

河川水温の時系列解析

北見工業大学 正員 佐渡公明

1. まえがき

河川水温は、農業用水、上水道、工業用水による汚染あるいは魚の増殖といった問題に関連して近年ますます重要性をまじてきた。また、筆者は寒冷地方に特有な冬期の河川結氷に関する模型実験を恒温室で行っているが、この河川の結氷日を予測する場合にも水温予測が必要になる。

ところで、河川水温の予測には、2つの立場があると思われる。第一は、系の熱収支を表わす基礎微分方程式を解いて決定論的に予測する方法である¹⁾。第二は、水温の時系列モデルによる統計的予測や²⁾、気温・水温と系の入・出力とするインパルス応答モデル³⁾による確率論的手法などの非決定論的立場である。前者の方程式を解く場合には、熱移動を正確にしかも数値解析できるように記述するには、長波・短波放射、顕熱、潜熱などと水温のどのような関数で表わすかが問題である。

本報告では、常呂川・若松橋で観測した水温時間資料の時系列解析を試み、時系列モデルの適用性を述べる。次に、この水温時系列構造と同地点で得られた気温・地温資料による気温・地温の時系列構造の比較検討を行うものがある。

2. 水温の時系列モデル

始めに本報告で用いた水温時間資料は、常呂川・若松橋で観測した1977年4月13日の1時から9月29日24時まで、時間間隔 $\Delta t = 1 \text{ hr}$ の4080個がある。時系列理論では、傾向成分、周期成分、確率変動成分の三つに分解されるので、水温資料に対し式(1)の時系列モデルを考える。

$$Y_t = T_t + P_t + \varepsilon_t \text{ --- (1)}$$

ここに、 Y_t : 時刻 t の水温、 T_t : 傾向成分、

P_t : 周期成分、 ε_t : 確率変動成分

一般に河川水温は、気温の影響を強く受け、周期成分は年周期と日周期が卓越するが、ここでの観測資料は一年に満たないため式(1)の傾向成分(季節変動成分)は年周期変動の一部を構成することになる。 T_t として2次曲線モデルを考え、最少二乗法によって

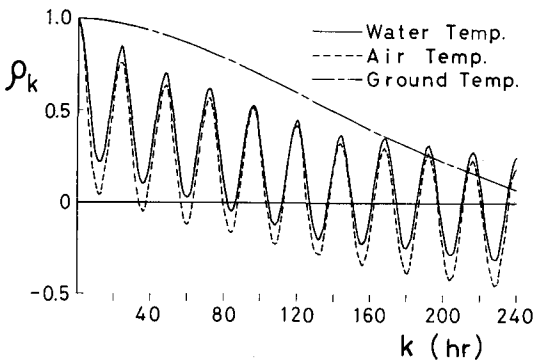


図-1 Rtのコレログラム

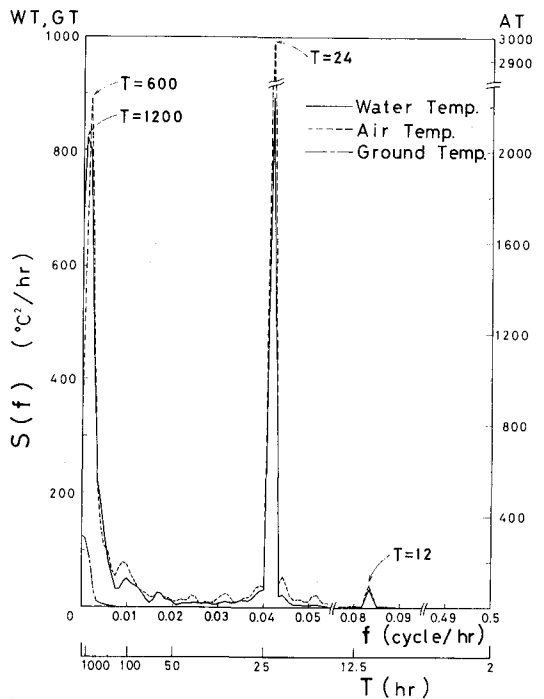


図-2 Rtのスペクトル

式(2)が得られる。

$$\hat{T}_t = 0.92 + 0.1419 \times 10^{-1}t - 0.2695 \times 10^{-5}t^2 \quad \text{--- (2)}$$

