

地形構造と出水機能に関する研究

北海道大学工学部 正員 藤田睦博

1 はじめに

出水現象の解析にあたり流域地形の把握は、重要事項の一つである。複雑な形状を呈する地形を定量的に評価することは、極めて困難である。特に河道ネットワーク構造の比較は、形状そのものを対象にしなければならず、直接的な比較が困難でLumpingする必要がある。このLumpingの手法の一つに形量地形学分野で一般化しているStrahler¹の河道区分法がある。この手法は図2に示すように水源に発する河道を位数1位の河道とし、1位の河道と1位の河道が合流して2位の河道を形成するものとする。高位の河道に低位の河道が合流しても位数には変化がない。この手法に基づいて、次のような流域地形に関する地形則が得られている。

河道位数則

$$N_u = R_b^{k-u} \quad (1)$$

河道長則

$$\bar{L}_u = \bar{L}_1 R_L^{u-1} \quad (2)$$

河道勾配則

$$\bar{S}_u = \bar{S}_1 R_S^{-(u-1)} \quad (3)$$

集水面積則

$$\bar{A}_u = \bar{A}_1 R_A^{u-1} \quad (4)$$

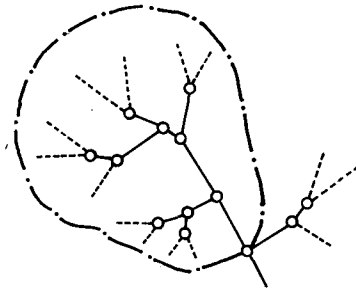


図1 Shreveの河道区分

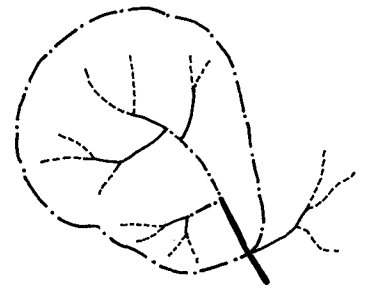


図2 Strahlerの河道区分

○ 合流点
----- 外部リンク
———— 内部リンク

----- 位数1位の河道
———— 位数2位の河道
- · - · 位数3位の河道
———— 位数4位の河道

ここに $N_u, \bar{L}_u, \bar{S}_u, \bar{A}_u$ は、それぞれ位数 u の河道数、河道の平均長、河道の平均勾配及び位数 u の河道の排水する平均集水面積を示す。 k は、流域の最大位数である。 R_b, R_L, R_S, R_A は、それぞれ分岐比、流長比、勾配比及び面積比と呼ばれ、一流域において2~5の一定値をとるとされている。表1, 表2は、島野² Yang³ による実測例である。(1)~(2)式がよく適合していることを示している。又、Yangは ΔH を位数 u の河道の上流端と下流端の平均落差として、エントロピー理論より $\Delta H = \text{一定値}$ であることを指摘して新しい指標である落差比 $R_r = R_S / R_L$ を提案して $R_r = 1$ なることを示している。

一方、流域地形構造と出水特性の関係について考察する場合、上述のLumping法では不十分な点がある。すなわち低位の水流

が高位の水流に合流しても位数が変化せず、合流に伴う水理学的、河川形態学的挙動の変化が無視されている。Scheidegger⁴は、Strahlerの手法では合流に伴う結合則の成立しないことを考慮して「矛盾のない河道位数」を提案しているが複雑で一般化していない。Shreve⁵は、Scheideggerの手法を単純化して河道にリン

表1 北海道における実測例(島野)

