

I-17 歩行者の歩行による基礎杭の振動性状について

北大 正興 考 村 仁
 昭裕局 正興 ○ 高 松 泰
 運輸省 正興 米 沢 朗

1. まえがき

桁の上をヒトが歩行するときに生ずる振動現象を解析するにあたって本論文においてはヒトの歩行という荷重を、時間的に荷重強度の変化する集中荷重の組み合わせというモデルと考えることによって、実際の実験結果と良好な一致をみる解を得ることができた。

2. ヒトの歩行特性

(1) 歩行者の動的荷重としての特性

歩行者を動的荷重として扱う場合は、その歩行周期・歩行速度及び床面にかかる力の状態を考慮しなければならない。

歩行周期及び歩行速度については既往の調査結果から、平均歩行周期は約 0.5 秒、平均歩行速度は約 1.4 m/sec であり、どちらもその分布は正規分布をなすことがわかっており、また歩行時に床面の垂直方向にかかる力の状態は図-1に示す形であると報告されている。²⁾

(2) 歩行者の動的荷重のモデル化

実際に歩行者による振動を解析するために、後述するように室内実験及び数値解析を行ったのであるが、実験においては(1)で述べた歩行周期及び歩行速度を参考にして実験を行い、また、数値解析においては歩行時に床面に垂直方向にかかる力を図-1をヒントに数値計算しやすい矩形パルス(図-2)及びサインパルス(図-3)におきかえ、歩行者の体重を P_0 、1 歩幅を x_0 、そしてその歩行周期を t_0 と考え、桁の端から端までを図-4に示すように歩く場合の歩行モデルを矩形パルス、サインパルスそれぞれについて図-5、図-6に表わすような形として考えることにした。尚、床面に作用する横方向の力は考えないことにした。

3. 解析方法

ラグランジェの運動方程式

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\eta}_r} \right) - \frac{\partial T}{\partial \eta_r} + \frac{\partial U}{\partial \eta_r} + \frac{\partial R}{\partial \eta_r} = N_r \quad (1)$$

ここで、 T : 運動エネルギー、 U : 歪エネルギー、 R : 散逸関数、 N_r : 一般力、 η_r : 一般座標

桁上の任意の点 x 、時刻 t における桁のたわみを

$$y(x, t) = \sum_{j=1}^{\infty} \varphi_j(x) \eta_j(t) \quad (2)$$

とおく。 $\varphi_j(x)$: j 次モードの振動形

j 次モードにおける一般質量、一般力はそれぞれ

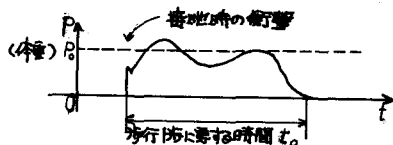


図-1

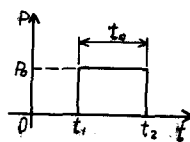


図-2

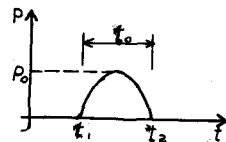


図-3

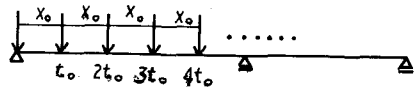


図-4

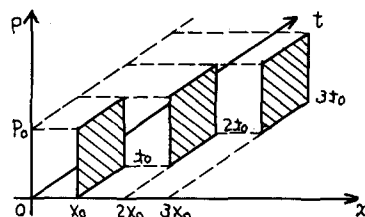


図-5

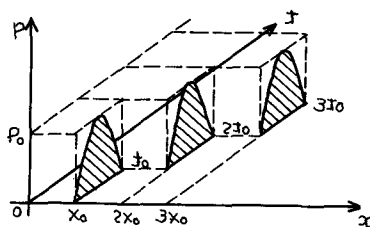


図-6

$$M_j = \int m \Phi_j^2 \alpha^2 dx \quad \text{----- (3)}$$

$$N_j = P_0 \Gamma_j = P_0 \Gamma_j f(\omega) \quad \text{----- (4)}$$

である。m: 桁の単位長さあたりの質量

$P(\omega) = P_0 f(\omega)$: 時間的に変化する荷重強度

Γ_j : Participation factor

Participation factor は

$$\Gamma_j = \frac{1}{M_j} \int P(x) \Phi_j \alpha dx \quad \text{----- (5)}$$

振動の微分方程式

$$\ddot{q}_j + 2\omega_b \dot{q}_j + \omega_j^2 q_j = P_0 \Gamma_j f(\omega) / M_j \quad \text{--- (6)}$$

