

積雪路面のすべり抵抗に関する理論的考察

正員 加末 照俊 正員 西尾 優

1. まえがき

冬の雪は清潔豊かなものである。しかし道路交通にとってみると雪は非常に大きな障害となる。中でも雪路面の滑り抵抗の極端な減少は交通事故の大きな要因となるのを始めとして道路交通容量の減少にも直接に結びつく。雪路面の滑り抵抗に関する研究は国内外で数多く行なわれているが、その殆んどが現場実験に主体が置かれている。そこで雪路面の滑り摩擦抵抗の理論的アプローチの一つとして、滑り摩擦抵抗とすべり比の関係を理論的に考察してみた。今回、その概要を報告するものである。

2. 圧雪路面上に走るタイヤの滑り摩擦機構

圧雪面上を車が走行しているときには、定常走行の他に制動、加速の状態がある。ここで定常走行中、車が制動または加速を圧雪路面とタイヤに注目して図1のように考えてみる。この場合タイヤ前面が圧雪を破壊する力(圧縮剪断により破壊すると考えられる。) P_0 とタイヤ底面と圧雪との間の滑り摩擦係数 μ による力 μL に分けて考える。タイヤに働く滑り抵抗力は $F_0 = P_0 + \mu L$ で表わされる。

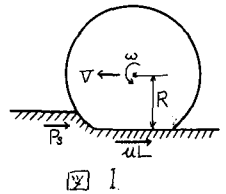


図 1

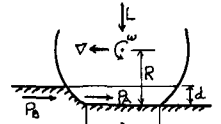


図 2

2. 1. 圧縮剪断破壊力 P_0

タイヤの前面で圧雪を圧縮剪断破壊する力 P_0 を二つの力、一つは剪断項 P_1 、一つは張りおこし項 P_2 の和として表されるものとする。図2は前重しのタイヤが圧雪路面上を速度 V で走行し、かつタイヤは独自に回転角速度 ω で回転しているときのものである。この場合の制動時のすべり比 β は $\beta = V - R\omega / V$ で表わされる。 P_1 の項については V が一定ならば変化しないものと考え、単位面積当りの剪断抵抗 f (g/cm^2) は V を速度 (cm/sec) とすると

$$f = 100 \left\{ 1 - \log \frac{V}{10} + 0.9 (\log \frac{V}{10})^2 + 0.1 \right\} \quad (1)$$

で表わされる。速度 $40 km/h$ で試算すると、圧雪に対する f を 1.7 として $f = 4.43 g/cm^2 = 0.443 kg/cm^2$ が求まる。もしタイヤの通過した跡が図3のような溝状になると仮定し、タイヤの両側面に剪断抵抗が働らくものとするれば P_1 はタイヤが雪を剪断する面積を dl 、溝深さを d 、 l をタイヤと路面との接地長とすると

$$P_1 = 2 \cdot f \cdot dl = 2 \cdot \frac{H}{l} \left\{ 1 - \log \frac{V}{10} + 0.9 (\log \frac{V}{10})^2 + 0.1 \right\} \quad (2)$$

この場合、すべり比 $\beta = 0$ (単輪ロフ時) の辺りではタイヤの底面にも剪断抵抗が働らくと考えられるが、これは張りおこし項に含まれると考える。次に張りおこし項 P_2 はタイヤ前面が圧雪を圧縮破壊するときの抵抗力 P_{01} と、破壊された雪を押し上げる際の抵抗力 P_{02} の和として考えられる。 P_{01} については、すべり比 $\beta = 1$ では進行方向のタイヤ前面に抵抗する力の分布が図4のようになると考えられる。この抵抗力は雪の状態、性質、外的条件によって変化するが、タイヤの速度による雪の圧縮破壊に要する力はその雪の硬度に等しいと仮定すると、タイヤ前面に加わる進行方向の抵抗力分布は単位面積当り $H \theta$ の等分布となる。このときの抵抗力の合計は W をタイヤの中とする

$$P_{01} = W \int_{\theta_v}^{\theta_l} H d\theta = WH (\theta_l - \theta_v) \quad (3)$$