| 河川名 | 分岐比 R_b | 流長比 R_L | 勾配比 R_S | 面積比 R_A | 落差比 R_r | $\frac{\bar{L}_{ex}}{\bar{L}_{in}}$ | $\frac{\bar{A}_{ex}}{\bar{A}_{in}}$ |
|------------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-------------------------------------|-------------------------------------|
| 渚滑川 (北見) | 4.281 | 2.291 | 2.281 | 4.569 | 0.996 | 1.527 | 1.435 |
| 藻べつ川 | 3.879 | 2.242 | 2.234 | 4.251 | 0.997 | 1.384 | 1.000 |
| 湧別川 | 4.183 | 2.222 | 2.094 | 4.487 | 0.942 | 1.442 | 1.246 |
| 佐呂間別川 | 4.339 | 2.340 | 2.378 | 4.630 | 1.016 | 1.315 | 1.198 |
| 日高幌別川 (日高) | 3.803 | 1.999 | 2.134 | 3.989 | 1.068 | 1.427 | 1.299 |
| 元浦川 | 4.513 | 2.503 | 2.538 | 5.022 | 1.014 | 1.581 | 1.428 |
| 兜舞川 | 4.537 | 2.389 | 2.399 | 4.551 | 1.001 | 1.284 | 1.087 |
| 三石川 | 4.483 | 2.466 | 2.428 | 4.864 | 1.039 | 1.578 | 1.207 |
| 静内川 | 4.197 | 2.336 | 2.205 | 4.344 | 0.944 | 1.541 | 1.475 |
| 新冠川 | 4.515 | 2.510 | 2.332 | 4.581 | 0.929 | 1.676 | 1.636 |
| 厚別川 | 4.158 | 2.369 | 2.581 | 4.577 | 1.089 | 1.490 | 1.546 |
| 沙流川 | 4.416 | 2.487 | 2.468 | 4.811 | 0.992 | 1.594 | 1.546 |
| 鶯川 | 4.430 | 2.403 | 2.463 | 4.727 | 1.025 | 1.538 | 1.543 |
| 遠別川 (留萌) | 4.606 | 2.357 | 2.239 | 4.587 | 0.950 | 1.438 | 1.452 |
| 築別川 | 3.940 | 2.340 | 2.348 | 4.396 | 1.003 | 1.221 | 1.019 |
| 羽幌川 | 4.257 | 2.486 | 2.378 | 4.640 | 0.957 | 1.410 | 1.267 |
| 古丹別川 | 3.913 | 2.421 | 2.509 | 4.127 | 1.034 | 1.420 | 1.230 |
| 小平菜川 | 3.973 | 2.173 | 2.396 | 4.103 | 1.103 | 1.427 | 1.313 |
| 留萌川 | 4.435 | 2.585 | 2.753 | 4.905 | 1.065 | 1.444 | 1.221 |

クの概念を導入した。この手法は、水源に発する河道を外部リンク (exterior link), 合流点間を結ぶ河道を内部リンク (interior link) と区分する。このShreveの手法は、地形構造と水文現象を結びつける際、極めて都合のよいことが指摘されている。^{6, 7, 8}

しかし、Strahlerの手法ほど一般化しておらず、理論的研究、実測例も少ない。例えば図1図2は、同一の河道ネットワークを対象としているが、Strahlerの河道区分法では最大位数4の流域となり、Shreveの区分法ではmagnitude 11の流域となる。ここにmagnitudeと

は、対象とする流域に含まれている外部リンク数のことである。位数1位の河道と外部リンクは一致しているが、位数2位以上になると直接的な対応が見つからない。本研究においては、Shreveの河道区分法を採用すると河道位数に基づく地形則がどのように変換されるかについて検討し、得られた結果に基づいて出水特性と地形構造の関連について若干の考察をしたものである。

2 河道位数とリンク

magnitude N の河道網 (以後 $Z=N$ の河道網と呼ぶ) において、図3に示すように最下流の合流点で河道網を切断してそれぞれ2個の河道網のmagnitudeが $i, (N-i)$ となる河道網パターンを $P_g(i, N-i)$ として、このパターンの生起確率を $P(i, N)$ とすると $P(i, N)$ は次式で与えられる。⁶

$$P(1, N) = \frac{N}{2N-3}$$

$$P(i, N) = \frac{2(2i-3)!N!(N-2)!(2N-2i-2)!}{(i-1)!i!(N-i)!(2N-3)!(N-i-1)!} \quad (2 \leq i \leq [N/2], N \neq 2m) \quad (5)$$

$$P(m, 2m) = \frac{8m}{(4m-2)!} \frac{(2m-1)!(2m-3)!}{m!(m-2)!} \quad (N=2m)$$

内部リンクには位数とmagnitudeが対応しているので、 $Z=N$ の河道において位数 u , magnitude k の内部リンクの期待値を $q(u, k, N)$ とおくと