上式を時間 t について、ラプラス変換を利用して微分方程式を解くと

$$q_j(x, t) = P_0 \sum_{j=1}^n \frac{\Gamma_j}{\omega_j^2 M_j} \Phi_j(x) D_j(t) \quad \text{---- (7)}$$

$$D_j(t) = \int_0^t \frac{\omega_j^2}{N_j} e^{-\omega_b(t-\tau)} \sin[\omega_j(t-\tau)] f(\tau) d\tau \quad \text{---- (8)}$$

ここで、 ω_j : 固有円振動数、 ω_b : 減衰定数

$$\omega_j = \sqrt{\omega_j^2 - \omega_b^2} \quad \text{---- (9)}$$

連続桁梁各目スパンの j 次モードは

$$\Phi_j(x) = C_{1j}^{(i)} \cos \lambda_j x + C_{2j}^{(i)} \sin \lambda_j x + C_{3j}^{(i)} \cosh \lambda_j x + C_{4j}^{(i)} \sinh \lambda_j x \quad \text{---- (10)}$$

ここで、 P_0 として図-2の矩形パルスを代入する。

$$f(t) = H(t-t_1) - H(t-t_2) \quad \text{---- (11)}$$

$H(t)$ は単位ステップ関数を表す。

$$H(t) = \begin{cases} 0 & (t < 0) \\ 1 & (t > 0) \end{cases} \quad \text{---- (12)}$$

$D_j(t)$ を求めると

$$\text{i) } 0 < t < t_1 \text{ のとき} \\ D_j(t) = 0 \quad \text{---- (13)}$$

$$\text{ii) } t_1 < t < t_2 \text{ のとき} \\ D_j(t) = 1 - e^{-\omega_b(t-t_1)} \left\{ \cos \omega_j(t-t_1) + \frac{\omega_b}{\omega_j} \sin \omega_j(t-t_1) \right\} \quad \text{---- (14)}$$

$$\text{iii) } t_2 < t \text{ のとき} \\ D_j(t) = e^{-\omega_b(t-t_2)} \left\{ \cos \omega_j(t-t_2) + \frac{\omega_b}{\omega_j} \sin \omega_j(t-t_2) \right\} - e^{-\omega_b(t-t_1)} \left\{ \cos \omega_j(t-t_1) + \frac{\omega_b}{\omega_j} \sin \omega_j(t-t_1) \right\} \quad \text{---- (15)}$$

図-3のサインパルスを代入すると、

$$f(t) = \{H(t-t_1) - H(t-t_2)\} \sin[(t-t_1)\pi/(t_2-t_1)] \quad \text{---- (16)}$$

$D_j(t)$ は

$$\text{i) } 0 < t < t_1 \text{ のとき} \\ D_j(t) = 0 \quad \text{---- (17)}$$

ii) $t_1 < t < t_2$ のとき

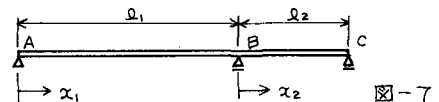
$$D_j(t) = -\frac{\omega_j^2}{2\omega_j} \left[\frac{(t_2-t_1)^2}{(t_2-t_1)\omega_b^2 + \{\pi - \omega_j(t_2-t_1)\}^2} \left\{ \omega_b \cos \frac{t-t_1}{t_2-t_1} \pi - \omega_b e^{-\omega_b(t-t_1)} \cos \omega_j(t-t_1) + \left(\frac{\pi}{t_2-t_1} - \omega_j \right) \sin \frac{t-t_1}{t_2-t_1} \pi \right. \right. \\ \left. \left. - \left(\frac{\pi}{t_2-t_1} - \omega_j \right) e^{-\omega_b(t-t_1)} \sin \omega_j(t-t_1) \right\} - \frac{(t_2-t_1)}{(t_2-t_1)\omega_b^2 + \{\pi + \omega_j(t_2-t_1)\}^2} \left\{ \omega_b \cos \frac{t-t_1}{t_2-t_1} \pi - \omega_b e^{-\omega_b(t-t_1)} \cos \omega_j(t-t_1) + \left(\frac{\pi}{t_2-t_1} + \omega_j \right) \sin \frac{t-t_1}{t_2-t_1} \pi \right. \right. \\ \left. \left. + \left(\frac{\pi}{t_2-t_1} + \omega_j \right) e^{-\omega_b(t-t_1)} \sin \omega_j(t-t_1) \right\} \right] \quad \text{---- (18)}$$

