土木学会北海道支部　論文報告集　昭和52年度

RC版の断面の終局強度設計に関する二，三の考察

○北大　正員　角田与史雄
〃　　〃　堺孝司
〃　　〃　能町純雄

1. まえがき

構造物の設計には弾性理論に基づく許容応力度法が伝統的に用いられている。しかし鉄筋コンクリート（以下ではRCと略す）のように力学的性質の異なる材料を組み合わせた複合体においては，弾性理論は実際の部材の耐荷性状と矛盾する結果を与えることがあり，そのため現在でも部分的には終局強度理論が導入されている。弾性設計および終局強度設計はそれぞれに長所と短所をもち，いずれか一方に偏する設計法は不合理な面が生ずるのを避けることができないが，近年の世界的な研究の進展により，限界状態設計法の概念が定着し，その一環としての終局強度設計法の全面的導入が図られつつあり，わが国も現在その方向に移行する過渡期にある。しかし限界状態設計法を定着させるには，個々の部材の各限界状態に対する実用的な設計法を確立していく努力を今後とも積み重ねていく必要がある。

終局強度理論に基づくRCはりの断面設計法については古くから多くの研究が行なわれ，これまでにその基本的事項についてはすでに確立した体系化がなされていると言える[1]。本研究はこれをRC版の断面設計に拡張したものである。その際，RC版においては主曲げモーメントの方向が必ずしも鉄筋方向と一致するとは限らないため，鉄筋のせん維状補強材としての特性により，仮え直交する2方向に等量の鉄筋を配置しても，曲げ方向によって変形量が大きく異なる性質があり，また終局時に2方向の鉄筋がともに降伏するとは限らない性質もある。従って本論は，これらの性質を考慮しうるような理論体系を立てるとともに，それらの終局曲げモーメントの大きさに対する影響について数値例をもって検討を加える。

2. 仮定

以下に述べる方法は，任意の配筋方法に対して容易に拡張することができるが，本文では実際の構造物に最も多く見られる直交2方向に配筋したRC版を例にとって述べる。版には通常2つの主曲げモーメント M_{I} および M_{II} が存在する。しかしこれら両者が同時に終局曲げモーメントに達することは稀であるので（そのような場合は各々に対してはり理論を準用すればよい），以下では M_{I} のみが支配する場合を考え，その方向の終局曲げモーメントを M_u とする。図.1に示すようにI方向に近い方の鉄筋の方向をS1，他方をS2とし，それぞれの方向の鉄筋比を p_1 および p_2 とする。また両方の鉄筋とも有効高さ d は等しいと考える。図.1のような θ の定義により，$0 \leqq \theta \leqq 45^\circ$ の範囲を考えるだけですべての場合を包含できる。$\theta \neq 0$ の場合には図.1に見られるように，鉄筋の方向性のためI方向は力学的な対称軸とはならないので，一般に曲げひびわれが M_{I} 方向に生ずるとは限らない。しかしこのようなひびわれ方向の偏りは，終局曲げモーメントの大きさに対してわずかな影響しか与えないと考えることができるので，以下では θ に関係なく，II方向の曲げひびわれが生じているものとする。また，それと直角の方向のひびわれは生じていないものとし，従ってI方向のひずみ以外は微小であるので無視する。

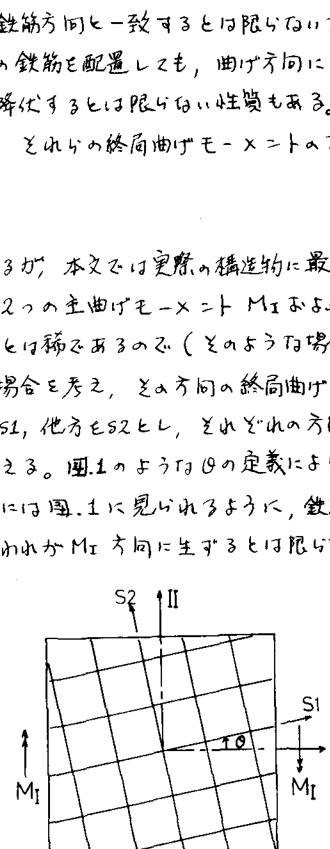

図.1

主曲げモーメントの方向が鉄筋方向から偏るとき，鉄筋にはせん断力が生ずる可能性がある。この現象はkinkingと呼ばれており，終局曲げモーメントに対して十数%程度の影響があるという意見や，無視できる程小さいとする意見などがあり，定説化されていない。そこでここでは安全側の近似とし