$$q(u, k, N) = \sum_{i=1}^{[N/2]} P(i, N) \{q(u, k, i) + q(u, k, N-i)\} \quad (6)$$

$$2^{u-1} \leq k \leq N-1, \quad q(u, k, 1) = 0 \quad k < 1$$

$$q(2, 2, 2) = q(2, 3, 3) = 1$$

$$q(2, 1, 2) = q(3, 1, 3) = q(3, 2, 3) = 0$$

$$q(u, N, N) = Q(u, N)$$

ただし $Q(u, N)$ は、 $Z=N$ の河道網における最下流の河道が位数 u をとる確率で、次式により得られる。

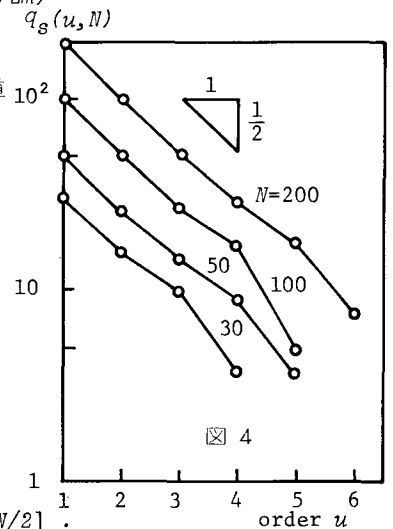
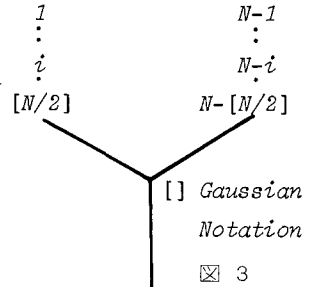
$$U_i = 1 \quad Q_{k, N}^i = P(i, N) Q(k, N-i)$$

$$U_i \geq 2$$

$$Q_{k, N}^i = \begin{cases} P(i, N) \{Q(k, i) \sum_{j=2}^{k-1} Q(j, N-i) + Q(k, N-i) \sum_{j=2}^{k-1} Q(j, i) + Q(k-1, i) Q(k-1, N-i)\} & (3 \leq k \leq U_i + 1) \\ P(i, N) Q(k, N-i) & (k \geq U_i + 2) \end{cases} \quad (7)$$

表 2 米国における実測例 (Yang)

| 河川名 | 分岐比 R_b | 流長比 R_l | 勾配比 R_s | 面積比 R_A | 落差比 R_p |
|-------------------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| Big Muddy, Ill. | 3.287 | 2.092 | 2.065 | 2.907 | 0.987 |
| Big Sandy, Ky. | 3.931 | 2.415 | 2.423 | 4.926 | 1.003 |
| Colorado, Colo. | 4.104 | 2.141 | 2.115 | 5.025 | 0.988 |
| Kaskaskia, Ill. | 4.055 | 2.123 | 2.094 | 4.367 | 0.986 |
| Mackinaw, Ill. | 3.877 | 1.980 | 1.929 | 3.831 | 0.974 |
| Merrimack, N.H. | 4.468 | 2.558 | 2.612 | 3.509 | 1.021 |
| Neches, Tex. | 4.787 | 2.463 | 2.455 | 3.759 | 0.997 |
| Roanoke, N.C. | 4.306 | 2.101 | 2.100 | 5.155 | 1.000 |
| Rogue, Oreg. | 3.721 | 2.066 | 2.123 | 3.236 | 1.028 |
| Sangamon, Ill. | 3.736 | 1.852 | 1.866 | 3.289 | 1.008 |
| Spoon, Ill. | 3.999 | 2.110 | 1.904 | 3.436 | 0.902 |
| Susquehanna, N.Y. | 3.987 | 2.342 | 2.532 | 4.149 | 0.081 |
| Vermilion, Ill. | 3.967 | 1.905 | 1.809 | 2.320 | 0.950 |
| White, Ind. | 4.513 | 2.353 | 2.349 | 4.149 | 0.998 |