iii) $t_2 < t$ のとき

$$D_j(t) = -\frac{\omega_j^2}{2\omega_j} \left[\frac{(t_2-t_1)^2}{(t_2-t_1)\omega_b^2 + \{\pi - \omega_j(t_2-t_1)\}^2} \times \left\{ -\omega_b e^{-\omega_b(t-t_2)} \cos \omega_j(t-t_2) - \omega_b e^{-\omega_b(t-t_1)} \cos \omega_j(t-t_1) \right. \right. \\ \left. \left. - \left(\frac{\pi}{t_2-t_1} - \omega_j \right) e^{-\omega_b(t-t_2)} \sin \omega_j(t-t_2) - \left(\frac{\pi}{t_2-t_1} - \omega_j \right) e^{-\omega_b(t-t_1)} \sin \omega_j(t-t_1) \right\} - \frac{(t_2-t_1)^2}{(t_2-t_1)\omega_b^2 + \{\pi + \omega_j(t_2-t_1)\}^2} \left\{ -\omega_b e^{-\omega_b(t-t_2)} \cos \omega_j(t-t_2) \right. \right. \\ \left. \left. - \omega_b e^{-\omega_b(t-t_1)} \cos \omega_j(t-t_1) + \left(\frac{\pi}{t_2-t_1} + \omega_j \right) e^{-\omega_b(t-t_2)} \sin \omega_j(t-t_2) + \left(\frac{\pi}{t_2-t_1} + \omega_j \right) e^{-\omega_b(t-t_1)} \sin \omega_j(t-t_1) \right\} \right] \quad \text{---- (19)}$$

それぞれこの $D_j(t)$ を(7式)に代入すると変位応答が求まる。

4. 異断面二径間連続桁の歩行による振動



1 スパンの j 次振動形

$$\Phi_j(x) = C_{1j}^{(i)} \cos \lambda_j x + C_{2j}^{(i)} \sin \lambda_j x + C_{3j}^{(i)} \cosh \lambda_j x + C_{4j}^{(i)} \sinh \lambda_j x$$

2 スパンの j 次振動形

$$\Phi_j(x) = C_{1j}^{(i)} \cos \lambda_j x + C_{2j}^{(i)} \sin \lambda_j x + C_{3j}^{(i)} \cosh \lambda_j x + C_{4j}^{(i)} \sinh \lambda_j x$$

(1) 桁の一般質量

$$M_j^2 = \int m \Phi_j^2(x) dx = \int_0^{l_1} m \Phi_j^2(x) dx + \int_0^{l_2} m \Phi_j^2(x) dx \\ = m \left[\int_0^{l_1} \Phi_j^2(x) dx + \int_0^{l_2} \Phi_j^2(x) dx \right] \quad \text{---- (20)}$$

ここで

$$\alpha_1 = \int_0^{l_1} \Phi_j^2(x) dx = \int_0^{l_1} \left[C_{1j}^2 \cos^2 \lambda_j x + C_{2j}^2 \sin^2 \lambda_j x + C_{3j}^2 \cosh^2 \lambda_j x + C_{4j}^2 \sinh^2 \lambda_j x \right] dx$$

$$\begin{aligned}
&= (C_1^2)^2 \int_0^{l_1} \cos \lambda_1 x_1 dx_1 + (C_2^2)^2 \int_0^{l_1} \sin \lambda_1 x_1 dx_1 + (C_3^2)^2 \int_0^{l_1} \cos \lambda_1 x_1 dx_1 \\
&+ (C_4^2)^2 \int_0^{l_1} \sin \lambda_1 x_1 dx_1 + 2 \left[C_1^2 C_2^2 \int_0^{l_1} \cos \lambda_1 x_1 \sin \lambda_1 x_1 dx_1 \right. \\
&+ C_1^2 C_3^2 \int_0^{l_1} \cos \lambda_1 x_1 \cos \lambda_1 x_1 dx_1 + C_1^2 C_4^2 \int_0^{l_1} \cos \lambda_1 x_1 \sin \lambda_1 x_1 dx_1 \\
&+ C_2^2 C_3^2 \int_0^{l_1} \sin \lambda_1 x_1 \cos \lambda_1 x_1 dx_1 + C_2^2 C_4^2 \int_0^{l_1} \sin \lambda_1 x_1 \sin \lambda_1 x_1 dx_1 \\
&\left. + C_3^2 C_4^2 \int_0^{l_1} \cos \lambda_1 x_1 \sin \lambda_1 x_1 dx_1 \right] \quad \text{----- (21)}
\end{aligned}$$

