

曲げとねじりを受けるRC桁のひびわれ発生モーメントについて

北丈工字部 正 藤田嘉夫  
 " 正 佐伯 昇  
 " 学 小野茂信

1. まえがき

曲げとねじりを受ける桁において、ひびわれが発生すると変形剛性の低下が顕著に表われる。特にねじり剛性の低下が極端に表われ、これが、構造物の変形上からの安定性に大きな影響をあたえる。このためひびわれ発生モーメントをより正確に算定することは設計上の重要なファクターと考えられる。一般に曲げを受けるRC桁のひびわれ発生モーメントの算定についてはすでによく知られているが、これにねじり荷重がさらに作用した場合のひびわれ発生モーメントの算定については、余り論じられていない<sup>1)</sup>。本論文では、無筋コンクリート桁を用い、それに曲げとねじり荷重を作用させ、破壊時における主鉄筋方向のひずみと実験により求め主鉄筋による、ひびわれ発生モーメントの影響を考慮する。このひずみは、各曲げとねじりの荷重段階によって異なり、ひずみは曲げとねじり荷重の関数としてとらえることができる。破壊条件は、最大主応力、最大歪、最大せん断応力条件、塑性を考慮したものなどがあり、ここではこれらの条件について破壊の検討を行なった。これによると、破壊曲線は、最大歪、最大せん断条件に適合する2次の関数によって表示された。またスターラップ方向のひずみも測定し、スターラップによるひびわれ発生モーメントの影響の度合についても検討した。こうして各方向の終局ひずみ、曲げ、ねじりはある一定の条件のもとに、一元的に定まり、これらの関係によって、曲げのみを受けるRC桁のひびわれ発生モーメント算定のオモと拡張して、曲げとねじりを受けるRC桁のひびわれ発生モーメントの算定式を導いた。

2. 供試体及び実験方法

実験桁は図1に示すように、矩形断面をもつ無筋桁で曲げ荷重に対して単純支持、ねじり荷重に対して片持ち梁の状態で載荷した。供試体の材料は、セメントは普通ポルトランドセメント、砂は掃面海浜砂(比重2.73, 単位容積重量1706 kg/m<sup>3</sup>, 吸水量1.02%), 砂利は、静内川砂利(比重2.78, 単位容積重量1747 kg/m<sup>3</sup>, 吸水量1.03%)を用いた。配合は、W/C=0.45, G/S=1.24で作製し、約1週間湿潤養生し、脱型後試験日まで20°Cの水槽で養生した。材令は約28日である。載荷方法は、ねじり荷重を一定にして、曲げを増加させたが、ねじり荷重の大きい供試体については、曲げを一定にして、ねじり荷重を増加させた。ねじり荷重の大きさは、0から純ねじりまでの範囲で変化させた。ひずみ測定は、コンクリートの主鉄筋方向の終局ひずみを求めるために、桁中央下面にゲージをはり、またスターラップ方向のひずみをとるために、側面にもはり測定を行なった。各桁

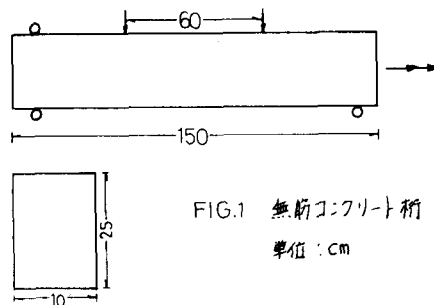
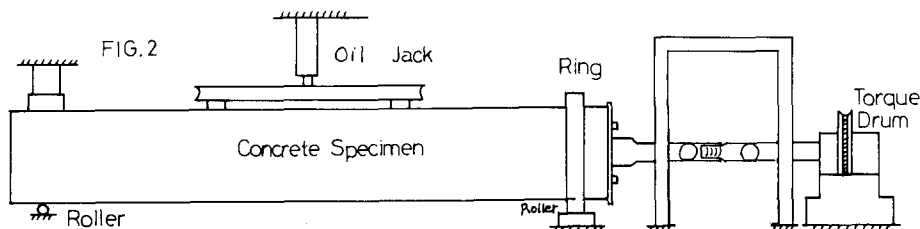


FIG.1 無筋コンクリート桁  
 単位: cm



の圧縮強度 $\sigma_c$ 、割裂強度 $\sigma_t$ 、曲げ荷重 $M_b$ 、ねじり荷重 $T_b$ 、を表1に示した。実験装置を図2に示すが、曲げは2点荷重で、油圧ジャッキを用いて加力した。ねじり荷重は、あらかじめ、コンクリート内に埋め込んだボルトとねじり荷重の載荷板を固定し、軸方向の拘束を解くために、エクスパンジョンジョイント、横方向の拘束を解くために、ユニバーサルジョイントを用いた。ねじり回転支承は、ローラーを用いてできるだけ拘束による影響を取り除いた。

