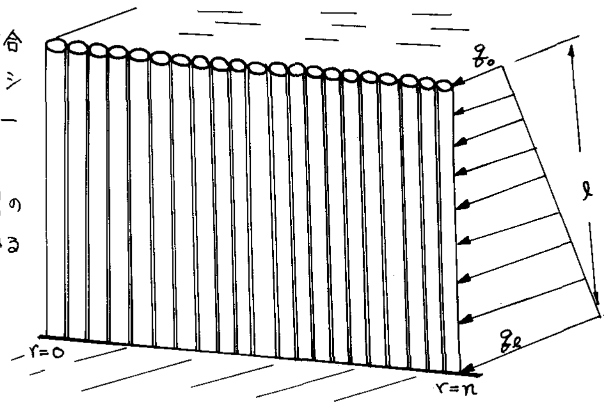
水平鋼管矢板構造の継手効果について

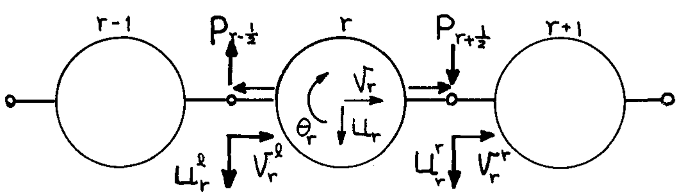
北海道大学　正員　能町純雄
苫小牧高専　正員　○澤田知之
北海道開発コンサルタント　正員　佐藤　隆

1　まえがき

鋼管要素が互いに軸方向にヒンヂ結合された弾性床上の平面構造は，従来のシートパイルに替わり，剛性の大きいシートパイルとして用いられて来ている。本論は，この種の基礎構造の杭要素間の継手における joint 効率の評価を試みるものである。



2. 解析概要



杭要素図　　　全体図

図-1

図-1 に示す如くに，変位，力の関係を取り，要素の断面は不変とする。又，ヒンヂ継手は鋼管の直径に付いているものとし，節点力と変位の関係は，joint 効率 k_T, k_N を，それぞれ接線方向，ラジアル方向（垂直方向）のずれに比例する伝達力の係数と考えれば

$$P_{r+\frac{1}{2}} = k_N\cdot\left[\left\{U_{r+1}(x) - \theta_{r+1}(x)\cdot a\right\} - \left\{U_r(x) + \theta_r(x)\cdot a\right\}\right] \qquad (1)$$

$$T_{r+\frac{1}{2}} = k_T\cdot\left[\left\{V_{r+1}(x) - \cos\theta_{r+1}(x)\cdot a\right\} - \left\{V_r(x) - \cos\theta_r(x)\cdot a\right\}\right] \qquad (2)$$

よって，水平，垂直，捩りの各々の力の釣り合い式は，次の3式で示される。

$$EI\cdot\ddddot{U}_r(x) + K\cdot D\cdot U_r(x) = N_r(x) + \left(P_{r+\frac{1}{2}} - P_{r-\frac{1}{2}}\right) \qquad (3)$$

$$EI\cdot\ddddot{V}_r(x) + K\cdot D\cdot V_r(x) = T_r(x) + \left(T_{r+\frac{1}{2}} - T_{r-\frac{1}{2}}\right) \qquad (4)$$

$$GJ\cdot\ddot{\theta}_r(x) = m_r(x) + \left(P_{r+\frac{1}{2}} + P_{r-\frac{1}{2}}\right)\cdot a \qquad (5)$$

ここで，EI：曲げ剛性　kg·cm²　　N_r, T_r, m_r：各々の方向における外力（分布力）　　D：鋼管直径　cm
K：地盤反力係数　kg/cm³　　GJ：捩り剛性　kg·cm²　　a：鋼管半径＋継手長さ　cm
$\ddddot{U}_r(x) = \partial^4 U_r(x)/\partial x^4$　　$\ddddot{V}_r(x)$：$\partial^4 V_r(x)/\partial x^4$　　$\ddot{\theta}_r(x) = \partial^2\theta_r(x)/\partial x^2$

故に，(3)(4)(5) に (1)(2) を代入して整理すると

$$EI\cdot \ddddot{U}_r(x) + KD\cdot U_r(x) = N_r(x) + K_N\cdot\left[\Delta^2 U_{r-1}(x) - a\cdot\bar{\Delta}\theta_{r-1}(x)\right] \qquad (6)$$

$$EI\cdot \ddddot{V}_r(x) + KD\cdot V_r(x) = T_r(x) + K_T\cdot\left[\Delta^2 V_{r-1}(x) - a\cdot\left\{\cos\theta_{r-1}(x) - 2\cos\theta_r(x) + \cos\theta_{r-1}(x)\right\}\right] \qquad (7)$$

$$GJ\cdot\ddot{\theta}_r(x) = M_r(x) + K_N\cdot\left[a\cdot\bar{\Delta}U_r(x) - a^2\left\{\Delta^2\theta_{r-1}(x) + 4\,\theta_r(x)\right\}\right] \qquad (8)$$