上式で

$$\begin{aligned}
G_1(j, l_1) &= \int_0^{l_1} \cos \lambda_1 x_1 dx_1 = \{l_1 + \sin 2\lambda_1 l_1 / (2\lambda_1)\} / 2 \\
G_2(j, l_1) &= \int_0^{l_1} \sin \lambda_1 x_1 dx_1 = \{l_1 - \sin 2\lambda_1 l_1 / (2\lambda_1)\} / 2 \\
G_3(j, l_1) &= \int_0^{l_1} \cos \lambda_1 x_1 dx_1 = \{\sin 2\lambda_1 l_1 / (2\lambda_1) + l_1\} / 2 \\
G_4(j, l_1) &= \int_0^{l_1} \sin \lambda_1 x_1 dx_1 = \{\sin 2\lambda_1 l_1 / (2\lambda_1) - l_1\} / 2 \\
G_5(j, l_1) &= \int_0^{l_1} \sin \lambda_1 x_1 \cos \lambda_1 x_1 dx_1 = -(\cos 2\lambda_1 l_1 - 1) / (4\lambda_1) \\
G_6(j, l_1) &= \int_0^{l_1} \cos \lambda_1 x_1 \cos \lambda_1 x_1 dx_1 \\
&= (\cos \lambda_1 l_1 \sin \lambda_1 l_1 + \sin \lambda_1 l_1 \cos \lambda_1 l_1) / (2\lambda_1) \\
G_7(j, l_1) &= \int_0^{l_1} \cos \lambda_1 x_1 \sin \lambda_1 x_1 dx_1 \\
&= (\cos \lambda_1 l_1 \cos \lambda_1 l_1 + \sin \lambda_1 l_1 \sin \lambda_1 l_1 - 1) / (2\lambda_1) \\
G_8(j, l_1) &= \int_0^{l_1} \sin \lambda_1 x_1 \cos \lambda_1 x_1 dx_1 \\
&= (\sin \lambda_1 l_1 \sin \lambda_1 l_1 - \cos \lambda_1 l_1 \cos \lambda_1 l_1 + 1) / (2\lambda_1) \\
G_9(j, l_1) &= \int_0^{l_1} \sin \lambda_1 x_1 \sin \lambda_1 x_1 dx_1 \\
&= (\sin \lambda_1 l_1 \cos \lambda_1 l_1 - \cos \lambda_1 l_1 \sin \lambda_1 l_1) / (2\lambda_1) \\
G_{10}(j, l_1) &= \int_0^{l_1} \sin \lambda_1 x_1 \cos \lambda_1 x_1 dx_1 \\
&= (\cos \lambda_1 l_1 - 1) / (4\lambda_1)
\end{aligned}$$

と置く

$$\begin{aligned}
\alpha_1 &= (C_1^2)^2 G_1(j, l_1) + (C_2^2)^2 G_2(j, l_1) + (C_3^2)^2 G_3(j, l_1) + (C_4^2)^2 G_4(j, l_1) \\
&+ 2 \left[C_1^2 C_2^2 G_5(j, l_1) + C_1^2 C_3^2 G_6(j, l_1) + C_1^2 C_4^2 G_7(j, l_1) \right. \\
&\left. + C_2^2 C_3^2 G_8(j, l_1) + C_2^2 C_4^2 G_9(j, l_1) + C_3^2 C_4^2 G_{10}(j, l_1) \right] \quad \text{----- (22)}
\end{aligned}$$