表-1

	$\sigma_c$	$\sigma_t$	$M_b$	$T_b$
NO. 単位	kg/cm <sup>2</sup>	kg/cm <sup>2</sup>	t·m	t·m
P-1	358	34.5	0.36	0
2	298	28.8	0.35	0
3	337	32.4	0	0.30
4	332	31.4	0	0.31
5	362	33.6	0.33	0.177
6	361	34.7	0.21	0.236
7	345	35.2	0.27	0.177
8	364	32.1	0.16	0.26
9	364	32.3	0.32	0.12
10	405	36.3	0.09	0.30
11	355	34.4	0.35	0.06
12	385	32.4	0.32	0.15
13	331	32.3	0.05	0.266
14	302	30.6	0.16	0.20

### 3. 実験結果

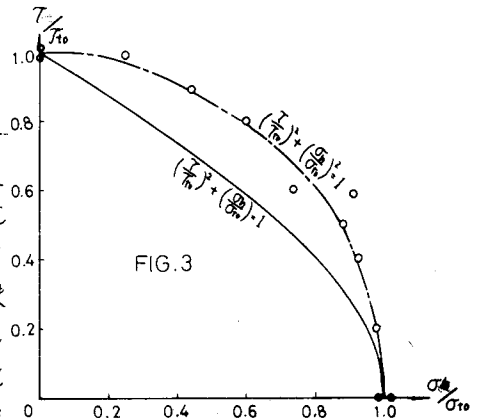
無筋コンクリート桁14本を用いて実験を行なったが、その破壊タイアグラムを図3に示す。この曲線は

$$\left(\frac{T}{T_0}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_h}{\sigma_0}\right)^2 = 1 \quad \dots (1)$$

に、近似している。この結果これは、最大歪条件

$$\left(\sigma_h + \frac{1-\nu}{2\nu}\sigma_0\right)^2 + \frac{(\nu+1)^2}{\nu}T^2 = \frac{(1+\nu)^2}{4\nu^2}\sigma_0^2$$

においてポアソン比 $\nu=1$ と似た曲線と一致し、コンクリートが破壊直前になってひびわれが生じ、引掛けの上のポアソン比が大きくなる状態になるためとも考えられ又これは最大せん断応力条件による破壊とも一致している。最大主応力の条件は、上述の曲線より下側にまで実験値から離れる状況を示した。図4に各桁の主鉄筋方向の曲げ引張りひずみ $\epsilon_s$ と、曲げとねじり荷重との関係を示してある。図5には終局ひずみ $\epsilon_{su}$ 及びスターラップ方向のひずみ $\epsilon_{st}$ と応力との関係を示した。図5で今、応力と終局ひずみとの関係を次のように2次放物線と仮定する。



$$\frac{\sigma_s}{\sigma_0} = a \left(\frac{\epsilon_s}{\epsilon_{s0}}\right)^2 + b \left(\frac{\epsilon_{st}}{\epsilon_{st0}}\right) \quad \dots (2)$$

$\sigma_0$  : 純曲げ強度

$\epsilon_{s0}$  : 純曲げの終局ひずみ

### 4. 曲げとねじりを受けるRC桁のひびわれ発生モーメント

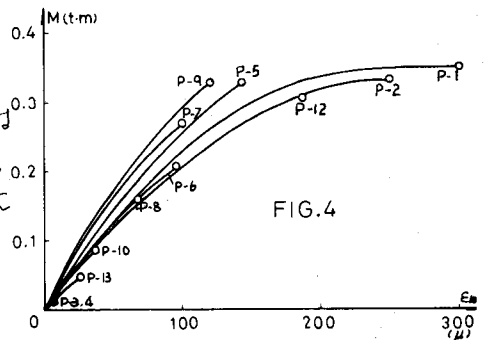
曲げとねじりを受けるRC桁のひびわれ発生モーメント $M_{cr}$ はコンクリート、主鉄筋、スターラップによって分担されている。この内コンクリートと主鉄筋によるものを $M_{cr}^c$ 、スターラップによるものを $M_{cr}^s$ とすると、

$$M_{cr} = \bar{M}_{cr} + M_{cr}^s$$

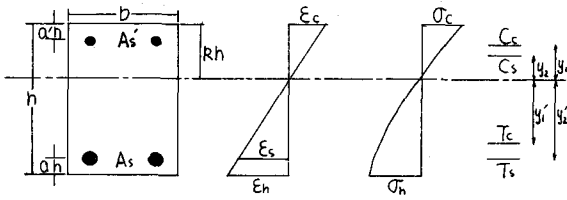
となる。 $M_{cr}^s$ は、Cowin.の式を用いると、

$$M_{cr}^s = 1.6 A' a_v E_v E_s / s$$

となるが、図5に示すように、 $\epsilon_{st}$ は小さく、曲げ荷重がねじり荷重より、卓越している場合は、 $\epsilon_{st} \div 0$ として、 $M_{cr}^s$ は無視できるものと考えられる。



