

RC 版の断面変形に与える曲げ方向角の影響

○ 北大 正員 堺 秀司
 “ “ 能町 純雄
 “ “ 角田 与史雄

1. まえがき

鉄筋コンクリート(RC)建造物の設計を厳密にその耐荷性状あるいは変形性状を考慮することは、RCが性質の異なる材料の複合体であること、および使用状態においてもコンクリートに曲げ歪みが発生することなどにより、他の単一構造材料と比して非常に複雑なものとなる。RCスラブ構造もその一つである。

現在、RCスラブを設計する場合、等方性板あるいは直交異方性板と仮定した薄肉弾性理論を用いて断面力を算定し、断面設計には変形の線形別およびコンクリートへ引張応力無視の仮定に基づいた状態IIのはり理論を準用する手法が一般的に用いられている。その際、主引張応力の方向が鉄筋の方向と一致することは大きな前提となっている。通常の断面設計を考えた場合、断面設計に用いる最大曲げモーメントの位置では主曲げモーメントの方向と鉄筋の方向とが一致することが多いこととを考慮すれば、このことは十分その実状に合っていると見える。しかしながら、RCスラブ全域を考慮すれば、主曲げモーメントの方向と鉄筋の方向とは必ずしも一致するとは限らない。このように主曲げモーメントの方向と鉄筋の方向とが異なる場合、鉄筋のせん断補強効果としての特性のために、RCスラブの性状は通常のはり理論や板理論とは本質的に異なるものと考えられる。我が国においては従来この問題についての研究はほとんど行われていないようである。鉄筋の方向性の問題に関する研究は、古くは1922年、Suensonによって行われ、あまりその数は多くないがその後も研究がなされた。しかしこれらの研究は主として耐荷力の観点からとり扱われたものが多く、最近の有限要素法によるものと除き変形に関する研究は少ないと思われる。

主曲げモーメントの方向と鉄筋の方向とが異なる場合、当然その鉄筋の方向性によってそれらが一致する場合と異なる変形となるが、その際、鉄筋方向が主曲げモーメント方向の対称軸とはならない限り、仮えそれが一方向曲げであっても、曲げ歪みは主曲げモーメントに垂直に生じないであろうことは容易に想像できる。

RCシャイブあるいはRCスラブ要素の曲げ方向角に関する研究はこれまで、Lenschow⁽¹⁾、Jain-Kennedy⁽²⁾およびBaumann⁽³⁾によってなされた。Lenschowは、曲げおよびねじりの組合せモーメントをうけるRCスラブ要素に関して、抵抗モーメントに対する作用モーメントの比が降伏線上で最小という条件から、鉄筋降伏時の曲げ方向角の計算式を提案した。またJain-Kennedyも似たような考えを基にこの問題を扱っている。

これらの提案式は、向れも鉄筋の降伏時の曲げ方向、即ち降伏線の方向に関するものである。一方、Baumannは、RCシャイブについて曲げ断面に作用するせん断力も0と置いて曲げ方向角を求める式を導き、これをその後のRCスラブに適用した。RCスラブでは、圧縮部が引張部を拘束しており、シャイブのように自由に變形することはないので、Baumannが行ったようにシャイブによって得られた曲げ方向角をスラブに直接適用するには無理がある。RCスラブの曲げ挙動は、初期曲げは作用主曲げモーメントに垂直に生じ、鉄筋の方向性によって徐々にその方向を変え、そして最終的に降伏線が形成する、という過程を踏むものと思われる。しかしながら、その複雑な曲げ断面の剛性として、あらゆる方向の曲げ歪みによる剛性の低下を喪失することのなされる曲げ方向角を決定することは非常に難しい。

このようなことから本報告は、鉄筋を網モデルとしたRCスラブ要素において、曲げ方向角を既知量として扱い、RCスラブ要素の変形に対する曲げ方向角の影響について調べ、曲げ方向角に対する一般的情報を得ようとするものである。