5. 二径間連続橋による実験と計算結果

実際の橋上をヒトが歩いたときの振動性状を知るため室内で実験を行った。歩行者が図-8の橋上を歩行周期2Hzで歩いたときの変位を答る加速度を答を図-9に示す。これに対して前述の矩形パルスの歩行モデルで計算して得られた変位を答は図-10に示す通りである。荷重モデルとしてサインパルスの方で計算したときの変位を答は図-11である。加速度を答についてはサインパルスモデルによる変位を答を数値的に2度微分して求めた(図-12)。

なお使用した橋の減衰定数 $\alpha_b = 0.0031$, 固有振動周期は,

$T_1 = 0.196 \text{ sec}$	$T_6 = 0.026 \text{ sec}$
$T_2 = 0.070 \text{ sec}$	$T_5 = 0.018 \text{ sec}$
$T_3 = 0.050 \text{ sec}$	$T_6 = 0.014 \text{ sec}$

同様に

$$\begin{aligned}
\alpha_2 &= (C_1^2)^2 G_1(j, l_2) + (C_2^2)^2 G_2(j, l_2) + (C_3^2)^2 G_3(j, l_2) + (C_4^2)^2 G_4(j, l_2) \\
&+ 2 \left[C_1^2 C_2^2 G_5(j, l_2) + C_1^2 C_3^2 G_6(j, l_2) + C_1^2 C_4^2 G_7(j, l_2) \right. \\
&\left. + C_2^2 C_3^2 G_8(j, l_2) + C_2^2 C_4^2 G_9(j, l_2) + C_3^2 C_4^2 G_{10}(j, l_2) \right] \quad \text{----- (23)}
\end{aligned}$$

よって

$$M = m(\alpha_1 + \alpha_2) \quad \text{----- (24)}$$

(2) 矩形パルス状集中荷重による変位を答

橋上の点 x に図-2に示す $P(x)$ が作用したとき

participation factor Γ_r は $\Gamma_r = p(x) \Phi_r(x)$

が1スパンに $P(x)$ が作用するとき $\Gamma_1 = \Phi_1(x_1)$

が2スパンに $P(x)$ が作用するとき $\Gamma_2 = \Phi_2(x_2)$

を答は観測点の位置によって

i) が1スパン上に観測点があるとき

$$y(x, t) = P_0 \sum_{j=1}^m \frac{\Gamma_j}{w_j^2 M_j} \Phi_j(x_1) D_j(t) \quad \text{----- (25)}$$

ii) が2スパン上に観測点があるとき

$$y(x, t) = P_0 \sum_{j=1}^m \frac{\Gamma_j}{w_j^2 M_j} \Phi_j(x_2) D_j(t) \quad \text{----- (26)}$$

上式を図-5のように組み合わせることによって $P(x)$ として矩形パルスを用いたときの歩行モデルが算出できる。なお、 $D_j(t)$ は(13)~(15)式による。