RC桁の断面は下図のものを用いる。



図より

$$C_c = 0.5 \frac{R^2}{1-R} b h E_c \epsilon_h \quad y_1 = \frac{2}{3} R h \quad \dots (3)$$

$$C_s = \frac{R-a}{1-R} n A_s E_c \epsilon_h \quad y_2 = (R-a) h \quad \dots (4)$$

$$T_c = \alpha (1-R) b h \sigma_h \quad y_1' = (1-R)(1-\beta) h \quad \dots (5)$$

$$T_s = \frac{1-R-a}{1-R} p b h E_s \epsilon_h \quad y_2' = (1-R-a) h \quad \dots (6)$$

但し、

$$\left\{ \begin{aligned} R &= -\frac{B}{2A} + \sqrt{\left(\frac{B}{2A}\right)^2 + \frac{C}{A}} \\ A &= 0.5 - \alpha \sigma_h / E_c \epsilon_h \\ B &= 2\alpha \sigma_h / E_c \epsilon_h + n(p + p') \\ C &= \alpha \sigma_h / E_c \epsilon_h + a n p' + (1-a) n p \end{aligned} \right.$$

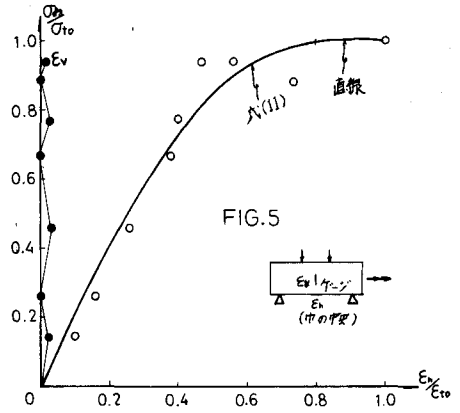


FIG.5

従ってひびわれ発生モーメントを  $\bar{M}_{cr}$  とすれば、

$$\bar{M}_{cr} = C_c y_1 + C_s y_2 + T_c y_1' + T_s y_2' \equiv f(T/T_0) \quad (7)$$

となる。この式の中には、未知数が、 $\epsilon_h$ ,  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\sigma_h$  と4つある。しかしながら、これら4変数は、すべて外力  $T/T_0$  の関数、つまり、 $(\epsilon_h, \alpha, \beta, \sigma_h) = f(T/T_0)$  である。つまり(7)式は、 $\bar{M}_{cr} = f(T/T_0)$  である。従って、今、ある一定のねじり荷重  $T/T_0$  が作用している時、 $(T/T_0)^2 + (\sigma_h/\sigma_h0)^2 = 1$  より、 $\sigma_h/\sigma_h0$  が求められる。その時(2)式より、 $\epsilon_h$  が求められる。 $\alpha$ ,  $\beta$  に関しても次のように求めることができる。

$\alpha$ ,  $\beta$  ともに形状係数で、各々、図5の矩形に対する面積の比、重心の位置を表わす。従って、今あるねじり荷重に対して、 $\alpha/\alpha_0$  が求まる。また同時にその時の終局ひびきも求まる。それを  $\epsilon$  とすると、(1)式より、

$$\epsilon_h / \epsilon_h0 = \epsilon \text{ として、}$$

$$\frac{\sigma_h}{\sigma_h0} = a\epsilon + b\epsilon^2 \quad \dots (8)$$

$$\therefore \alpha = \frac{2a\epsilon + 3b}{6a\epsilon + 6b} \quad \dots (9) \quad \beta = \frac{a\epsilon + 2b}{4a\epsilon + 6b} \quad \dots (10)$$

(9), (10)式が、形状係数  $\alpha$ ,  $\beta$  と与える式である。

ところで(8)式の係数  $a$ ,  $b$  を最小二乗法で求めると、 $a = -1.56$ ,  $b = 2.56$  となる。

$$\therefore \frac{\sigma_h}{\sigma_h0} = -1.56 \left(\frac{\epsilon_h}{\epsilon_h0}\right)^2 + 2.56 \left(\frac{\epsilon_h}{\epsilon_h0}\right) \quad \dots (11)$$