次に、次式のように水温原系列から傾向成分を除去した系列を R_t とする。

$$R_t = Y_t - T_t \quad \text{--- (3)}$$

R_t のコログラムとスペクトルをそれぞれ図-1, 図-2の実線を示す。これらから、日周期が卓越しており、他に1200hr, 12hrが認められ微弱ながら100hr, 60hrの周期が存在する。そこで、 R_t として次の $\omega = 1200$ hrを基本周期とするフーリエ級数をあてはめると、

$$R_t = A_0 + \sum_{i=1}^n C_i \cos\left(\frac{2\pi i}{\omega}t + \theta_i\right) \quad \text{--- (4)}$$

係数 C_i は $n = \omega/Z = 600$ 組計算されるが、そのうち分散 C_i^2/Z が大きい調和項を示したのが表-1である。これより、 P_t として表-1の分散が大きい上位3組の調和項を取ることにすれば、 P_t は式(4)の $i=1, 50, 100$ の3項で表わされる周期成分となる。なお、 A_0 は -0.043 である。 T_i は各調和項の周期である。

次に、確率変動成分 ε_t を求めるために、

$\varepsilon_t = Y_t - T_t - P_t$ のコログラムとスペクトルを示したのが図-3, 図-4である。これらの曲線から ε_t には、式(5)の1次自己回帰過程が適合すると思われる。⁴⁾

$$\varepsilon_t = \rho_1 \varepsilon_{t-1} + \eta_t \quad \text{--- (5)}$$

ここに、 η_t は純偶発成分、 ρ_1 は遅れ1hrの自己相関係数である。なお、 ε_t と η_t の分散 $S_\varepsilon^2, S_\eta^2$ の間には次の関係(解析効果)がある。

$$1 - \frac{S_\eta^2}{S_\varepsilon^2} = \rho_1^2 \quad \text{--- (6)}$$

純偶発成分 η_t については、平均がゼロ・分散1の系列 η_t に基準化し歪度、尖度を求めピアソン系分布で表わすこともできるが表-2に示すように S_η^2 が小さいので、これ以上のモデル化は不必要に思われる。なお、 η_t と η_t' の間には次の関係がある。

$$\eta_t = (1 - \rho_1) \bar{\varepsilon} + \sqrt{1 - \rho_1^2} S_\varepsilon \eta_t' \quad \text{--- (7)}$$

ここに、 $\bar{\varepsilon}$ は ε_t の平均である。気温 X_t 、地温 Z_t についても全く同様に、その時系列構造を定めることができる。以上により、水温・気温・地温の各成分が占める割合を分散によって示したのが表-2である。気温・地温の資料は、水温と同じ期間内のものである。また、その観測地点は、気温は水温と同じく常呂川・若松橋で

表-1 R_t のフーリエ級数の分散, 位相角

i	T_i (hr)	C_i^2/Z	θ_i (rad)
1	1200	0.888	0.056
12	100	0.001	0.202
20	60	0.036	-0.793
50	24	2.867	-1.973
100	12	0.099	1.093

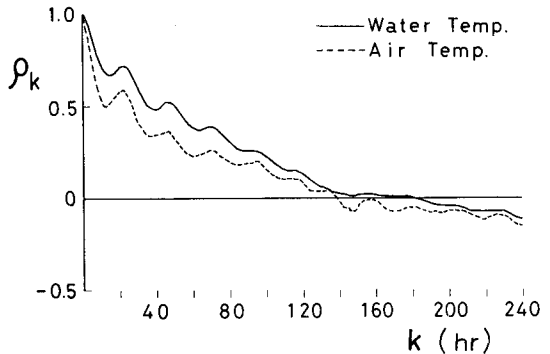


図-3 ε_t のコログラム

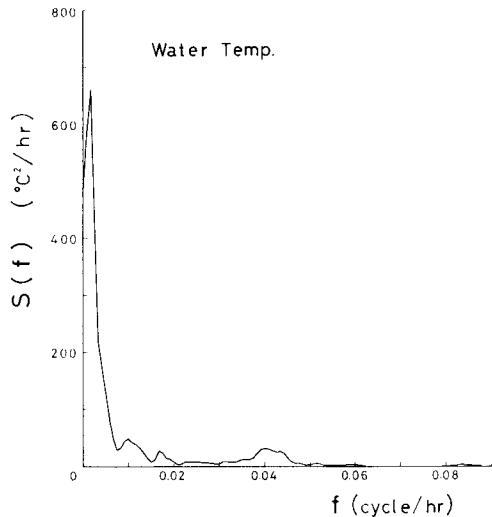


図-4 ε_t のスペクトル

表-2 各成分の分散の割合 ($\Delta t = 1$)