ここに U_i, U_{N-i} は、 $P_s(i, N-i)$ のパターンの河道網において magnitude $i, (N-i)$ の流域の最大位数で
 $U_i = [\text{Log}_2 2i]$, $U_{N-i} = [\text{Log}_2 2(N-i)]$ (8)
 $Z=N$ の河道網における位数 u の内部リンクの期待値 $q_s(u, N)$ は

$$q_s(u, N) = \sum_{k=2^{u-1}}^N q(u, k, N) \quad \dots\dots\dots (9)$$

又、 $Z=N$ の河道網の内部リンク数は、 $N-1$ なので (10) 式が成立している。 $q_s(u, N)$ の計算結果を図4

$$\sum_{u=2}^{[\text{Log}_2 2N]} \sum_{k=2^{u-1}}^N q(u, k, N) = N-1 \quad \dots (10) \quad \frac{q_s(u, N)}{q_s(u-1, N)} = \frac{1}{2} \quad \dots\dots\dots (11)$$

に示す。図によると (11) 式が成立しており、高棟の導いた $1/2$ 則を得る。一方、 $Z=N$ の流域を考えると、流域は種々の位数からなる部分流域により構成されている。 $E\{M_{N,u}\}$ をこれら位数 u の部分流域数の期待値 (誘導式は後述) とおくと $1/4$ 則が得られる。(12) 式の $E\{M_{N,u}\}$ は、(1) 式の N_u に相当しているので分岐比の期待値が4となることわかる。内部リンクの平均的長さを \bar{L}_{in} とおくと、位数 u の平均河道長 \bar{L}_u は $u \geq 2$ とし (13) 式を得る。

$$\frac{E\{M_{N,u}\}}{E\{M_{N,u-1}\}} = \frac{1}{4} \quad \dots\dots\dots (12) \quad \bar{L}_u = \frac{\sum_{k=2^{u-1}}^N q(u, k, N) \bar{L}_{in}}{E\{M_{N,u}\}} \quad \dots\dots\dots (13)$$

したがって (2) 式の R_L は (13) 式を用いて

$$\bar{L}_u = \frac{\bar{L}_{u+1}}{\bar{L}} = \frac{E\{M_{N,u}\} \sum_{k=2^u}^N q(u+1, k, N)}{E\{M_{N,u+1}\} \sum_{k=2^{u-1}}^N q(u, k, N)} = 2 \quad (14)$$

$u=1$ の時、magnitude 1 のリンクと位数1位の河道は一致しているので、外部リンクの期待値を \bar{L}_{ex} とし R_L を求めると

$$R_L = \frac{\bar{L}_2}{\bar{L}_1} = \frac{\sum_{k=2}^N q(2, k, N) \bar{L}_{in}}{E\{M_{N,2}\} \bar{L}_{ex}} \quad \dots\dots (15)$$

したがって $R_L = \bar{L}_2 / \bar{L}_1$ を求める時のみ、外部リンクと内部リンクの平均長間の関係式が必要である。 α を定数として (16) 式を仮定すると (15) 式は (17) 式となる。

$$\bar{L}_{ex} = \alpha \bar{L}_{in} \quad \dots\dots (16) \quad R_L = \frac{\sum_{k=2}^N q(2, k, N)}{E\{M_{N,2}\} \alpha} \quad \dots\dots\dots (17)$$

$E\{M_{N,u}\}$ は、次式により得られる。

$$E(M_{N,k}) = \sum_{i=1}^{[N/2]} P(i, N) \{E(M_{i,k}) + E(M_{N-i,k}) + Q(k-1, i) Q(k-1, N-i)\}$$

$$E(M_{1,2}) = 0, \quad E(M_{2,2}) = E(M_{3,2}) = 1$$

$$E(M_{j,k}) = 0 \quad j+1, 2, \dots, (2^{k-1}-1) \quad k \geq 3 \quad \dots\dots\dots (18)$$

$$E(M_{N,1}) = N$$

図5は magnitude N と R_L の関係を図示したものである。図において $u=1$ の場合、(17) 式に示すように R_L は定数 α にも関係している。表1の右側の欄は島野による実測例である。実測によると α は、1.5 近