(3) サインパルス状集中荷重による変位を答

$D_j(t)$ として(17)~(19)式を用いるならば(25), (26)式を用いることができる。

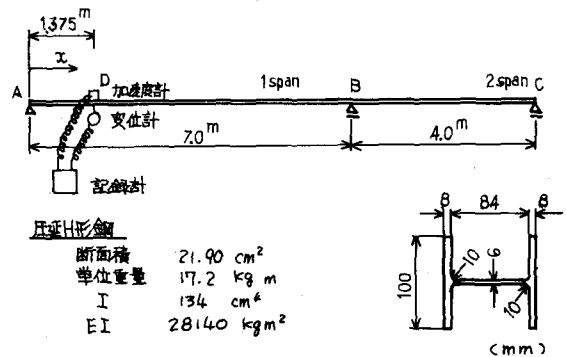
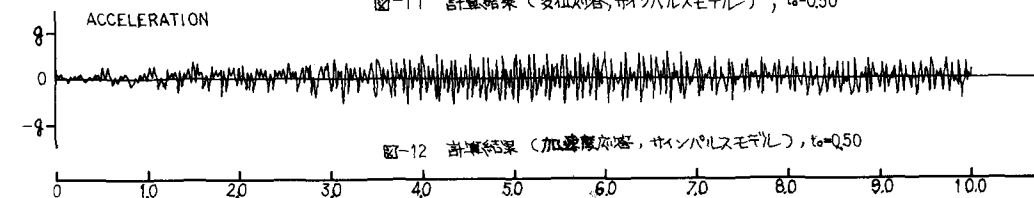
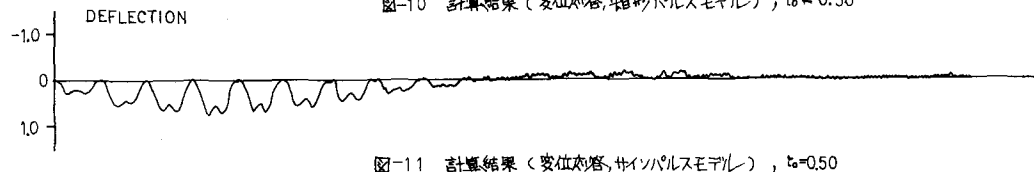
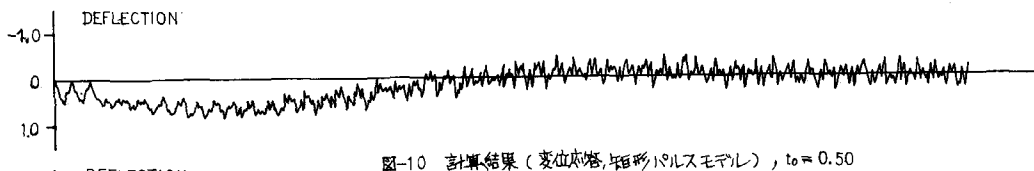
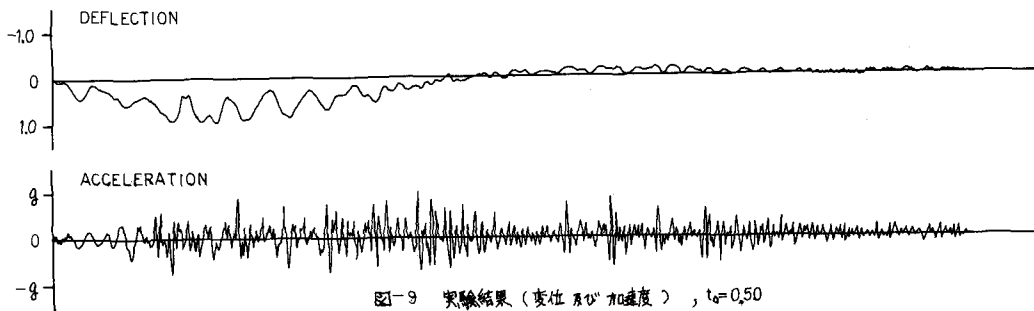


図 8

歩行条件

体重	65 kg
歩行周期	0.5 sec or 0.59 sec
歩幅	68.75 cm



6. 考察

(1) ヒトの慣性質量の影響について

桁上にヒトの質量が存在することによる振動性状の変化について考察する。ヒトの慣性質量を考慮すると一般に N_j は

$$N_j = \frac{P_0}{2} \left\{ \left(1 - \frac{a}{g} \cdot \frac{\partial^2 g(x,t)}{\partial t^2} \right) p(x) f(t) \Phi_j(x) dx \right\} \quad (27)$$

ここで a はヒトの体重が慣性質量として桁の振動におよぼす影響の度合いを示す係数である。

すると,

$$\bar{M}_j = M_j \left(1 + \frac{P_0 a}{M_j g} \Phi_j^2(x) f(t) \right) \quad (28)$$

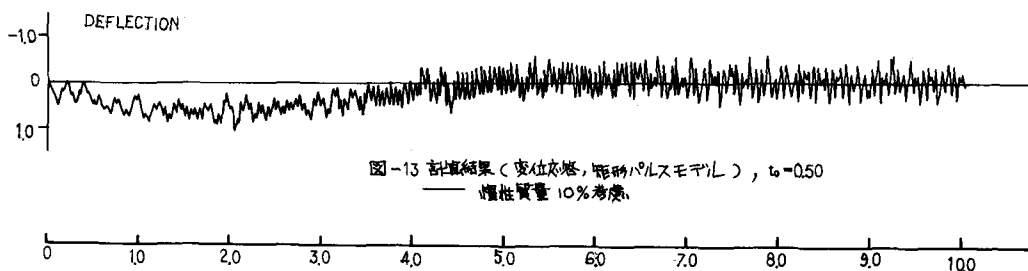
$$\begin{aligned} \bar{W}_j &= W_j M_j / \bar{M}_j \\ \bar{W}_j^2 &= W_j^2 M_j / \bar{M}_j \end{aligned} \quad (29)$$