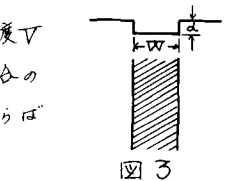


図 3

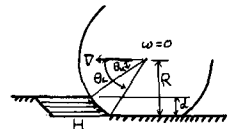


図 4

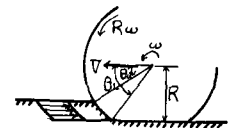


図 5

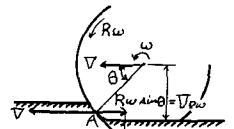


図 6

タイヤがスリップしている場合は、すべり比1の単輪ロック時と同様に、速度による進行方向の抵抗力分布は図5のようである。今図6のようにタイヤ前面の一点Aに作用する力を考えると、すべり比の定義から

$R_w = V(1-s)$ で表わされる。点Aで R_w は接線方向の成分をもつものとするれば、進行方向の成分 V_{Rw} は $V_{Rw} = R_w \sin \theta$ 従って点Aのもつ進行方向の速度成分 V_A は

$V_A = V - R \sin \theta = V(1 - \sin \theta + s \sin \theta)$ で表わされる。ここで雪の硬度 H は速度 V によらず一定であるので、Aの受ける進行方向抵抗力 H_A は V を H で置きかえて $H_A = H(1 - \sin \theta + s \sin \theta)$ (4)

タイヤ前面が受ける抵抗力の合計 P_1 は

$$P_1 = W \int_{\theta_v}^{\theta_L} H_A \cdot d\theta = WH \int_{\theta_v}^{\theta_L} (1 - \sin \theta + s \sin \theta) d\theta = WH \{ \theta_L - \theta_v + (1-s)(\cos \theta_L - \cos \theta_v) \}$$

θ_L, θ_v の値は圧雪の硬度、タイヤにかかる荷重によってさまざな溝深さ d から求まる。次に P_2 について考えてみる。タイヤは走行速度 V で走行し、独自の回転角速度 ω で回転しているとする。接地部での対地相対速度では $v = V - R\omega$ で与えられる。雪の単位体積重量(密度)を γ 、タイヤ前面の雪を押しつける面積(近似的に $A = dW$) とすると単位時間当り $\gamma A / g \cdot V$ の重量の雪を押しつけることになる。この雪がタイヤ前面に接触した時間、対地速度 v で押しつけられるとすると、単位時間当りの圧中量と運動エネルギーとの釣合いから

$$P_2 = \gamma A / g \cdot V \cdot v^2 \quad \text{また} \quad s = V - R\omega / V = v / V \quad \text{から} \quad v = sV \quad \text{であり、} \quad A = dW \quad \text{とおくと}$$

$$P_2 = \gamma \cdot dW / 2g \cdot (sV)^2 \quad (5)$$

以上から P_3 は次のようになる。

$$P_3 = P_1 + P_2 \quad (6)$$

$$P_1 = 2 \times \frac{H_0}{g} \left\{ 1 - \log \frac{V_0}{V} + 0.9 \left(\log \frac{V_0}{V} \right)^2 + 0.9 \right\} \quad (7)$$

$$P_2 = WH \left\{ \theta_L - \theta_v + (1-s)(\cos \theta_L - \cos \theta_v) \right\} \quad (8)$$

$$P_3 = \gamma \cdot dW / 2g \cdot (sV)^2 \quad (9)$$

2.2 タイヤ底面と圧雪路面間の滑り摩擦係数 μ

先にも述べたが、タイヤが圧雪路面上を走る場合、タイヤ前面で圧雪を剪断破壊し、その後には雪の溝をタイヤがすべると考える。そのために先ずタイヤと路面との接地部における圧力分布を決定する。これについては種々な考え方があがるが、ここではタイヤ接地部の長さ l 、巾 W の矩形を考え、圧力分布はタイヤの長さ方向には放物線、巾の方向には一律とする(図7参照)。中心部の最大圧力を P_0 とし、原点を接地部の前端とすれば、