7, kinking の影響は無視する。

鉄筋の応力－ひずみ曲線は図－2に示すように完全弾塑性体を仮定する。ただしRCはりの場合には鉄筋に終局引張ひずみε_{su}を設けても，また設けなくても 終局曲げモーメントに対する影響は微小であるので，完全弾塑性に仮定しても問題ないが，RC版の場合には後に示すように，鉄筋の降伏の有無との関連があるので，以下ではε_{su}を設ける場合についても合わせて述べる。設計に用いる鉄筋の降伏強度はf_y，ヤング率をE_sとする。

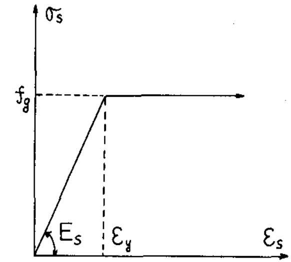

図.2

コンクリートの圧縮に対する応力－ひずみは，例えば図.3に示すように与えられており，設計に用いる強度をf_c，終局圧縮ひずみをε_{cu}とする。また，この曲線によって得られる応力ブロック係数をαおよびβとする（図.4参照）。

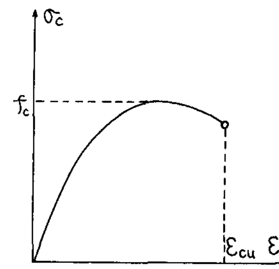

図.3

I方向のひずみに対して平面保持の仮定が成り立つものとし，引張部のコンクリートの抵抗は無視する。

3. RC版の断面の終局曲げモーメント

前節に述べた仮定に基づくとき，終局時のI方向のひずみおよび応力状態は図.4に示すようになる。初めに鉄筋を完全弾塑性体と仮定する場合について考えれば 終局状態は常に圧縮縁のひずみによって定まるので

$$\varepsilon_c = \varepsilon_{cu} \qquad (1)$$

となる。また，鉄筋位置のI方向のひずみをε_{sI}とすれば，各鉄筋方向のひずみは次のようになる。

$$\varepsilon_{s1} = \varepsilon_{sI}\cos^2\theta \quad , \quad \varepsilon_{s2} = \varepsilon_{sI}\sin^2\theta \qquad (2)$$

従って鉄筋の応力は，ε_{sI}の大きさとθとの関連において次の3種の場合があり得る；

$\varepsilon_{sI} < \varepsilon_y/\cos^2\theta$ のとき $\quad \sigma_{s1} = E_s\varepsilon_{sI}\cos^2\theta$, $\sigma_{s2} = E_s\varepsilon_{sI}\sin^2\theta \qquad (3-1)$

$\varepsilon_y/\cos^2\theta \leqq \varepsilon_{sI} < \varepsilon_y/\sin^2\theta$ のとき $\quad \sigma_{s1} = f_y \quad \sigma_{s2} = E_s\varepsilon_{sI}\sin^2\theta \qquad (3-2)$

$\varepsilon_{sI} \geqq \varepsilon_y/\sin^2\theta$ のとき $\quad \sigma_{s1} = f_y \quad \sigma_{s2} = f_y \qquad (3-3)$