尚，ここで $D_i = 2\cdot\left(1-\cos\frac{i\pi}{n}\right)$　　$\Delta U_r = U_{r+1} - U_r$　　$\Delta^2 U_{r-1} = U_{r+1} - 2U_r + U_{r-1}$

$\bar{\Delta} U_r = U_{r+1} - U_{r-1}$

この構造では，面内力が作用していないので，$T_r = 0$ とおくことが出来る。従がって (7) 式から $V_r = 0$ となる。とにかく，式は軸方向には連続関数，水平方向には離散的変数で表現される微分差分方程式を解くことに，帰着する。このため軸方向に有限 Fourier-Sine 変換を，水平方向には Fourier 定和分変換を施こして，その像関数を求め，軸方向に有限 Fourier 逆変換を施こせば，次の様になる。

$$\begin{aligned}
\mathbb{S}_i[U_r(x)] = {} & \frac{2}{\pi}\frac{\ell^2}{\pi^2}\sum_{m=1}^{\infty}\frac{m(m^2-\varepsilon^2)}{m^6-\varepsilon^2 m^4+\lambda^4 m^2+\mu^4}\left\{(-1)^m\cdot\mathbb{S}_i[\ddot{U}_r(\ell)] - \mathbb{S}_i[\ddot{U}_r(0)]\right\}\cdot\sin m\pi\xi \\
& - \frac{2}{\pi}\sum_{m=1}^{\infty}\left\{\frac{1}{m} - \frac{\lambda^4 m^2+\mu^4}{m(m^6-\varepsilon^2 m^4+\lambda^4 m^2+\mu^4)}\right\}\left\{(-1)^m\cdot\mathbb{S}_i[U_r(\ell)] - \mathbb{S}_i[U_r(0)]\right\}\cdot\sin m\pi\xi \\
& - \frac{\ell^4 4a\cdot K_N}{\pi^5 EI}\sum_{m=1}^{\infty}\frac{m}{m^6-\varepsilon^2 m^4+\lambda^4 m^2+\mu^4}\left\{(-1)^m\,\mathbb{R}_i[\theta_r(\ell)] - \mathbb{R}_i[\theta_r(0)]\right\}\cdot\sin m\pi\xi \\
& + \frac{n\ell^4}{\pi^5 EI}\sum_{m=1}^{\infty}\frac{m^2-\varepsilon^2}{m(m^6-\varepsilon^2 m^4+\lambda^4 m^2+\mu^4)}\left\{q_0 - (-1)^m\cdot q_\ell\right\}\cdot\sin m\pi\xi \qquad (9)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\mathbb{R}_i[\theta_r(x)] = {} & -\frac{4\ell^2\nu^2}{\pi^3}\cdot\sin\frac{i\pi}{n}\cdot\sum_{m=1}^{\infty}\frac{m}{m^6-\varepsilon^2 m^4+\lambda^4 m^2+\mu^4}\left\{(-1)^m\cdot\mathbb{S}_i[\ddot{U}_r(\ell)] - \mathbb{S}_i[\ddot{U}_r(0)]\right\}\cdot\sin m\pi\xi \\
& + \frac{4}{\pi}\nu^2\cdot\sin\frac{i\pi}{n}\cdot\sum_{m=1}^{\infty}\frac{m^3}{m^6-\varepsilon^2 m^4+\lambda^4 m^2+\mu^4}\left\{(-1)^m\cdot\mathbb{S}_i[U_r(\ell)] - \mathbb{S}_i[U_r(0)]\right\}\cdot\sin m\pi\xi \\
& - \frac{2}{\pi}\sum_{m=1}^{\infty}\left\{\frac{1}{m} - \frac{-\varepsilon^2 m^4+\mu^4}{m(m^6-\varepsilon^2 m^4+\lambda^4 m^2+\mu^4)}\right\}\cdot\left\{(-1)^m\,\mathbb{R}_i[\theta_r(\ell)] - \mathbb{R}_i[\theta_r(0)]\right\}\cdot\sin m\pi\xi \\
& - \frac{n2\ell^2\nu^2}{\pi^5 EI}\sin\frac{i\pi}{n}\cdot\sum_{m=1}^{\infty}\frac{1}{m(m^6-\varepsilon^2 m^4+\lambda^4 m^2+\mu^4)}\cdot\left\{q_0 - (-1)^m\cdot q_\ell\right\}\cdot\sin m\pi\xi \qquad (10)
\end{aligned}$$