$$P = 4P_0 \cdot x/l \cdot (1-x/l) \quad (10)$$

全面積について P を積分し l は垂直荷重 L に等しいから

$$L = W \int_0^l P \cdot dx = 2/3 \cdot WlP_0 \quad \text{よって} \quad P_0 = 3L/2Wl \quad \text{となる}$$

り P は次のようになる。

$$P = 6L/Wl^2 \cdot x(l-x) \quad (11)$$

次に、一般にタイヤのゴムと路面間の摩擦は大きくわけて粘着の成分とヒステリシス成分の二つよりなることが認められている。其々の

成分の性質から、ゴムのすべり速度と摩擦の関係は図8の関係が認められている。この図ですべり速度 V は摩擦係数 μ が最大になるときのすべり速度で限界速度と呼ばれる。通常問題になるタイヤと路面間の摩擦は V よりも大きな速度である $20 \sim 80 \text{ km/h}$ と考えられる。ゴムブロックに一定の荷重をかけた、あるすべり速度で引、張った場合、 V_0 を境にしてすべり速度が低いときは高いときは、摩擦抵抗力 F と横変位 X との関係が異なる。 V_0 より低いすべり速度 V_1 では図9のようになら $F = kX$ (またはゴムブロックの剪断係数)に従って

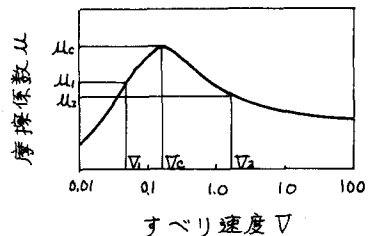
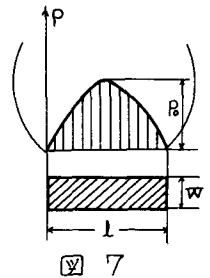


図8 すべり速度と摩擦係数

増大するが、更に x が大きくなると、接地部でのすべり速度が増して共に漸進するようになり。この直線から漸進線へ変わるべきは連続的に移行するも考えられる。またこの点をゴムアロップにかかる荷重を除けば、即ち摩擦係数が図8の μ_1 となる。 V_1 より速いすべり速度でゴムアロップを引張ると図10のように F は $F = kx$ の直線関係に従って増大し、 F が大きくなるに従って接地部では、すべりが生ずるようになる。 $V = V_1$ になり摩擦係数が共に進すると(このとき $x = f_1/k$) 急激にすべりが生じて摩擦抵抗が減少する。摩擦のすべり速度による変化が緩慢であれば、摩擦抵抗力は共に漸進するようになる。この直線から漸進線に移るとき、即ち $x = f_1/k$ の点では不連続となる。また f_2 をゴムアロップにかかる荷重を除けば値は図7の μ_1 となり、 f_2 を荷重を除けば値が最大すべり摩擦係数 μ_2 となる。

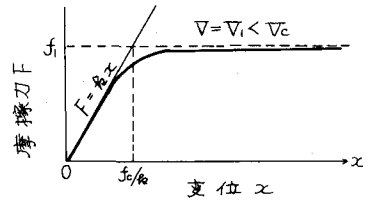


図9 ゴムの変位と摩擦力

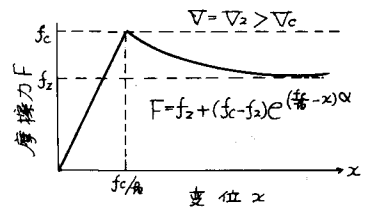


図10 ゴムの変位と摩擦力

図9と図10中の式は曲線を近似させたものであり、この式中の α の値は、主としてパターンと路面の粗さによって決まるものである。

前に仮物線形と仮定した x の接地部全域にわたって最大摩擦が働くとすれば図11に示したような接地圧分布に μ 倍した限界摩擦応力分布が求まる。しかし接地部の各点における実際の摩擦応力は破線のようになり、斜線部の面積が総摩擦応力 T で、これを摩擦抵抗力と考えることができる。これについて以下に考察を進めてみる。