これらの応力によって生じるI方向の単位長さ当りの引張力はそれぞれ次のようになる；

$$T = d\,E_s\varepsilon_{sI}(p_1\cos^4\theta + p_2\sin^4\theta) \qquad (4-1)$$

$$T = d(p_1 f_y\cos^2\theta + p_2 E_s\varepsilon_{sI}\sin^4\theta) \qquad (4-2)$$

$$T = d\,f_y(p_1\cos^2\theta + p_2\sin^2\theta) \qquad (4-3)$$

一方，曲げ圧縮力は下記のように表わされる；

$$C = \alpha k d f_c \qquad (5)$$

まず，特別な場合として終局時に$\varepsilon_{s2} = \varepsilon_y$となる場合を考えれば，平面保持の仮定と力のつり合い条件C＝Tより鉄筋比が定数として定まる。これをs1方向の鉄筋比p_{1b}^{*}として表わせば

$$p_{1b}^{*} = \frac{\alpha k_b^{*} f_c}{f_y\cos^2\theta(1+\xi\tan^2\theta)} \quad , \quad k_b^{*} = \frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{cu}+\varepsilon_y/\sin^2\theta} \quad , \quad \xi = \frac{p_2}{p_1} \qquad (6)$$

もう一つ特別な場合として，終局時に$\varepsilon_{s1} = \varepsilon_y$となる場合を考えれば，上の場合と同様に次式が得られる。

$$\left.\begin{aligned} p_{1b}^{**} &= \frac{\alpha k_b^{**} f_c}{f_y\cos^2\theta(1+\xi\tan^4\theta)} \\ k_b^{**} &= \frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{cu}+\varepsilon_y/\cos^2\theta} \end{aligned}\right\} \qquad (7)$$

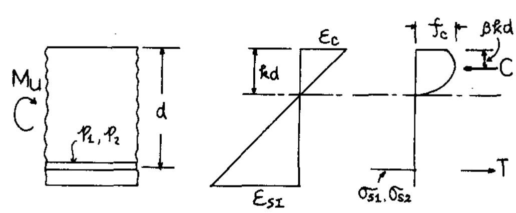

図.4

上記の p_{1b}^{*}, p_{1b}^{**} は, RCはりにおけるつり合い鉄筋比に相当するものであるが, RC版においては2個のつり合い鉄筋比が存在する点で特徴的な相異がある。

このようにつり合い鉄筋比を利用することにより，終局時の応力状態を次の3つの場合に区分できる(図.5参照)。

領域A： $p_1 \le p_{1b}^{*}$ —— この場合には $\varepsilon_{s1} \ge \varepsilon_y$ ，$\varepsilon_{s2} \ge \varepsilon_y$ であるので(3-3)式および(5)式より

$$M_u = \alpha k d^2 f_c(1-\beta k) = f_y d^2 p_1 \cos^2\theta(1+\xi\tan^2\theta)(1-\beta k), \quad k = \frac{f_y p_1 \cos^2\theta(1+\xi\tan^2\theta)}{\alpha f_c} \qquad (8)$$

領域B： $p_{1b}^{*} < p_1 \le p_{1b}^{**}$ —— この場合には $\varepsilon_{s1} \ge \varepsilon_y$, $\varepsilon_{s2} < \varepsilon_y$ であるので(3-2)式および(4)式より

$$M_u = \alpha k d^2 f_c(1-\beta k) = f_y d^2 p_1 \cos^2\theta\left\{1+\xi\frac{E_s\varepsilon_{cu}}{f_y}\sin^2\theta\tan^2\theta\,\frac{1-k}{k}\right\}(1-\beta k)$$
$$k = A+\sqrt{A^2+B}, \quad A = \frac{f_y p_1\cos^2\theta}{2\alpha f_c}\left\{1-\xi\frac{E_s\varepsilon_{cu}}{f_y}\sin^2\theta\tan^2\theta\right\}, \quad B = \frac{p_2 E_s\varepsilon_{cu}\sin^4\theta}{\alpha f_c} \qquad (9)$$