2. 鉄筋の細モデルによる軸力とひずみの関係

鉄筋はその軸方向の変形に対してのみ抵抗し、鉄筋群としての抵抗はないものとする。実際には鉄筋とコンクリートとの共同作用により、鉄筋のごく近傍のコンクリートに局部的な応力の乱れが生ずるため付加的な抵抗は存在するが、通常のRCスラブでは鉄筋径に比して鉄筋間隔が十分に大きいので、この付加的抵抗は無視できる。小さいと考えられる。即ち、このような仮定に基づいて鉄筋の細モデルとしての軸力～ひずみ関係を得るために、図1に示すように、主曲げモーメント M_I, M_{II} ($M_I > M_{II}$) を受け、異なる鉄筋群が大きい方の主曲げモーメント作用方向 I から α_i なる角度だけ傾き、主曲げモーメント M_{II} 方向 II から φ なる角度だけ回転した η 軸方向にひびく水の生じる任意の数の平行鉄筋群配筋の RCスラブ要素を考慮する。ここで η 軸は η 軸と直交する方向にとる。

この RCスラブ要素の鉄筋鋼の η 座標軸に関する平面ひずみ $\epsilon_{s23}, \epsilon_{s2\eta}, \epsilon_{s2\eta}$ および $\gamma_{s23\eta}$ によって表わすと、鉄筋の軸方向ひずみは、

$$\epsilon_{s2} = \epsilon_{s23} \cos^2 \rho_i + \epsilon_{s2\eta} \sin^2 \rho_i + \gamma_{s23\eta} \sin \rho_i \cos \rho_i \quad (1)$$

$$\rho_i = \alpha_i - \varphi$$

となる。また、この方向の単位長さ当りの力は、

$$T_{s2} = E_s \rho_i d_s (\epsilon_{s23} \cos^2 \rho_i + \epsilon_{s2\eta} \sin^2 \rho_i + \gamma_{s23\eta} \sin \rho_i \cos \rho_i) \quad (2)$$

と表わされる。ここで、 d_s は RCスラブ断面の有効高さ、 ρ_i は鉄筋方向

と直交方向断面に関する鉄筋比を表わす。 T_{s2} の η 座標軸に関する成分は、 $T_{s23} = T_{s2} \cos \rho_i$, $T_{s2\eta} = T_{s2} \sin \rho_i$, $T_{s23\eta} = T_{s2} \sin \rho_i \cos \rho_i$ であり、(2)式を代入して次式となる。

$$T_{s23} = d_s E_s \rho_i (\epsilon_{s23} \cos^4 \rho_i + \epsilon_{s2\eta} \sin^4 \rho_i + \gamma_{s23\eta} \sin^2 \rho_i \cos^2 \rho_i) \quad (3)$$

$$T_{s2\eta} = d_s E_s \rho_i (\epsilon_{s23} \sin^4 \rho_i \cos^2 \rho_i + \epsilon_{s2\eta} \sin^4 \rho_i + \gamma_{s23\eta} \sin^2 \rho_i \cos^2 \rho_i) \quad (4)$$

$$T_{s23\eta} = d_s E_s \rho_i (\epsilon_{s23} \sin^2 \rho_i \cos^4 \rho_i + \epsilon_{s2\eta} \sin^2 \rho_i \cos^2 \rho_i + \gamma_{s23\eta} \sin^2 \rho_i \cos^2 \rho_i) \quad (5)$$

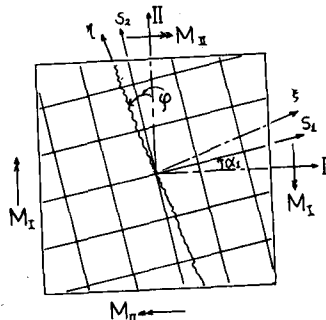


図.1

3. 鉄筋の細モデルに基づく RCスラブ断面の曲げモーメント～変形関係

計算にあたって次のような仮定を行う：(1) RCスラブ断面のひずみおよび応力分布は直線的に変化し、 η 方向に対しては状態 II で、 η 軸方向に対しては状態 I とする、(2) コンクリート圧縮部のポアソン比の影響は無視する、(3) コンクリートの二軸圧縮応力下における圧縮強度の増加は無視する、(4) コンクリート引張部のせん断に対する抵抗は無視する。RCスラブ断面の上下に鉄筋がありしかもその方向が任意である場合、および鉄筋の位置が各鉄筋層によって異なる場合は、計算が非常に複雑となるので、以下では、RCスラブ断面の引張部に二層鉄筋群のみが存在し、それらが直交してあり、かつ各鉄筋群が同じ高さにある場合について述べる。