ここで，　$\nu^2 = \frac{K_N}{GJ}\cdot a^2\cdot\frac{\ell^2}{\pi^2}$　　　$\lambda^4 = \frac{K_N\cdot\ell^4}{EI\cdot\pi^4}\cdot\left(\frac{K\cdot D}{K_N} + D_i\right)$

$\varepsilon^2 = \nu^2\cdot(4 - D_i)$　　　$\sigma^4 = 2\left(1+\cos\frac{i\pi}{n}\right)\cdot D_i\cdot\frac{K_N\cdot\ell^4}{EI\cdot\pi^4}\cdot\nu^2$

$\mu^4 = \sigma^4 - \varepsilon^2\lambda^4$　　　$\xi = \frac{1}{\ell}\cdot x$　　ℓ：鋼管長 cm　　x：鋼管天端よりの任意の距離 cm

上式中，$\mathbb{S}_i[U_r(x)]$，$\mathbb{R}_i[\theta_r(x)]$ は，$U_r(x)$，$\theta_r(x)$ の Fourier 定和分変換で右辺の｛　　　｝の中は杭の上・下端の境界条件から決定される値である。4項目はいずれも図-1 からの様な，台形分布の土圧等による荷重項である。

3. 境界条件

今，天端（$x=0$）で自由，下端（$x=\ell$）で固定とし，各々 根元（下端）で変位が無いこと（$u_r(\ell)=0$）と，たわみ角が無い（$\dot{u}_r(\ell)=0$）ということ．及び 天端での剪断力の均り合い $EI\cdot\dddot{u}_r(0)+GJ\cdot\dot{\theta}_r(0)=P$ の 3式より境界値を知る。整頓すると（11）の如く示される。

$$
\begin{vmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} \\ A_{31} & A_{32} & A_{33} \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} \mathbb{S}_i[u_r(0)] \\ \mathbb{S}_i[\ddot{u}_r(\ell)] \\ \mathbb{R}_i[\theta_r(0)] \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} Q_1 \\ Q_2 \\ Q_3 \end{vmatrix} \qquad \text{—— (11)}
$$

$$A_{11} = \frac{2\ell^2}{\pi^3}\cdot G11(0)$$
$$A_{12} = \frac{2}{\pi}\cdot F21(0)$$
$$A_{13} = \frac{4a\ell^4}{\pi^5 EI}\cdot K_N\cdot \mathrm{SIN}\frac{i\pi}{n}\cdot F31(0)$$
$$-1$$
$$A_{21} = \frac{2\ell^2}{\pi^3}\cdot G11(1.)$$
$$A_{22} = \frac{2}{\pi}\cdot F21(1.)$$
$$A_{23} = \frac{4a\ell^4}{\pi^5 EI}\cdot K_N\cdot \mathrm{Sin}\frac{i\pi}{n}\cdot F31(1.)$$
$$A_{31} = \frac{2\ell^2}{\pi^3}\cdot G13(0) - \frac{4a\ell^4}{\pi^5 EI} K_N\cdot G11(0)$$
$$A_{32} = \frac{2}{\pi}\cdot F23(0) - \frac{4K_N\cdot\ell^2}{\pi^3 EI}\, a\cdot SI\cdot G21(1.)$$
$$A_{33} = \frac{4\ell^4 K_N\cdot a}{\pi^5\, EI}\cdot SI\cdot F33(0) - \frac{2\,GJ\ell}{\pi\, EI}\cdot G31(1.)$$

F21, G11 等は，式(9)(10)における境界値に m 及び $\sin m\pi\xi$, $\cos m\pi\xi$ の積の収束和で表わされる係数の x についての 1回又は 3回偏微分したものを示す．
Q1, Q2, Q3は，土圧等による荷重項である。

4. 数値計算例

今，数値計算例として，長さ3m，鋼管直径80cmのものを8本よりなる構造を考え，その変位図とモーメント図を各々図-2，図-3に示す。

尚，地盤反力係数は 0.8kg/cm³とし，外力は，天端までの，3角分布水圧がかかるものとした。図から変位に於いては，一本杭として解く値より，最大で，て割程の値を示し（天端），モーメントにおいても，一本杭の解より小なる値を示しており，弾性床上の梁の傾向を表わす．これは，K_N（joint 効率）が大なる程，顕著に示され継手の効果が表われる．又，図は I＝1次の変形状態の場合を示したが，I＝N－1次の状態までの結果及び K_Nの変化による状態など，その他の計算結果，検討の報告は，発表当日行なう予定である。