領域C： $p_1 > p_{1b}^{**}$ —— この場合には $\varepsilon_{s1} < \varepsilon_y$, $\varepsilon_{s2} < \varepsilon_y$ であるので(3-1)式および(5)式より

$$M_u = \alpha k d^2 f_c(1-\beta k) \qquad (10)$$
$$k = \sqrt{A^2+2A}-A, \quad A = \frac{p_1 E_s\varepsilon_{cu}\cos^4\theta(1+\xi\tan^4\theta)}{2\alpha f_c}$$

次に，鉄筋の終局ひずみを設ける場合について述べる。ただしRCはりの場合には鉄筋のひずみで制御することでよいが，RC版へ応用するときには，その過大な変形やひび割れ幅を制御するという目的のために，ε_{s1} にある制限値 ε_{s1u} を設けることになろう。まず，上述の領域Aにおいて，$\varepsilon_{s1}=\varepsilon_{s1u}$ となる特別な場合を考えれば，(2)式を利用し，平面保持と力のつり合い条件より，鉄筋比がある定数として定まる。これをS1方向の鉄筋比 p_{1a}^{*} として表わせば

$$p_{1a}^{*} = \frac{\alpha k_a^{*} f_c}{f_y\cos^2\theta(1+\xi\tan^2\theta)}, \quad k_a^{*} = \frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{cu}+\varepsilon_{s1u}} \qquad (11)$$

同様に上述の領域Bに対して $\varepsilon_{s1}=\varepsilon_{s1u}$ の条件より定まる鉄筋比は次のようになる：

$$p_{1a}^{**} = \frac{\alpha k_a^{*} f_c}{f_y\cos^2\theta(1+\xi E_s\varepsilon_{s1}^{*}\sin^2\theta\tan^2\theta/f_y)} \qquad (12)$$

これより，ε_{s1u} が設けられるときの領域は，図.6の例に見られるように，5つに区分される。

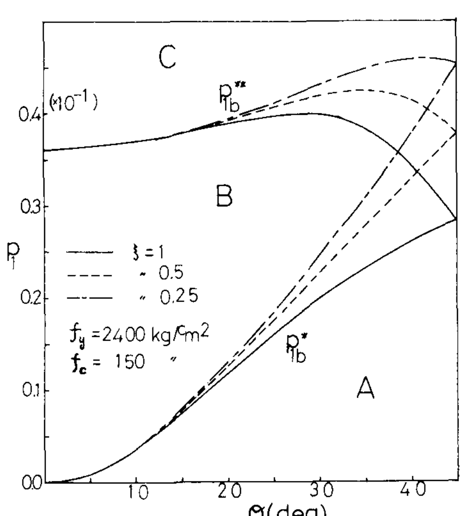

図.5

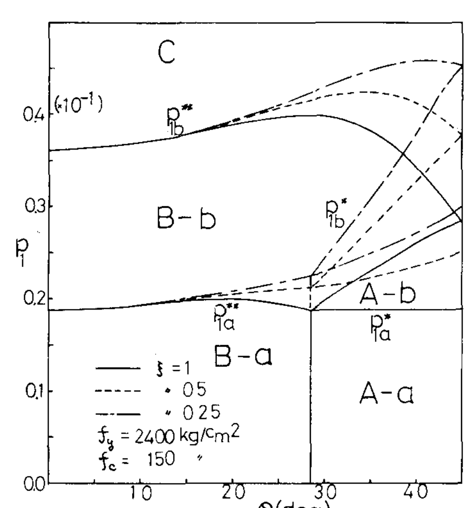

図.6

なお，図.5の領域Aのうち，$\theta < \theta^*$ の部分が図.6で領域Bに移ったのは，ε_{S1}の制限のためにS2方向の鉄筋が終局時に降伏しない領域が増すためであり，θ^*の値は(2)式より次のように定まる。

$$\theta^* = \sin^{-1}\sqrt{\frac{\varepsilon_y}{\varepsilon_{S1u}}} \qquad (13)$$