図.2 a, b は η 方向のひずみおよび応力分布を示し、図.2 c はせん断ひずみおよび応力分布を示す。

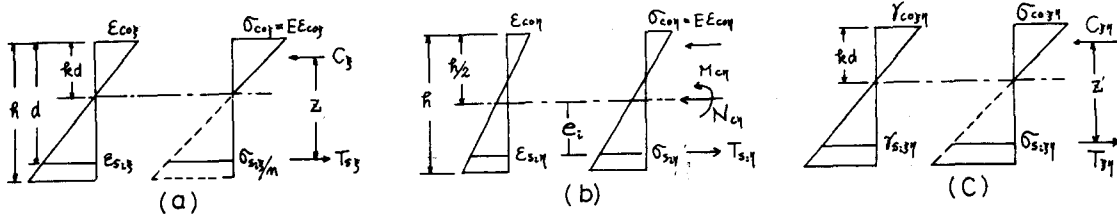


図.2

図.2 a の寸法図より,

$$\frac{E\epsilon_{03}}{r} = \frac{E_{s3}}{1-r} \quad (6)$$

半径 r のコンクリートの圧縮力 C_3 は, (6) 式を用いると次式となる。

$$C_3 = 0.5rdE_cE\epsilon_{03} = \frac{1}{2} \frac{r^2}{1-r} dE_cE_{s3} \quad (7)$$

ξ 方向の力のつり合い式, $T_{s3} = T_{s13} + T_{s23} = C_3$ へ, (3), (7) 式を代入すると

$$\sum_i^3 m p_i \cos^4 \rho_i + \frac{E_{s\eta}}{E_{s3}} \sum_i^3 m p_i \sin^2 \rho_i \cos^2 \rho_i + \frac{Y_{s\eta}}{E_{s3}} \sum_i^3 m p_i \sin^2 \rho_i \cos^2 \rho_i = \frac{r^2}{2(1-r)} \quad (8)$$

となる。ここで $m = E_s/E_c$ である。半径, ξ 方向のモメントのつり合いおよび (7) 式から, E_{s3} は次式で表わされる。

$$E_{s3} = \frac{2(1-r)}{r^2(1-\frac{r}{3})} \frac{M_3}{d^2 E_c} \quad (9)$$

一方, 図.2 c の寸法図より,

$$\frac{Y_{c3\eta}}{r} = \frac{Y_{s3\eta}}{1-r} \quad (10)$$

半径 r のコンクリートのせん断力 $C_{3\eta}$ は, (10) 式を用いると次式となる。

$$C_{3\eta} = 0.5rdG_c Y_{s3\eta} = \frac{1}{2} \frac{r^2}{1-r} dG_c Y_{s3\eta} \quad (11)$$

相対りモメントのつり合い式, $M_{3\eta} = T_{3\eta} d(1-r/3)$, および $T_{3\eta} = C_{3\eta}$ なる関係に考慮して, (11) 式を用いれば, $Y_{s3\eta}$ は次式で表わすことができる。

$$Y_{s3\eta} = \frac{2(1-r)}{r^2(1-\frac{r}{3})} \frac{M_{3\eta}}{d^2 E_c} \quad (12)$$

(9) 式と (12) 式とから, E_{s3} と $Y_{s3\eta}$ の間には次の関係のあることがわかる。

$$Y_{s3\eta} = 2m_{3\eta} E_{s3} \quad (13)$$

ここで, $m_{3\eta} = M_{3\eta}/M_3$ である。半径, η 方向の鉄筋の寸法は次式で表わすことができる。

$$E_{s\eta} = -\frac{N_{c\eta}}{A_c E_c} + \frac{M_{c\eta}}{I_c E_c} \quad (14)$$

ここで, A_c, E_c, I_c はそれぞれ, RC スラブ断面のコンクリートの断面積, 弾性係数, 断面二次モメントを表わす。半径, (14) 式中の $N_{c\eta}, M_{c\eta}$ は次式で表わされる。