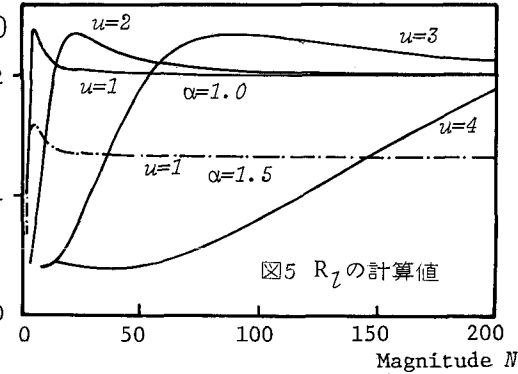


図5 R_L の計算値

傍の値である。図5において $u=1$ の時、実線は $\alpha=1$ の場合で、破線は $\alpha=1.5$ の場合を示す。表1,2によると R_L の値は2前後であり、 $u=1$ の場合 $\alpha=1$ とした方が実測の R_L に近い値をとっている。 α の値は地形図において河道の始点(水源)をどこにとるかにより異なる。

表3は、石狩川,十勝川,天塩川の上流部において著者らが測定した結果である。測定にあたっては、国土地理院発行の5万分の1地形図を用いて、水源を地形図に記載されている河道の最上流端として測定した。この場合には $\alpha=1$ の値を得た。水源の位置

表 3

| 河川名 | \bar{L}_{ex} | \bar{A}_{ex} |
|-----|----------------|----------------|
| | \bar{L}_{in} | \bar{A}_{in} |
| 石狩川 | 0.930 | 1.373 |
| 十勝川 | 0.967 | 1.114 |
| 天塩川 | 1.051 | 1.261 |

を正確に指定することは困難であるが、河道長則を考えると地形図の河道の始点はほぼ妥当であると思われる。図5の結果は、実測値と極めて一致しており、河道長則は内部リンクの長さがmagnitude,位数に独立であることを示している。

次に集水面積則について吟味する。位数 u の流域の集水面積 A_u は、位数 u の河道の排水する面積なので次の量を定義する。 $V(u, k, N)$ を $Z=N$ の流域における位数 u , magnitude k の部分流域数の期待値とする。 $P_g(i, N-i)$ の河道網は複数個の河道網パターンより構成されており、表4に示すように $P_g(i, N-i)$ の河道網パターンの最大位数が表われる。このことを考慮すると $P_g(i, N-i)$ の河道網に生じる位数 u magnitude N の部分流域数 $V^i(u, k, N)$ は次式で表わすことができる。

$$\begin{aligned}
 V^i(u, k, N) &= P(i, N) V(u, k, N-i) & 1 \leq u_i \leq u \\
 V^i(u, i, N) &= P(i, N) V(u, k, i) + V(u, k, N-i) & u_i \geq u+1 \\
 V(u, i, N) &= P(i, N) Q(u, i) \sum_{j=u}^{U_{N-i}} Q(j, N-i) \\
 V(u, N-i, N) &= P(i, N) Q(u, N-i) \sum_{j=u}^{U_i} Q(j, i) \\
 V(u, N, N) &= Q(u, N) \\
 2^{u-1} \leq k \leq N-i-1 &, & k=i \\
 V(u, k, i) &= 0 &, & k \geq i+1 \\
 V(2, 2, 2) &= V(2, 3, 3) = 1 &, & V(2, 2, 3) = 0
 \end{aligned} \tag{19}$$

表 4 $P_g(i, N-i)$ の河道網パターンの最大位数の生起過程

| i | $N-i$ | | | |
|------------|-------|---|------|-----------|
| | 2 | 3 | 3... | U_{N-i} |
| 1 | 2 | 3 | 3... | U_{N-i} |
| $i \geq 2$ | | | | |
| i | $N-i$ | | | |
| | 2 | 3 | 3... | U_{N-i} |
| 2 | 3 | 3 | 3... | U_{N-i} |
| 3 | 3 | 4 | 4... | U_{N-i} |
| 3 | 3 | 4 | 4... | U_{N-i} |
| ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ |
| U_i | U_i | ⋮ | ⋮ | ⋮ |

$V(u, k, N)$ は、 $V^i(u, k, N)$ を i について加えたものなので

$$V(u, k, N) = \sum_{i=1}^{[N/2]} V^i(u, k, N) \quad 2^{u-1} \leq k \leq N \tag{20}$$