タイヤトレッドと路面との接地部において摩擦応力が限界応力に達するまでは、摩擦応力は比例的に増大するが、その点を越えると接地部にはすべりが生ずる。この限界点(x_0)での摩擦係数が最大摩擦係数 μ_s で、すべりが生じると摩擦係数は急激に低下し、すべり摩擦係数に漸進する。そして接地部の先端から x_0 までを粘着域、 x_0 から接地部の後端までをすべり域とする。以上のように仮定すると、摩擦応力の分布は図12のようになる。この図の一点鎖線で表わされる限界摩擦応力分布は

$$T_s = \mu_s P = \mu_s \cdot bL/w \cdot x \cdot (l-x) \quad (10)$$

同様に破線で表わされるすべり摩擦による摩擦応力分布は

$$T_d = \mu_d P = \mu_d \cdot bL/w \cdot x \cdot (l-x) \quad \text{と表わされる。}$$

角動半径 R のタイヤが回転角速度 ω で回転しながら、走行速度 V で引張られていくとき、タイヤトレッドのある一点における対地面相対速度 v とすべり比 s は

$$v = V - R\omega, \quad s = v/V = (V - R\omega)/V \quad (11)$$

粘着域からすべり域に移行する限界点 x_0 は

$$x_0 = T_s/k = \mu_s/k \cdot P \quad \text{となる。ここで割断線についてタイヤトレッド上の一点の摩擦係数の時間的変化は、接地先端を時間の観点として、対地面速度 v を用いると、 $x = vt$ となり、次のようになる。}$$

$$\mu = kvt/P \quad (0 \leq t \leq t_0 = \mu_s/k \cdot P)$$

$$\mu = \mu_d + (\mu_s - \mu_d) e^{-(t_0 - t)/\alpha} \quad (t_0 \leq t \leq t_l)$$

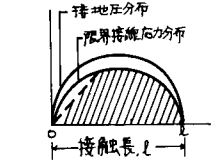


図11 接地圧分布

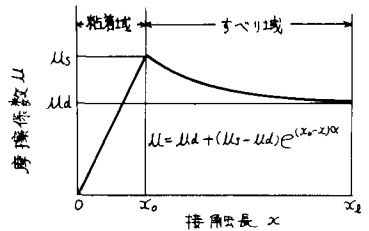


図12 接角長と摩擦係数

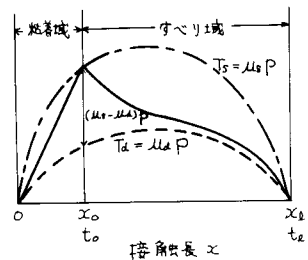


図13 摩擦応力の分布

実際の接触力の分布は、図13の実際と等されるようになり、

$$\begin{aligned} T &= k_v v t & (0 \leq t \leq t_0) \\ T &= \left\{ \mu_d + (\mu_s - \mu_d) e^{-(t_0-t)\alpha} \right\} \cdot P & (t_0 \leq t \leq t_L) \end{aligned} \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} T &= k_v v t \\ T &= \left\{ \mu_d + (\mu_s - \mu_d) e^{-(t_0-t)\alpha} \right\} \cdot P} \right\} (16)$$