$$N_{c\eta} = T_{s1\eta} + T_{s2\eta} \quad (15)$$

$$M_{c\eta} = M_{c\eta} + (T_{s1\eta} + T_{s2\eta})e \quad (16)$$

(4), (15), (16) 式を (14) 式に代入し, $m_{\eta} = M_{\eta}/M_3$ とおくと,

$$\begin{aligned} \frac{E_{s\eta}}{E_{s3}} = & - \left(1 + \frac{12e^2}{r^2}\right) \frac{d}{r} \left[\sum_i^3 m p_i \sin^2 \rho_i \cos^2 \rho_i + \frac{E_{s\eta}}{E_{s3}} \sum_i^3 m p_i \sin^4 \rho_i + \frac{Y_{s\eta}}{E_{s3}} \sum_i^3 m p_i \sin^4 \rho_i \right. \\ & + \frac{Y_{s\eta}}{E_{s3}} \sum_i^3 m p_i \sin^2 \rho_i \cos^2 \rho_i \left. \right] + \frac{12ed^2}{r^3} m_{\eta} \left(1 - \frac{r}{3}\right) \left[\sum_i^3 m p_i \cos^4 \rho_i \right. \\ & \left. + \frac{E_{s\eta}}{E_{s3}} \sum_i^3 m p_i \sin^2 \rho_i \cos^2 \rho_i + \frac{Y_{s\eta}}{E_{s3}} \sum_i^3 m p_i \sin^2 \rho_i \cos^2 \rho_i \right] \quad (17) \end{aligned}$$

を得る。(13) 式を考慮して, (8) 式と (17) 式とから $E_{s\eta}/E_{s3}$ を消去すると, r に関する三次方程式を得る。

$$A r^3 + B r^2 + 2C r - 2C = 0 \quad (18)$$

$$\begin{aligned}
 A &= \frac{4ed^2}{R^3} m_{\eta} \sum_i m p_i \sin^2 \rho_i \cos^2 \rho_i, \quad B = 1 + \left(1 + \frac{12e^2}{R^2}\right) \frac{d}{R} \sum_i m p_i \sin^4 \rho_i - \frac{12ed^2}{R^3} m_{\eta} \sum_i m p_i \sin^2 \rho_i \cos^2 \rho_i \\
 C &= \sum_i m p_i \cos^4 \rho_i + 2m_{3\eta} \sum_i m p_i \sin \rho_i \cos^3 \rho_i + \left(1 + \frac{12e^2}{R^2}\right) \frac{d}{R} \left[\sum_i m p_i \sin^4 \rho_i \sum_i m p_i \cos^4 \rho_i - \left(\sum_i m p_i \sin^2 \rho_i \cos^2 \rho_i\right)^2 \right] \\
 &\quad + 2\left(1 + \frac{12e^2}{R^2}\right) \frac{d}{R} m_{3\eta} \left[\sum_i m p_i \sin^3 \rho_i \sum_i m p_i \sin \rho_i \cos^3 \rho_i - \sum_i m p_i \sin \rho_i \cos^3 \rho_i \sum_i m p_i \sin^3 \rho_i \right]
 \end{aligned}$$

(18)式によつて \$E\$ が求まれば, \$E_{s3}\$ は (9) 式より, \$\delta_{s\eta}\$ は (13) 式より, \$E_{s\eta}\$ は (17) 式よりとれよ計算できる。
 また, \$m_{\eta}\$ および \$m_{3\eta}\$ は, RC スラブ断面に作用する主曲げモーメント \$M_I, M_{II}\$ の \$x, y\$ 座標軸への変換;

$$M_3 = M_I \cos^2 \varphi + M_{II} \sin^2 \varphi, \quad M_{\eta} = M_I \sin^2 \varphi + M_{II} \cos^2 \varphi, \quad M_{3\eta} = (M_{II} - M_I) \sin \varphi \cos \varphi$$

により次式で表わせる。

$$m_{\eta} = \frac{\tan^2 \varphi + \beta}{1 + \beta \tan^2 \varphi}, \quad m_{3\eta} = \frac{(\beta - 1) \tan \varphi}{1 + \beta \tan^2 \varphi}, \quad \beta = \frac{M_{II}}{M_I}$$