成 分	気 温 X_t	水 温 Y_t	地 温 Z_t
原 系 列	50.94°C ² 100 %	35.02°C ² 100 %	24.76°C ² 100 %
傾 向 成 分 T_t	43.5	72.3	97.8
周 期 変 動 成 分 P_t	25.6	11.0	0
1次自己回帰過程 ε_t	29.0	16.4	2.2
純偶発成分 η_t	1.9	0.3	0

地温は同地点の右岸より10.3m離れ、地面下0.5mの位置がある。表-2より、傾向成分は X_t, Y_t, Z_t の順に大きくなるが、他の成分は X_t, Y_t, Z_t の順に小さくなることが分かる。また、地温は傾向成分が98%と大部分を占め P_t, η_t はゼロである。

ところで原系列から T_t, P_t を除去した系列の ρ_1 の値は、 X_t, Y_t, Z_t に対しそれぞれ0.969, 0.992, 0.999である。この ρ_1 が大きいほど持続性が大きいので、 X_t, Y_t, Z_t の順に持続性が大きいことになる。地温の資料を見ると、変動が非常に小さく、ほぼ直線的に変化しているのと同じ結果は、推測のつくところである。

3. 水温予測

式(1)に式(5), (7)を代入すれば

$$Y_t = T_t + P_t + \rho_1 \varepsilon_{t-1} + (1 - \rho_1) \bar{E} + \sqrt{1 - \rho_1^2} S \varepsilon \eta_t^2 \quad \text{--- (8)}$$

が得られる。式(8)より1, 2, 3時間先の水温予測式は次のようになる。

$$Y_{t+1} = T_{t+1} - \rho_1 T_t + P_{t+1} - \rho_1 P_t + \rho_1 Y_t + (1 - \rho_1) \bar{E} + \sqrt{1 - \rho_1^2} S \varepsilon \eta_{t+1}^2 \quad \text{--- (9)}$$

$$Y_{t+2} = T_{t+2} - \rho_1^2 T_t + P_{t+2} - \rho_1^2 P_t + \rho_1^2 Y_t + (1 - \rho_1^2) \bar{E} + \rho_1 \sqrt{1 - \rho_1^2} S \varepsilon \eta_{t+1}^2 + \sqrt{1 - \rho_1^2} S \varepsilon \eta_{t+2}^2 \quad \text{--- (10)}$$

$$Y_{t+3} = T_{t+3} - \rho_1^3 T_t + P_{t+3} - \rho_1^3 P_t + \rho_1^3 Y_t + (1 - \rho_1^3) \bar{E} + \rho_1^2 \sqrt{1 - \rho_1^2} S \varepsilon \eta_{t+1}^2 + \rho_1 \sqrt{1 - \rho_1^2} S \varepsilon \eta_{t+2}^2 + \sqrt{1 - \rho_1^2} S \varepsilon \eta_{t+3}^2 \quad \text{--- (11)}$$

純偶発成分が全変動に占める割合は0.3%と小さいので無視し、2.で得られた各成分を式(9)に代入すれば、1時間先の水温予測式は

$$\begin{aligned} \hat{Y}_{t+1} = & 0.007 + 0.142 \times 10^{-1} (t+1) - 0.270 \times 10^{-5} (t+1)^2 - 0.913 \times 10^{-1} + 0.267 \times 10^{-5} t^2 \\ & + 1.333 \cos \left\{ \frac{2\pi}{1200} (t+1) + 0.056 \right\} + 2.394 \cos \left\{ \frac{2\pi}{24} (t+1) - 1.973 \right\} \\ & + 0.445 \cos \left\{ \frac{2\pi}{12} (t+1) + 1.093 \right\} - 1.332 \cos \left(\frac{2\pi}{1200} t + 0.056 \right) \\ & - 2.375 \cos \left(\frac{2\pi}{24} t - 1.973 \right) - 0.441 \cos \left(\frac{2\pi}{12} t + 1.093 \right) + 0.992 Y_t \quad \text{--- (12)} \end{aligned}$$