とおくことにより, 振動の微分方程式は

$$\ddot{\eta}_j + 2\bar{W}_j \dot{\eta}_j + \bar{W}_j^2 \eta_j = P_0 \gamma f(t) / M_j \quad (30)$$

これは(6)式と同様に解くことができる。

今, $a = 0.1$ として矩形パルスモデルにより変位応答を計算すると図-13を得る。ヒトの慣性質量の影響は考慮しない方が現実とのよりよい一致をみることがわかった。



(2) 歩行周期が橋の固有周期の整数倍になったとき

橋上の点に第1歩目だけの矩形パルス状集中荷重が加わったときの変位応答を調べてみる。今、橋の第1次固有振動周期は $T_1 = 0.196 \text{ sec}$ である。荷重の作用時間が $t_0 = 0.5 \text{ sec}$ のときの変位応答は図-14の通りである。荷重の作用時間を $t_0 = 0.59 \text{ sec}$ とすると変位応答は図-15のようになる。このような差異が見られることから歩行周期 0.59 sec で歩いたときの実験による変位応答と計算結果を対比した。結果は図-16、図-17に示す通りである。 $t_0 = 0.50 \text{ sec}$ で歩行したときのような計算結果と実験との一致は思われなくなる。

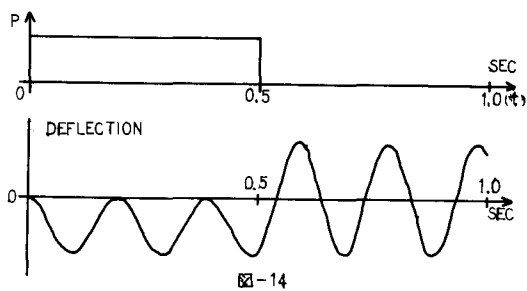


図-14

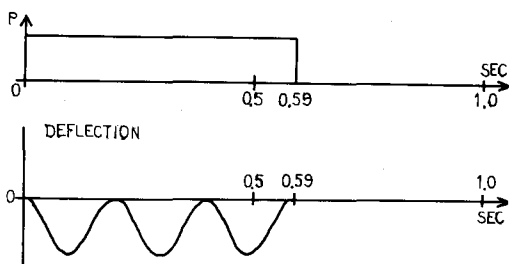


図-15

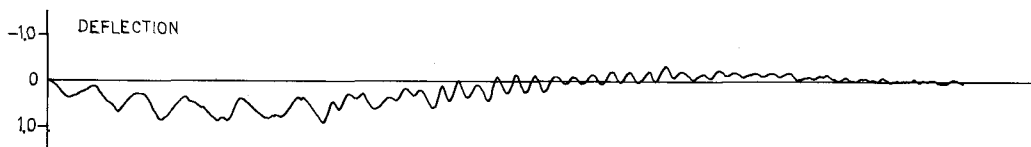


図-16 実験結果(変位応答), $t_0 = 0.59$

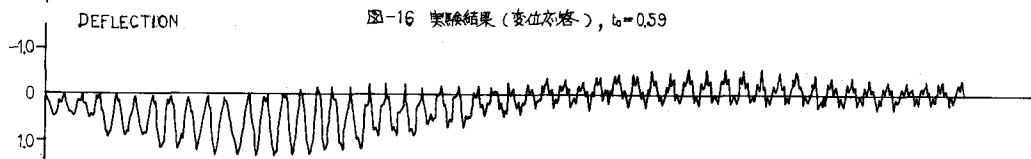


図-17 計算結果(変位応答, 矩形パルスモデル), $t_0 = 0.59$

7. おまけ

実験結果と計算結果を比較すると、変位応答は矩形パルスモデル・サインパルスモデルともほぼ現象を説明していることがわかった。加速度応答についてはサインパルスモデルに近い値が得られた。今後は実際の歩道橋について検討を進める予定である。計算には、北大大型計算機センター FACOM 230-75を使用した。最後に北大の葦沢助教様・三上助手には御協力いただいたこと感謝する。

参考文献

- 1) 梶川・小堀「動的応答から見た歩道橋の使用性に関する確率的考察」(論文報告集 1977, 10月)
- 2) 小原・内田・宇野「建築・室内・人間工学」(鹿島出版)
- 3) Hurty & Rubinstein「Dynamics of Structures」(Prentice-Hall)