ここで t_L はタイヤとレフトの一点が接地してから離れるまでの接地時間で $t_L = l/v$ (17) である。

次に放物線と表わされる路面の持つ接地圧分布の時間的変化は、路面上の一点についてみると $x = vt$ を放物線の式に代入するこゝにより求まる。すなわち

$$P = 6L/Wl^2 \cdot x(l-x) = 6L/Wl^2 \cdot vt(l-vt) \quad (18)$$

最大摩擦よりすべり摩擦に移行する限界点の時間 t_0 は (16) 式と (18) 式より (17) 式を用いて

$$k_v v t = 6L/Wl^2 \cdot \mu_s \cdot vt(l-vt)$$

$$1 = 1/k_v \cdot 6L/Wl^2 \cdot \mu_s \cdot v(l-vt)$$

$$1/k_v \cdot 6L/Wl^2 \cdot \mu_s \cdot vt = 1/k_v \cdot 6L/Wl^2 \cdot \mu_s \cdot vl - 1$$

$$\therefore t_0 = l/v \cdot (1 - Wl^2 k_v / 6L \mu_s \cdot v/v)$$

ここで $t_L = l/v$, $v/v = s$, $Wl^2 k_v / 6L \mu_s = A$ とおくと

$$t_0 = t_L(1 - A \cdot s) \quad (19)$$

$t_0 \geq 0$, $t_L > 0$ だから $A \cdot s \leq 1$ となる。もし $A \cdot s > 1$ となる場合は、接地面で粘着がなく、すべり域だけと云うこゝになり $t_0 = 0$ と考える。

以上のこゝから各点における接触力を接地面全体にわたって積分すればタイヤと路面間の摩擦抵抗力(この場合制動力 Braking Force)が求まる。

$A \leq 1$ のとき $0 < s \leq 1$ の道をとり得るから

$$B.F. (\text{Braking Force}) = \mu L$$

$$= W \int_0^{x_0} k_v x dx + W \int_{x_0}^{x_L} \frac{6L}{Wl^2} \cdot x(l-x) \left\{ \mu_d + (\mu_s - \mu_d) e^{-(x_0-x)\alpha} \right\} dx$$

$$= W \int_0^{t_0} k_v v t dt + W \int_{t_0}^{t_L} \frac{6L}{Wl^2} \cdot vt(l-vt) \left\{ \mu_d + (\mu_s - \mu_d) e^{-(t_0-t)\alpha} \right\} v dt$$

$t_0 = t_L(1 - A \cdot s)$, $t_L = l/v$, $s = v/v$ であるから

$$B.F. = 3\mu_s A L \cdot s(1 - A \cdot s)^2 + L \mu_d A^2 s^2 (3 - 2A \cdot s)$$

$$\begin{aligned} &+ 6L(\mu_s - \mu_d) \left\{ e^{-\alpha A s t_L} \cdot \left[\frac{1}{(\alpha l s)^2} + \frac{2}{(\alpha l s)^3} \right] + \frac{A}{\alpha l} (1 - A \cdot s) \right. \\ &\left. - \frac{1}{(\alpha l s)^2} \cdot (1 - 2A \cdot s) - \frac{2}{(\alpha l s)^3} \right\} \end{aligned} \quad (20)$$

$A \geq 1$ の場合 $A \cdot s \leq 1$ であるから $s \leq 1/A$ のときは (20) 式が成立し、 $1 \geq s \geq 1/A$ の範囲では、 $t_0 = 0$ とおいて次のようになる。

$$B.F. = W \int_0^{x_L} \frac{6L}{Wl^2} \cdot x(l-x) \left\{ \mu_d + (\mu_s - \mu_d) e^{-(x_0-x)\alpha} \right\} dx$$

$$= W \int_0^{t_L} \frac{6L}{Wl^2} \cdot vt(l-vt) \left\{ \mu_d + (\mu_s - \mu_d) e^{-t\alpha} \right\} v dt$$

$$= L \left[\mu_d + 6(\mu_s - \mu_d) \left\{ e^{-\alpha l s} \cdot \left(\frac{1}{(\alpha l s)^2} + \frac{1}{(\alpha l s)^3} \right) + \frac{1}{\alpha l s} - \frac{2}{(\alpha l s)^2} \right\} \right] \quad (21)$$