$V(u, k, N)$ を k について加えた量は、 $Z=N$ の流域における位数 u の部分流域数の期待値を示すので

$$E\{M_{N,u}\} = \sum_{k=2^{u-1}}^N V(u, k, N) \quad \dots \dots \tag{21}$$

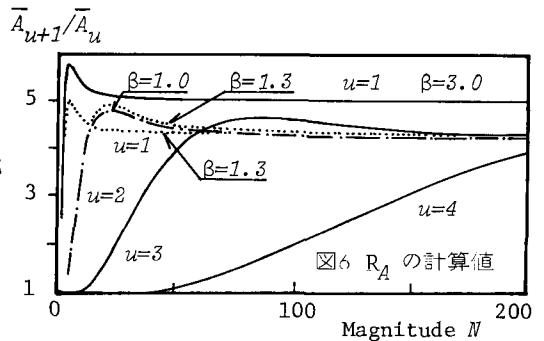
magnitude N の河道網は N 個の外部リンク, $N-1$ 個の内部リンクより成っている。 $\bar{A}_{ex}, \bar{A}_{in}$ をそれぞれ外部リンク,内部リンクを含む流域の平均集水面積とすると、 $Z=N$ の流域の平均集水面積は

$$\bar{A}_N = (\bar{A}_{ex} + \bar{A}_{in})N - \bar{A}_{in} \quad \dots \dots \tag{22}$$

位数 u の部分流域の集水面積の期待値 \bar{A}_u は $V(u, k, N)$ を用いて

$$\bar{A}_u = \frac{1}{E\{M_{N,u}\}} \sum_{k=2^{u-1}}^N \{(\bar{A}_{ex} + \bar{A}_{in})k - \bar{A}_{in}\} V(u, k, N) \quad \dots \dots \tag{23}$$

したがって面積比 R_A は



$$R_A = \frac{\bar{A}_{u+1}}{\bar{A}_u} = \frac{E\{M_{N,u}\} \sum_{k=2}^N \{(\bar{A}_{ex} + \bar{A}_{in})^k - \bar{A}_{in}^k\} V(u+1, k, N)}{E\{M_{N,u+1}\} \sum_{k=2}^N \{(\bar{A}_{ex} + \bar{A}_{in})^k - \bar{A}_{in}^k\} V(u, k, N)} \dots (24)$$

上式より R_A の値を求めるには \bar{A}_{ex} と \bar{A}_{in} の関係式が必要である。β を定数として次式を仮定すると
 $\bar{A}_{ex} = \beta \bar{A}_{in}$ (25)
 したがって、 R_A は

$$R_A = \frac{1}{E\{M_{N,u+1}\} \sum_{k=2}^N \{(1+\beta)k-1\} V(u, k, N)} E\{M_{N,u}\} \sum_{k=2}^N \{(1+\beta)k-1\} V(u+1, k, N) \dots (26)$$

$u=1$ の時、上式の R_A は

$$R_A = \frac{\bar{A}_2}{\bar{A}_1} = \frac{1}{\beta E\{M_{N,2}\} \sum_{k=2}^N \{(1+\beta)k-1\} V(u, k, N)} \dots (27)$$

図7に面積比 R_A の計算結果を示す。実測によるとβの値は、αの値より若干小さい。計算によると R_A の値は、位数 u が大きいと $\beta=1.0 \sim 1.5$ の範囲でその値に変化がない。 $u=1, 2$ の時βの値によって R_A が若干変化する。図7において、実線はβ=1.0, 破線はβ=1.3 の場合である。実測例に近いβ=1.3を用いた時、表1, 2の R_A に一致する結果を得た。したがって、(4)式の集水面積則は(22)式に変換されることがわかる。

次に河道勾配則であるが、Flint¹⁰の式を参照して $Z=N$ の流域の最下流の河道勾配を S_N とおくと、次式を仮定する。

$$S_N = \gamma(2N-1)^{-\delta} \dots (28)$$

位数 u の河道の平均勾配は

$$\bar{S}_u = \frac{\sum_{k=2}^N \sum_{u=1}^{k-1} q(u, k, N) \{\gamma(2k-1)^{-\delta}\}}{\sum_{k=2}^N \sum_{u=1}^{k-1} q(u, k, N)} \dots (29)$$