となる。同様に、 $\hat{Y}_{t+2}, \hat{Y}_{t+3}$ も得られ、気温・地温に対しても全く同様である。

式(12)より、1時間先の水温を予測した結果の一部が図-5である。また、予測の精度として実測水温 Y_{t+l} と予測水温 \hat{Y}_{t+l} ($l = 1, 2, 3$)との残差の標準偏差を示したのが表-3である。この表-3には、気温と地温の予測の精度も載せてある。これから、1時間先の水温予測は±0.3°C程度で予測できるが、2時間先となると予測精度は半減することが分かる。また、気温は当然ながら予測精度は最も悪く、地温は3時間先でも実用的に充分な精度で予測できると云える。

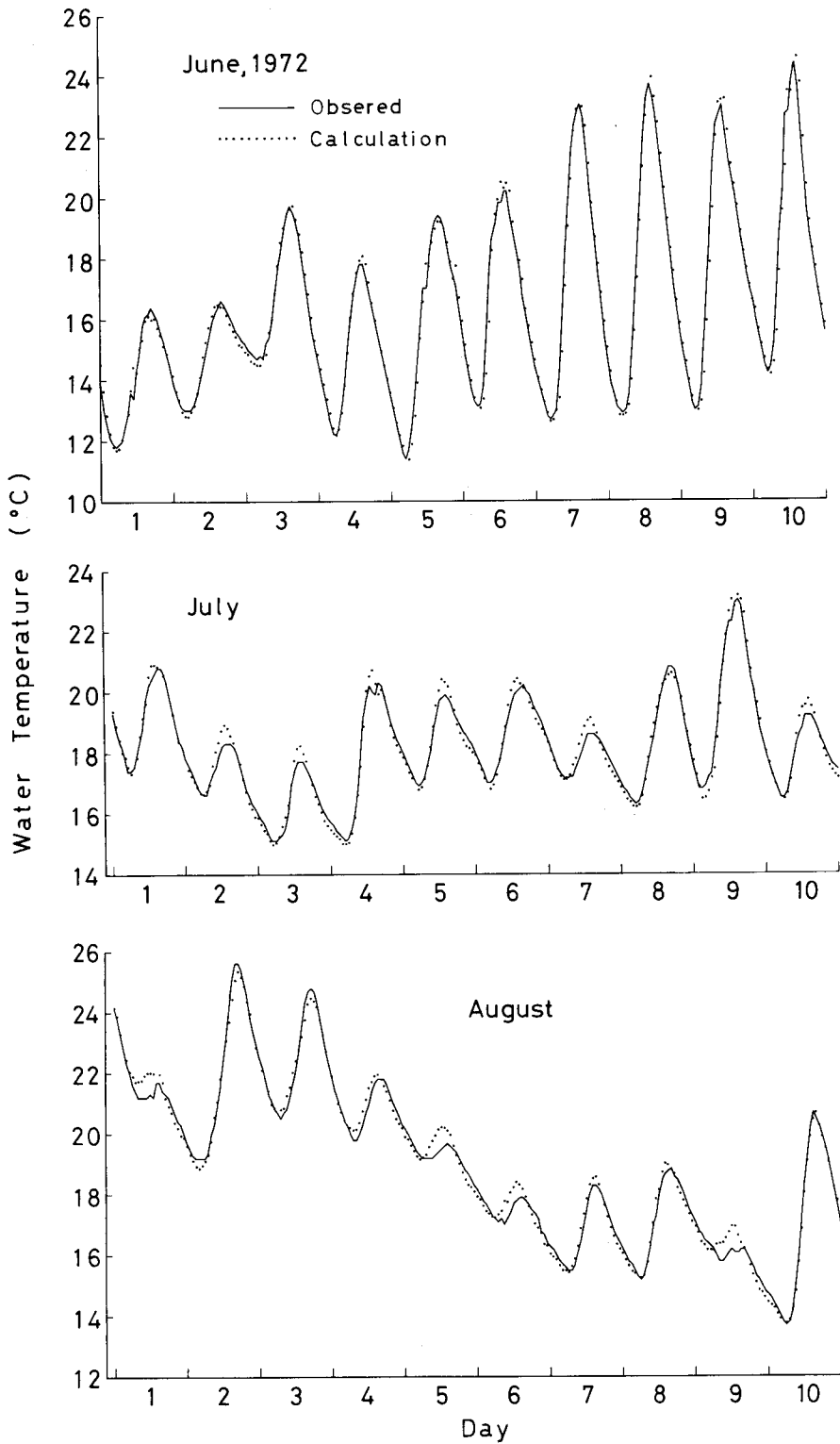


図-5 水温予測の一例 ($l = 1 \text{ hr}$)