以上の結果について、 $\alpha \neq 0$ で $s = 0$ のときは $B.F. = 0$ とする。

3. 理論式による摩擦係数の計算

前節で求めたタイヤ前面が圧雪を破壊するための抵抗力 P_0 とタイヤ底面と圧雪との間のすべり摩擦による抵抗 $k B.F.$ とから、すべり比 μ の関数とした摩擦係数 μ を求めてみる。

P_0 は次の式で与えられる。ここで P_0 は $0 \leq s \leq 1$ である。

$$P_0 = \frac{dL}{5} \left\{ 1 - \log \frac{V}{10} + 0.9 \left(\log \frac{V}{10} \right)^2 + k \right\} + WH \left\{ \theta_L - \theta_V + (1-s)(\cos \theta_L - \cos \theta_V) \right\} + \frac{\gamma \cdot d \cdot W}{2g} (sV)^2 \quad (22)$$

$1 \geq A = \frac{Wd^2 k}{6L\mu_s}$ ならば $1 < A$ で $s \leq 1/A$ のとき

$$\mu = \frac{P_0}{L} + 3\mu_s A s (1-A s)^2 + \mu_d A^2 s^2 (3-2A s) + 6(\mu_s - \mu_d) \left\{ e^{-\alpha d s^2} \left[\frac{1}{(\alpha d s)^2} + \frac{2}{(\alpha d s)^3} \right] + \frac{A}{2d} (1-A s) - \frac{1}{(\alpha d s)^2} (1-2A s) - \frac{2}{(\alpha d s)^3} \right\} \quad (23)$$

$1 < A$ で $1 \geq s \geq 1/A$ のとき

$$\mu = \frac{P_0}{L} + \mu_d + 6(\mu_s - \mu_d) \left\{ e^{-\alpha d s^2} \left[\frac{1}{(\alpha d s)^2} + \frac{2}{(\alpha d s)^3} \right] + \frac{1}{(\alpha d s)^2} - \frac{2}{(\alpha d s)^3} \right\} \quad (24)$$

実際の値を計算するに当って、(22)、(23)式中の各変数の値を決める必要がある。今日 $V = 40 \text{ km/h} = 11.11 \text{ km/sec}$ での値を求めてみる。

- (1) 静止摩擦係数 μ_s は速度に依存しないと仮定し、圧雪路面の場合、タイヤ底部での圧雪は、どちらかと言うと氷状に近いと考えられるので $\mu_s = 0.2$ とした。
- (2) すべり摩擦係数 μ_d は苦肉の策としてミニスケーを利用したすべり摩擦測定具を作り、これにより $\mu_d = 0.08$ とした。
- (3) タイヤトレッドゴムの剪断性係数はタイヤメーカーに依頼して求めた実際のタイヤのたわみと同方向荷重の関係から $k = 1.525$ とした。
- (4) α の値についてはタイヤのトレッドと路面の粗さによって決まる定数である。圧雪路面の場合、タイヤ底部と接している圧雪は殆んど氷状と考えられる。そこで、氷結路面での測定結果と各 α の値について理論式と比較して、 α の値を求めた。この場合 k については実際により 15 cm 、接地面積は 153 cm^2 である。これから $\alpha = 0.67$ とした。
- (5) θ_L, θ_V は圧雪の硬度を現場実験による溝深さ $d = 0.5 \text{ cm}$ とタイヤの有効半径 29 cm 、接地長 15 cm とから $\theta_L = 75^\circ = 1.31$, $\theta_V = 71.35^\circ = 1.25$ とした。また雪密度 γ も実際により $0.58/\text{cm}^3$ とした。