数値計算は，苫小牧高専 HITAC 8250 及び北大大型計算機センター FACOM 230-60/75 により行なった。

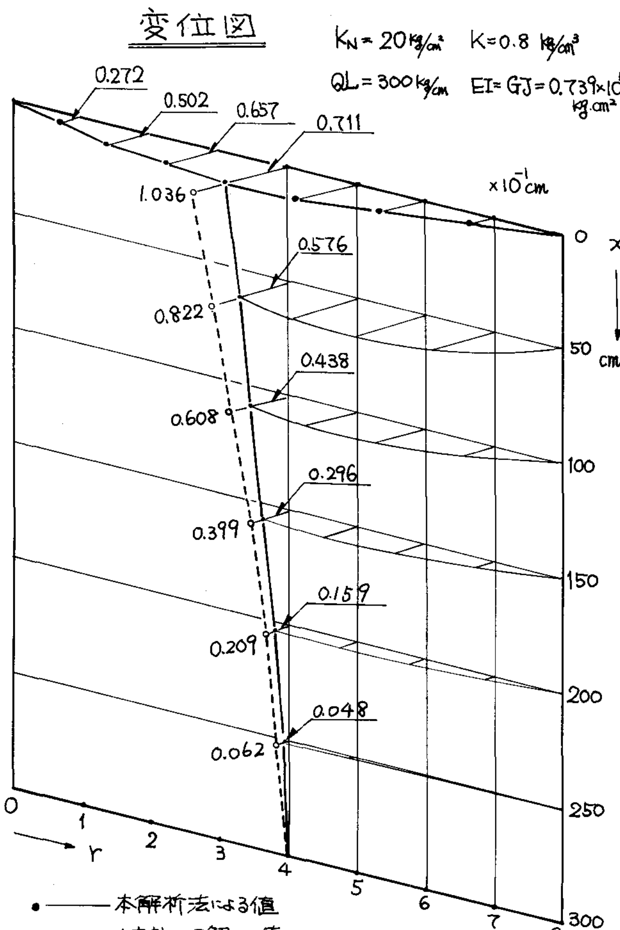
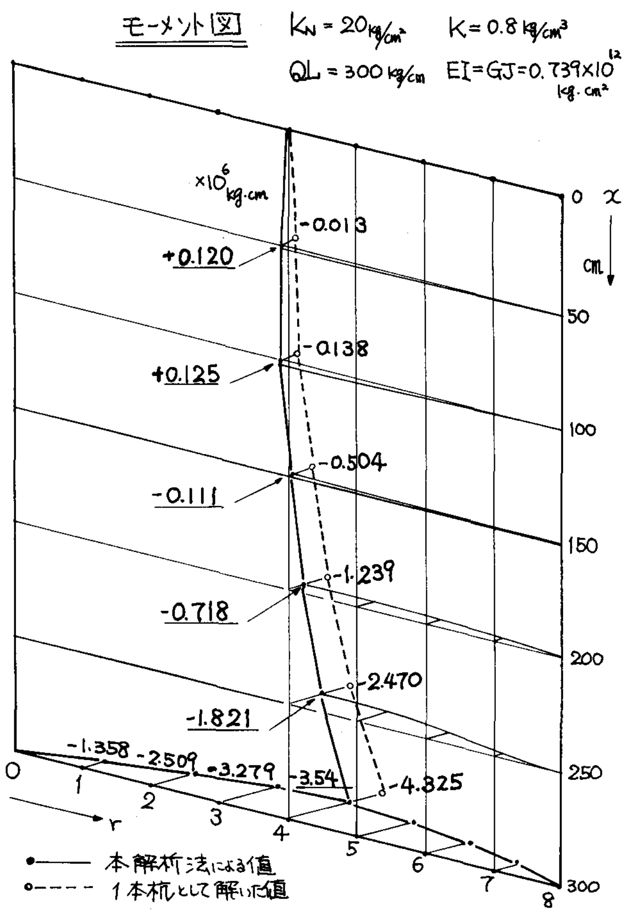


図-2

5. 結び

以上、鋼管パイル構造物に、要素1本1本の挙動を含めて、構造工学的検討を加えることが出来る。一見して煩雑な形に見えるが、理論過程が明解で、プログラム化にも適しており、同種構造体の応力解析の有力な武器であると考える。

図-3



※ 参考文献

1). S.G. Nōmachi :
A note on Finite Fourier Transforms Concering Finite Integration
(The Transcript from the Memories)
(of the Muroran Institute of Technology)
(Vol. 5 No. 2)

2). 矢板式基礎の設計と施工指針:
(矢板式基礎研究委員会 1972. 1.)

3). 能町・松岡・澤田:
スパン方向のヒンヂで結合された棒状要素による面構造の応力について
(才25回年次学術講演会講演集)
(才1部 1972. 11)

4). S.G. Nōmachi and K.G. Matsuoka: Some Formulas Derived from Finite Integration
(The Transcript from the Memories of the Muroran Institute of Technology Vol. No.3)

5). 能町・澤田: 矢板構造物の Surcharge 荷重分担について
(土木学会 第30回年次学術講演会概要集 I-96)