各領域における終局曲げモーメントは，次式により求められる；

領域A−a：$p_1 < p_{1a}^*$ かつ $\theta \geq \theta^*$ ——この場合には $\varepsilon_{s1} \geq \varepsilon_y$，$\varepsilon_{s2} \geq \varepsilon_y$ であるが，$\varepsilon_{s1} = \varepsilon_{s1u}$, $\varepsilon_c < \varepsilon_{cu}$ であるので，応力ブロック係数α'およびβ'の値は，下記で与えられるε_cの値とコンクリートの応力〜ひずみ曲線の形状とにより，試算的に定めなければならない；

$$\left.\begin{aligned} M_u &= f_y d^2 p_1 \cos^2\theta\,(1+\xi\tan^2\theta)(1-\beta' k) \\ k &= f_y p_1 \cos^2\theta\,(1+\xi\tan^2\theta)/\alpha' f_c \quad , \quad \varepsilon_c = \varepsilon_{s1u} k/(1-k) \end{aligned}\right\} \qquad (14)$$

領域A−b：$p_{1a}^* \leq p_1 \leq p_{1b}^*$ ——この場合は $\varepsilon_{s1} \geq \varepsilon_y$，$\varepsilon_{s2} \geq \varepsilon_y$，$\varepsilon_c = \varepsilon_{cu}$ であるので(8)式を用いる。

領域B−a：$p_1 < p_{1a}^{**}$ かつ $\theta < \theta^*$ ——この場合は $\varepsilon_{s1} \geq \varepsilon_y$，$\varepsilon_{s2} < \varepsilon_y$，$\varepsilon_{s1} = \varepsilon_{s1u}$，$\varepsilon_c < \varepsilon_{cu}$ となる。従って

$$\left.\begin{aligned} M_u &= \alpha' k d^2 f_c (1-\beta' k) \\ k &= p_1 f_y \cos^2\theta \left(1+\xi \frac{E_s}{f_y}\varepsilon_{s1u}\sin^2\theta\tan^2\theta\right)/\alpha' f_c \ , \ \varepsilon_c = \varepsilon_{s1u} k/(1-k) \end{aligned}\right\} \qquad (15)$$

領域B−b：$p_1 \geq p_{1a}^{**}$，$p_1 > p_{1b}^*$ かつ $p_1 \leq p_{1b}^{**}$ ——この場合は $\varepsilon_{s1} \geq \varepsilon_y$，$\varepsilon_{s2} < \varepsilon_y$，$\varepsilon_c = \varepsilon_{cu}$ であるので，(9)式が適用される。

領域C：$p_1 > p_{1b}^{**}$ ——この場合は $\varepsilon_{s1} < \varepsilon_y$，$\varepsilon_{s2} < \varepsilon_y$，$\varepsilon_c = \varepsilon_{cu}$ であり (9)式が適用される。

4. 数値計算例および考察

以下の数値例においては，コンクリートの応力〜ひずみ曲線として，藤田[2]が提案している2次放物線と直線の組み合わせを用いる（$\alpha = 0.8$, $\beta = 0.412$，圧縮塑性係数$\gamma = 0.6$）。ただし，終局圧縮ひずみを$\varepsilon_{cu} = 0.3\%$に，またε_{s1}の制限値を$\varepsilon_{s1u} = 0.5\%$に固定した。

図.7, 8はそれぞれ，$\varepsilon_{cu} = 0.3\%$で鉄筋を完全弾塑性体とした場合の$\xi = 1$, 0.5の鉄筋降伏応力による領域A,B,Cの変化を示したものである。鉄筋降伏応力の増大に伴い，二方向の鉄筋が降伏しない領域Cが増大し，S1方向の鉄筋のみが降伏する領域Bおよび両方向の鉄筋が降伏する領域Cは減少する。