以上の諸値を(22)式と(23)式に代入し、数値計算を行った。その結果を図14に示す。

4. 理論計算値と現場実験による実測値との比較

次に理論計算の結果と現場実験で得られるすべり比と摩擦係数の関係を比較してみる。図15は北海道開発局江別走行試験場で北風のすべり試験車で測定した結果である。タイヤは5.60-13 スムースタイヤ、タイヤ荷重は300kg、タイヤ内圧1.7kg/cm²、速度は40km/hである。なお、この実測の場合、試験車の許容の関係からすべり比0、すなわち自由回転の附近での摩擦係数がはさまりつかれていない。理論式で計算した場合は0.0244でこの値はいわゆる走行抵抗である。

前節で計算したすべり比と摩擦係数の関係は図14に示したが、この図を現場実験で得られた結果とを重ね合せたのが図16である。

この図で、すべり比が0.15から0.4の範囲で理論式による摩擦係数が若干大きい値を示しているが、全体としては両者は適合していると思われるであろう。

5. おひがき

以上、すべり比と摩擦係数の関係をわきの仮定を用いてであるが、理論式で表してみた。その結果は図16に示すように、ここで試算した範囲内では、一応満足できるものがあると考えられる。勿論、各変数の考え方を始めとして、理論構成の考え方には多くの問題点が残っており、現在現実には冬の雪路面上でスラストを使用している車はない。これらの諸点を考えに入れ、今後、理論式を改良、発展させて行きたい。

参考文献

- 1) 猪俣, 加来, 西尾, 雪氷路面上でのスラストの機構に関する一考察. 土木学会北海道支那昭和44年度研究発表論文集
- 2) 酒井秀男, ゴムの摩擦特性と特性. 自動車技術 1967. No. 7
- 3) 加来, 塚内, 根倉, 雪路面上のすべり抵抗について. 自然災害科学第11回シンポジウム論文概要集
- 4) 木下誠一, 道路上の雪氷の調査. 日本雪氷学会北海道支那研究発表会概要集. 1973
- 5) H.R.B., Tentative Skid Resistance Requirements For Main Rural Highways, N.C.H.R.P. Report 27.

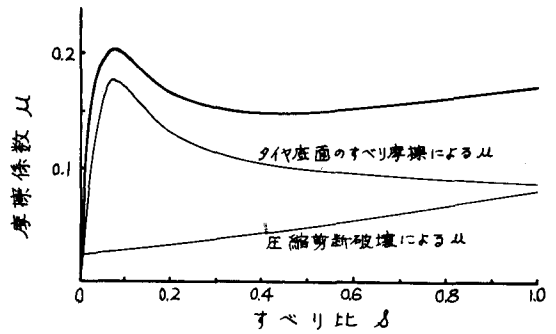


図14 すべり比と摩擦係数(計算値)

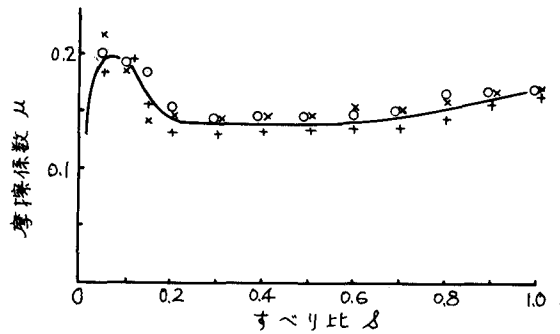


図15 すべり比と摩擦係数(実測値)

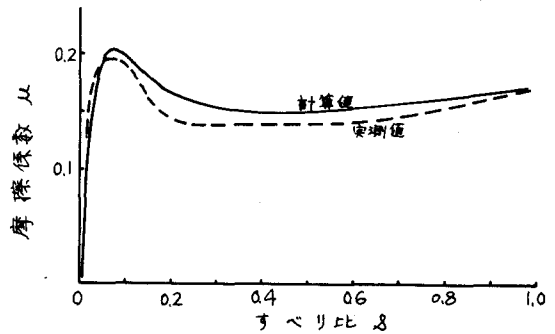


図16 計算値と実測値の比較