4. 数値計算例および考察

図3, 4は, 一方向

曲げを受ける場合 (\$\beta = 0\$) の RC スラブ

要素の引張面における

作用曲げモーメント

方向のひずみ \$E\$,

ひびわれ方向角を横

座標にヒリ鉄筋方向

\$\alpha_1\$ をパラメータに

して図示したもので

ある。なお, 計算に

あつては, \$h = 10\$ cm,

\$p_1 = p_2 = 1\%\$, \$d =

\$7.5\$ cm, \$m = 7\$ とした。

図中には参考の

ため Baumann の提

案式によるひびわれ方向角

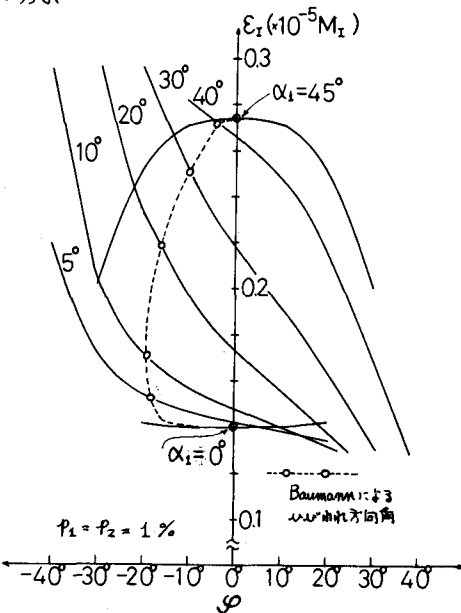


図3

案式によるひびわれ方向角をも示してある。二方向の鉄筋比が等しい場合, \$\alpha_1 = 0^\circ\$ および \$\alpha_1 = 90^\circ\$ で配筋された RC スラブ断面では,

作用曲げモーメント方向に対して鉄筋が対称と仮定して \$\varphi = 0^\circ\$ とする。

これに対して二方向の鉄筋比が異なる場合, \$\alpha_1 = 90^\circ\$ の場合は同じであるが, \$\alpha_1 = 45^\circ\$ では \$\varphi = 0^\circ\$ と仮定しない。これらの図は,

ひびわれ方向角が \$\alpha_1\$ の値によつては, 変形に大きな影響を与えることを示している。

例えば二方向等配筋の \$\alpha_1 = 30^\circ\$ の場合とヒリたしてみれば, \$\varphi = -10^\circ\$ とするひずみは \$\varphi = 0^\circ\$ とするひずみの約 15% 増となる。以上, ひびわれ方向角が変形に与える影響について数値計算例を示し, RC スラ

ブの変形を考慮する際のひびわれ方向角に対する一つの情報を与えることができた。なお, 本研究は, 昭和52

年度文部省科学研究費による研究の一部であることをご記し謝意を表す。

(参考文献) (1) Lemschow and Sozen; A Yield Criterion for Reinforced Concrete Slab, ACI, 5, 1967

(2) Jain and Kennedy; Yield Criterion for Reinforced Concrete Slabs, ASCE, ST3, 1974 (3) Baumann; Tragwirkung

orthogonaler Bewehrungsmetze beliebiger Richtung in Flächentragwerken aus Stahlbeton, DAFS, 1972

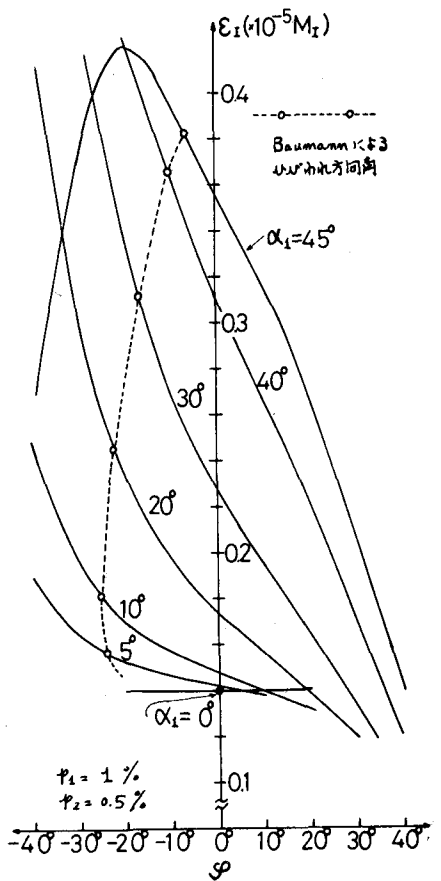


図4

(参考文献) (1) Lemschow and Sozen; A Yield Criterion for Reinforced Concrete Slab, ACI, 5, 1967
 (2) Jain and Kennedy; Yield Criterion for Reinforced Concrete Slabs, ASCE, ST3, 1974 (3) Baumann; Tragwirkung orthogonaler Bewehrungsmetze beliebiger Richtung in Flächentragwerken aus Stahlbeton, DAFS, 1972