表-3 予測の精度

予測時間	気温 X_t	水温 Y_t	地温 Z_t
1時間先	0.97°C	0.31°C	0.025°C
2時間先	1.52	0.57	0.035
3時間先	1.97	0.81	0.042

表-4 各成分の分散の割合 ($\Delta t = 1$ 日)

	水 温 Y_t	
原 系 列	6.28°C ²	100 %
傾 向 成 分 T_t		90.4
周 期 変 動 成 分 P_t		1.1
1次自己回帰過程 ε_t		2.0
純偶発成分 η_t		6.5

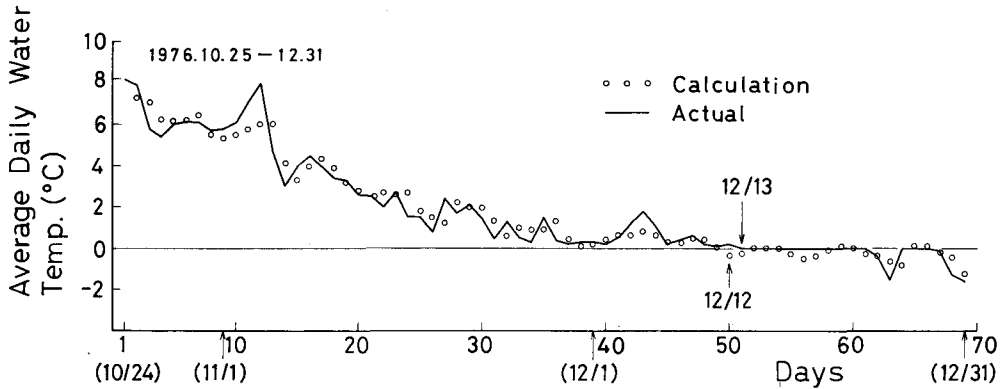


図-6 冷却期の水温予測 ($\Delta t = 1$ 日, $l = 1$ 日)

次に、筆者が興味を有している冬期の河川結氷の予測に関連して、日平均水温が0°Cになる期日を予測した一例が図-6で、1日先の日平均水温を予測したものである。このときの水温資料は、前と同じ常呂川・若松橋に於て、1976年10月24日～12月31日までの $\Delta t = 1$ 日とした日平均水温である。なお、水温予測は、 t を日単位として次式のようになる。

$$\hat{Y}_{t+1} = 3.822 - 0.140t + 1.222 \times 10^{-3}t^2 + 0.374 \cos \left\{ \frac{2\pi}{6}(t+1) + 0.339 \right\} - 0.177 \cos \left(\frac{2\pi}{6}t + 0.339 \right) + 0.473 Y_t \quad \text{--- (13)}$$

図-6より、日平均水温が0°Cに到達したのは実際には、12月13日であるが、予測は12月12日と1日ずれているにすぎない。表-4には、このときの各成分の占める割合を示しているが、 $\Delta t = 1$ 日としたため平滑化の影響が現われ、傾向成分が90%もある。

4. あとがき

以上、河川水温の時系列解析を述べたが、本報では充分説明できなかった各成分に対する時間間隔 Δt の影響や水温と気温との相互相関、クロススペクトルについては、別の機会に発表する予定がある。今後の課題としては、まごきにも記しておいた熱収支方程式を解く方法による水温予測の研究も進め、非決定論的方法との比較検討を行い、最も精度の良い水温予測手法を見出すことである。いずれにしても、水温に関する連続した資料は、流量や雨量と違い他からは簡単に得られないうので、水温観測を今後とも続け数年間の資料を集める考えである。

最後に、本計算は北海道大学大型計算機センターのFACOM 230-75を使用し行った。

参考文献

- 1) 新井 正・西沢利栄：水温論，共立出版，1974.
- 2) 佐藤晃三・青木貞寛：温水路水温の時系列解析，農業土木学会論集，66号，1976.
- 3) 佐渡公明・坂下正幸：河川水温の予測について，才32回土木学会年講，1971.
- 4) 岸 力：線形確率過程の解析と予測，才11回水工学に関する夏季研修会講義集，1975.