また  $a$ ,  $b$  の値を(9), (10)式に入れると図7のようになる。

以上で、ひびわれ発生モーメントを算定するのに必要な式が決まったわけである。

(1), (2), (9), (10), 式を(7)式に代入すれば1つの式として表わすことができるが非常に複雑

になるので、各々の式から、独立に求めた方がよいと思われる。  
 算定過程は、任意のねじり荷重 $T$ をかける時、応力 $\sigma$ が生じる。

(1)式より、 $\sigma_c/\sigma_{c0}$ が求まる。これを(2)式に代入すれば、  
 $\epsilon_c/\epsilon_{c0}$ が求まる。また、偶られた $\epsilon_c/\epsilon_{c0}$ と(9)、(10)式に代  
 入すれば、 $\alpha$ 、 $\beta$ が求まる。これらと(7)式に代入すればひび  
 われ発生モーメントが算定できる。

なお、純曲げより純ねじりに至る、破壊状況を写真で示す。  
 純曲げでは、ひびわれの進行は常に垂直な方向に進み、ねじりが  
 大きくなるに従って、ひびわれは傾き、純ねじりに対しては、  
 45°の角度にひびわれが生じていることがわかる。

曲げとねじりを受ける場合より大きな角度になり、他の折にお  
 いても同様な破壊状況を示した。

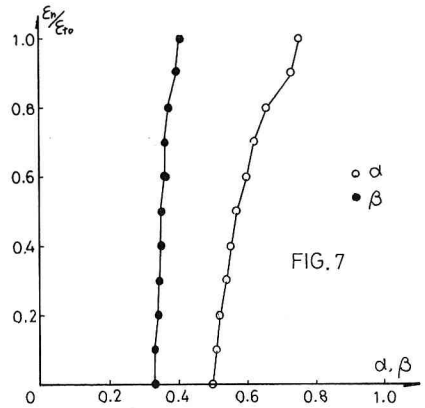
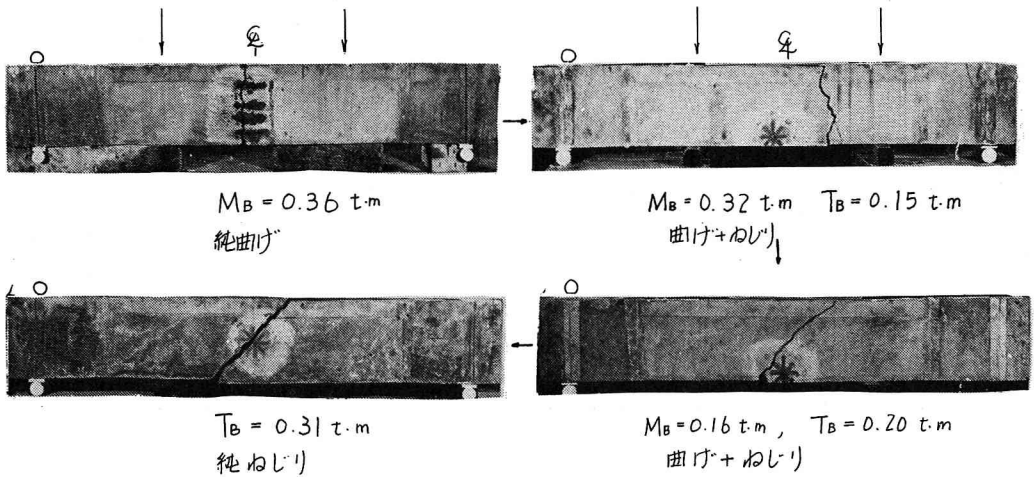


写真1 破壊状況



## 5. 結論

- 1) 曲げとねじりを受けるRC桁のひびわれ発生モーメントの算定式について検討するためまず、無筋コンクリート桁を用いて、曲げとねじり荷重載荷を行なって、破壊曲線を求めた結果、 $(\sigma/\sigma_0)^2 + (\tau/\tau_0)^2 = 1$ の式によく近似することを知った。
- 2) 主鉄筋方向の終局ひずみを求めた結果、2次放物線の形状であることが認められた。また、スターループ方向のひずみは、無視できるほど小さいことがわかった。
- 3) 以上より、曲げとねじりを受ける、RC桁のひびわれ発生モーメントを算定する式を導いた。
- 4) 無筋コンクリート桁の破壊性状は、純曲げでは、軸方向に直交に破壊し、純ねじりでは45°で、圧縮部は複雑な性状で破壊していた。

## 参考文献

- 1) 曲げとねじりを受けるRC桁の変形と破壊に関する2, 3の実験。藤田嘉夫, 佐伯昇, 林忠心, セメント技術年報, XXX1 昭和52
- 2) コンクリート構造部材のねじり性状。泉満明 コンクリート工学 Vol 13, No 4, April, 1975