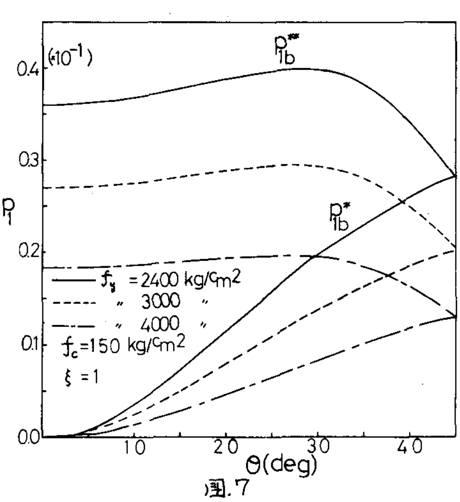

図.7

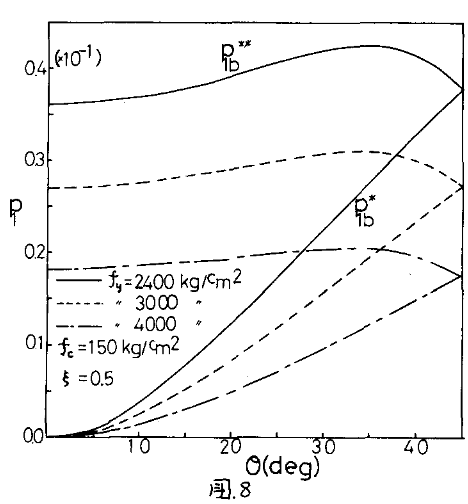

図.8

RCスラブの場合のつり合い鉄筋比で特徴的なのは，鉄筋方向θの増加とともに，p^{**}_{1b} がゆるやかな増加を見せ，ある角度でピークとなり減少し始めることであり，その性状は鉄筋比p_1とp_2の比ξに依存している。ξの影響は，θの小さなうちはあまりなく，θの増加と共に現われ，ξの減少によって領域Cが減少し，逆に領域Aが増加し，それに伴い領域Bはその範囲を変化させる（図.5参照）。

図.9，10は，$f_c=150$ kg/cm²，$f_y=2400$，4000 kg/cm²の場合の終局曲げモーメントMuを図示したものである。図中の実線はJohansenの降伏曲げモーメントを示す（$M_u=m_1\cos^2\theta+m_2\cos^2\theta$，$m_1, m_2$：鉄筋方向の終局曲げモーメント）。全体的に見て，あまりその差はないようである。図9の$p_1=p_2=0.03$の場合，$\theta=45°$で両者の値が一致しないのは，θが約43°を越えるとつり合い鉄筋比p^{**}_{1b}が3％より小さくなり，領域Cに入ってしまうためである（図.7参照）。この場合Johansenの降伏曲げモーメントは実質上意味をもたないので，比較の対象とならない。同様なことは，図.10の$p_1=p_2=0.02$，0.03の場合についても言うことができ，図.7の一点鎖線p^{**}_{1b}が$p_1=0.02$以下にあり$\theta=0°$においてもその領域はCとなり，Johansenの降伏曲げモーメントの適用外となる。

図.11，12は，S1，S2方向の鉄筋の終局時のひずみ状況を示したものであり，鉄筋の方向角θの増加に伴いS2方向のひずみが徐々に大きくなり，$\theta=45°$で$\varepsilon_{S1}=\varepsilon_{S2}$となる。

図.13，14は，$\varepsilon_{cu}=0.3$％に加えて，コンクリートの引張側のI方向のひずみε_{SI}に$\varepsilon_{SIu}=0.5$％の制限を設けた場合のつり合い鉄筋比を示したものである。この場合，鉄筋の降伏応力度の増大と共に，領域B−b およびA−aが小さくなり，それに伴なって領域Cが増加する。

