^2 (2F^2 + 1) + (\pi \varepsilon)^4}{3F^4 f^2 + (\pi \varepsilon)^2}} \dots (13)$$

$$\varepsilon_0 = \frac{3\sqrt{3}}{\pi} f \sqrt{(1-F^2)(1-F^2/2)}$$

$$\omega_{\alpha 3} = \alpha \sqrt{\beta \cos(\pi - \phi) / 3 - 1} \dots (14)$$

$$\omega_{\alpha 4} = \alpha \sqrt{\beta \cos(\pi + \phi) / 3 + 1} \dots (15)$$

$$\omega_{\alpha 5} = \alpha \sqrt{\beta \cos(\pi - \phi) / 3 + 1} \dots (16)$$

$$\omega_{\alpha 6} = \alpha \sqrt{\beta \cos \phi / 3 + 1} \dots (17)$$

ただし $\alpha = \pi \varepsilon / 2\sqrt{3} / \sqrt{F^2 - 1}$

$$\beta = \frac{2\sqrt{1+9(F^2-1)}(fF/\pi \varepsilon)^2}{54(F^2-1)^2 f^2}$$

$$\cos \phi = 1 - \frac{54(F^2-1)^2 f^2}{2(\pi \varepsilon)^2 + 27(F^2-1)(fF)^2}$$

$$F^2 < \frac{(\pi \varepsilon)^2}{4\omega^2} \frac{5(\pi \varepsilon f^2 + 40\omega^2)}{7(\pi \varepsilon)^2 + 72\omega^2} \dots (18)$$

$$\frac{d_{11}}{d_{12}} \approx \frac{80}{3\pi^2} \varepsilon F^2 \frac{B}{R_0} = 2.7 \varepsilon F^2 \frac{B}{R_0} \dots (19)$$

6. まとめ 片側固定、片側可浸食性の曲線水路を用いて曲りと各種河床波の影響が相乗する場合の流路の発達実験を試みるとともに、流れの運動方程式の解析を行うことによって次の結論をえた。

- (1) 曲りと砂州の作用が相乗する領域は、一般には (4) 式であたえられ、この範囲内の実験は、全て、蛇行の顕著な発達が見られる。
- (2) しかし、作用の強さに関しては、曲率が増すとともに曲りの作用が大きくなるものの、一般の河道程度では、砂州の作用が大きくなるものと考えられる。
- (3) 砂州の作用のみが働く領域は、曲りの作用が働く領域より広く、図-12以下に示される。この領域内で実際に砂州が形成された場合は、蛇行の発達がおこることが実験でも認められる。
- (4) しかし、(3)の領域内で常に砂州が形成されるわけではなく、その場合には蛇行の成長は認められない。

7. おわりに 本研究を進めるにあたって山岡教授の御指導をいただいた。また、実験において学生三橋君の協力をえた。末尾ながら、ここに謝意を表する次第である。

参考文献

- 1) 木下良作：石狩川河道変遷調査，科学技術庁資源局資料第36号，1961
- 2) 池田駿介・日野幹夫・吉川秀夫：河川の自由蛇行に関する理論的研究，土木学会論文報告集，NO. 255 1976-11
- 3) Englund, F.: Flow and bed topography in channel bends, J. of HY. Div. Hy 11 ASCE, 1974
- 4) 黒木幹男・岸力・坂倉忠興：交互砂州の水理特性，沖積地河川における河床形態と流体抵抗の研究，文部省科学研究費総合研究A, 1975-3
- 5) B.A. ファインレイソン：重みつき残差法と変分原理，培風館，1974
- 6) 林泰造・尾崎幸男：河床安定理論の立場からみた河川蛇行の卓越波長について，土木学会第20回水理講演会論文集，1976-2