となる。したがって、河道勾配比 $R_g = \bar{S}_u / \bar{S}_{u+1}$ を求めることができる。(28)式のγは R_g に関係なく
 図7は、 $\delta=0.5$ として計算したもので表1, 2の実測値とも一致しており、(28)式の妥当性を示している。

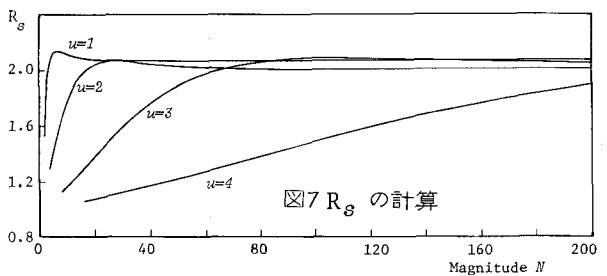


図7 R_g の計算

3 出水特性

Kinematic Wave Theory に基づく出水解析などでは、図8に示すように複雑な山腹斜面を矩形斜面上に置換して基礎式を解くことが多い。矩形斜面では、ある時間に斜面上端よりの到達距離が斜面上のどの地点においても同じなので、河道流出量が過大に計算されることになる。実際の計算では斜面長のみならず斜面勾配、粗度などが関係するが、ここでは特に斜面長、勾配に注目して考察する。

斜面長と勾配を同時に表わす指標としてPypsometric Curveを採用する。これは図9に示すように相対高度 h/H と相対面積 a/A をそれぞれ縦軸、横軸にプロットしたものである。magnitude 1 の流域を対象として、河道に沿って50m毎に等高線に直角に分水界まで求めた距離を斜面長とし、標高差から斜面角を求めた。図10, 11は2万5千分の1の地形図を用いて、十勝川の上流部において斜面長、斜面角を正規確率

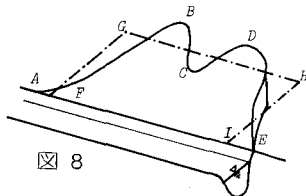
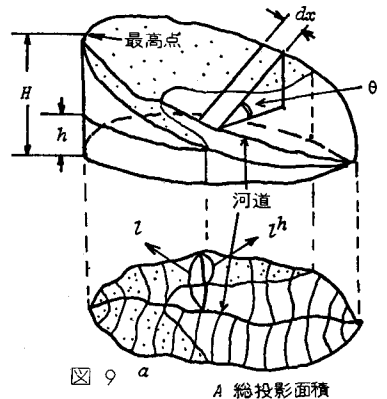