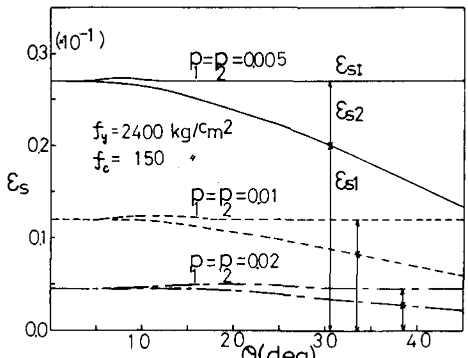

図.12

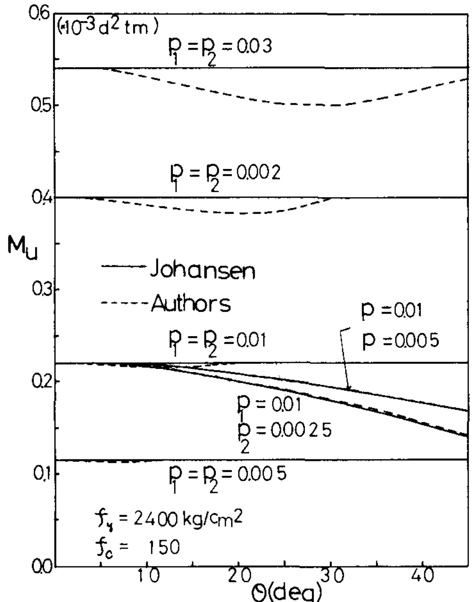

図.9

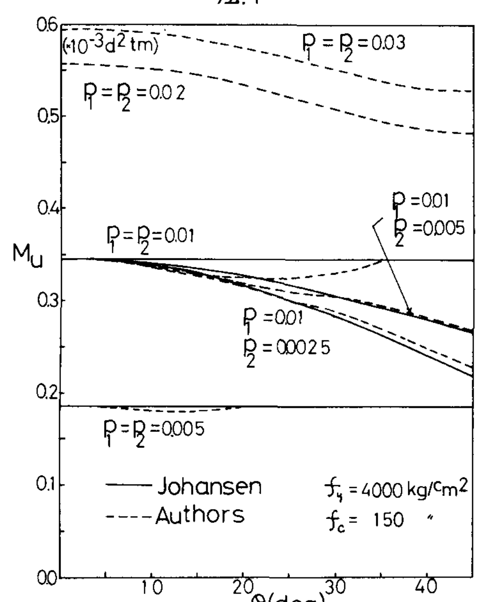

図.10

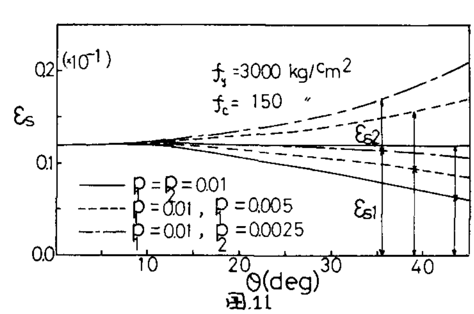

図.11

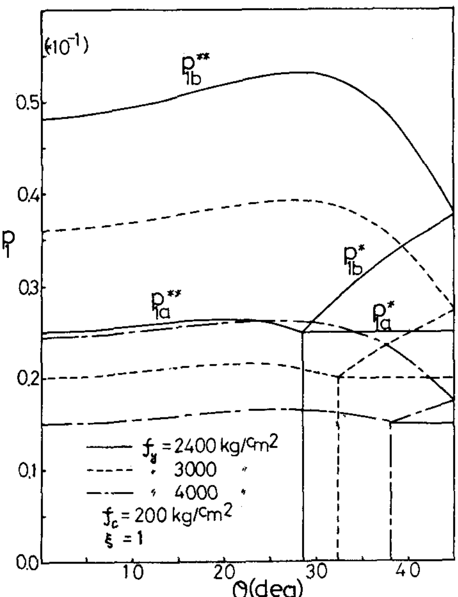

図.13

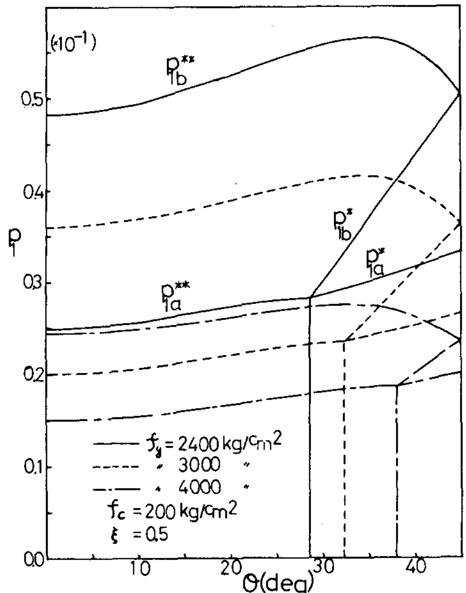

図.14

図.15, 16は, f_c=200 kg/cm², f_y=2400, 4000 kg/cm² の場合の終局曲げモーメントを, Johansenの降伏曲げモーメントと共に図示したものである。ε_{su}=0.5%の制限を設けた場合, それを設けない場合と比して, 両者の差はいく分大きくなることがわかる。これは, 本方法による終局曲げモーメントがε_{su}の制限によって, 小さくなるためである。図16の$p_1=p_2=0.02=0.03$の場合のJohansenの降伏曲げモーメントとの関係は既に述べたことと同じである。