図8

図9

A 総投影面積

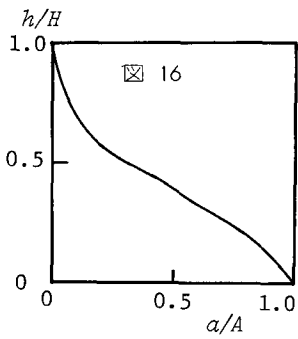
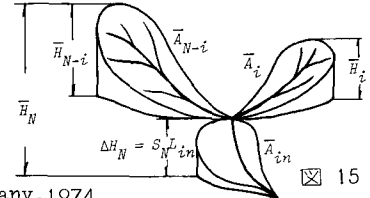
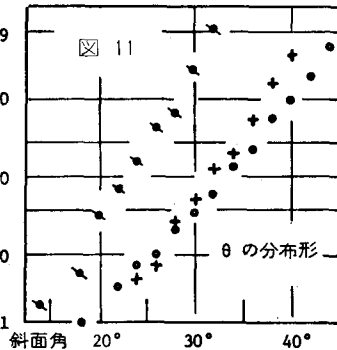
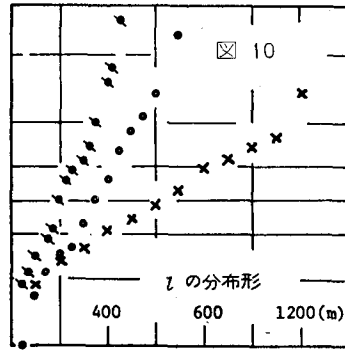
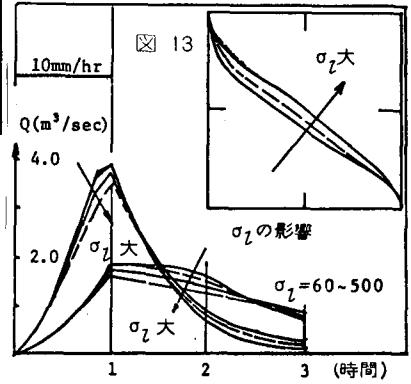
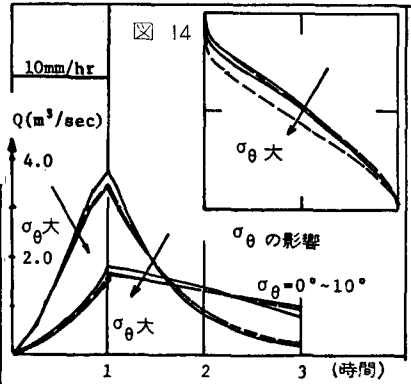
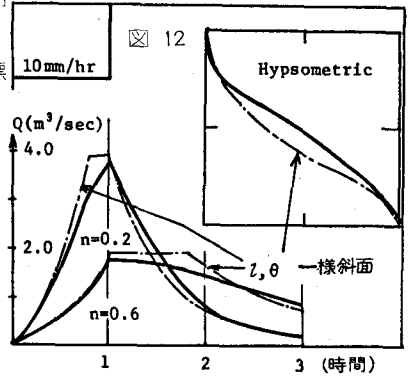
紙にプロットしたものである。斜面角 θ , 斜面長 l ともに正規分布に近い分布をしている。図12は矩形斜面と実際の斜面の流出量と Pypso.C. を比較したものである。図13, 14は、斜面長, 斜面角の標準偏差と流出量の関係を示している。いずれの図も θ, l を一定値とすると過大な流出量を計算していることになる。

$$f_N^i \left(\frac{h}{H_N} \right) = \begin{cases} \frac{A_{N-i}}{A_N} f_{N-i} \left(\frac{h}{H_{N-i}} \right) & h > \bar{H}_i \\ \frac{1}{A_N} \left\{ f_i \left(\frac{h}{H_i} \right) A_i + f_{N-i} \left(\frac{h}{H_{N-i}} \right) A_{N-i} \right\} & \bar{H}_i > h \end{cases}$$

$$f_N \left(\frac{h}{H_N} \right) = \sum_{i=1}^{[N/2]} P(i, N) f_N^i \left(\frac{h}{H_N} \right)$$

..... (30)

実流域と単純化した流域の Pypso.C. の差異と流出量の関係が明らかでない。Pypso.C. についても従来あまり研究されていない。図15は $P_g(i, N-i)$ の流域を模式的に示したもので、図15と前章の結果から (30) 式の理論 Pypso.C. を誘導できる。図16は、(30) 式の計算結果である。



参考文献

- 1) Eagles, P.S. : Dynamic Hydrogy, McGrawHill Book Company, 1974
- 2) 高山茂美 : 河川地形, 共立出版, 1974
- 3) Yang C.T. : Potential Energy and Stream Morphology, W.R.R. Vol.7, 1971
- 4) Scheidegger A.E. : The Algebra of Stream Order Number, U.S.G.S. Prof. Paper, 525B, 1971
- 5) Shreve R.L. : Statistical Law of Stream Number, J.Geol., 1966
- 6) 藤田 : 流域地形構造とその統計則に関する基礎的研究, 土木学会論文報告集 Vol.234, 1975
- 7) 藤田 : 河道網における支流の分布特性に関する研究, 土木学会論文報告集 Vol.246, 1976
- 8) 岩佐, 小林, 棚橋 : 河道ネットワーク構造に関する基礎的研究, 土木学会年講, 1975
- 9) 石原, 高棹, 瀬能, 河道配列の統計則に関する基礎的研究, 京大防災研年報, 1969
- 10) Flint J.J. : Stream Gradient as a Function of Order, Magnitude and Discharge, W.R.R., 1974