以上まとめると, 終局時に二方向とも鉄筋が降伏しない領域は一般的に見て θ=45°に近い部分で大きくなり, 圧縮部のコンクリートに対してきびしくなること, 鉄筋が一方向しか降伏しない領域は θ=30°前後以下のかなり広い領域に及ぶこと, しかし通常用いられる鉄筋比程度では終局曲げモーメントに対する影響はあまりないこと, などが言える。

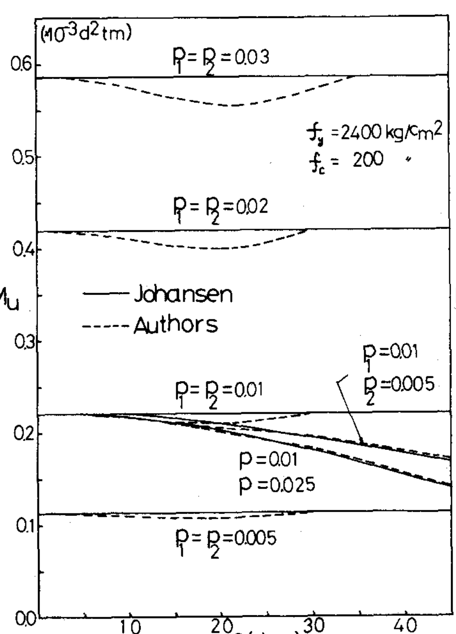

図.15

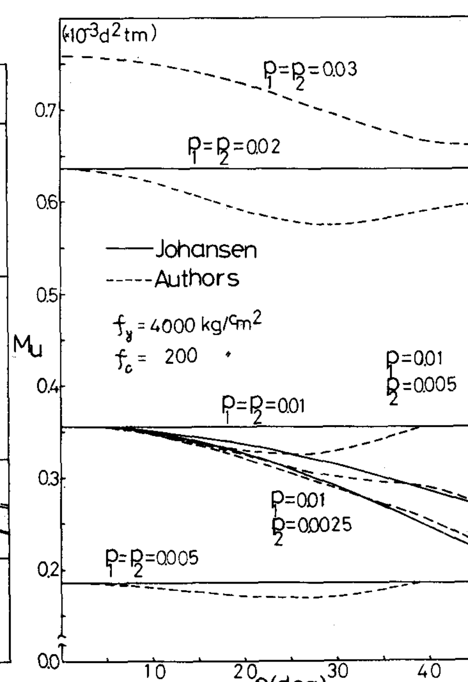

図.16

(参考文献)

1. 角田与史雄; 鉄筋コンクリート部材の諸性状 (その1), コンクリートライブラリー, 34号, 8, 1972

2. 藤田 嘉夫; 単純曲げを受ける鉄筋コンクリート桁およびプレストレスコンクリート桁の極限強さ設計法に関する研究, 北大工学部研究報告, 32号, 1963