

$d\alpha$ ……土柱の微小幅, w ……土の単位体積重量, 重量 ΔW のすべり円に直角方向(すべり円半径方向)の分力 $= (\Delta W) \cdot \cos \theta$ ……(2.2), ΔW のすべり円接線方向(すべり円半径に直角方向)分力 $= (\Delta W) \cdot \sin \theta$ ……(2.3)

ここで θ ……幅 $d\alpha$ の土柱底面 dL を通る半径が鉛直となす角 (Fig. 2.1). すべり円に沿って回転をおこす moment $= \sum \{ R \cdot (\Delta W) \cdot \sin \theta \}$ ……(2.4)

すべり円に沿うまっ抵抗 moment $= \sum \{ R \cdot (\tan \phi) (\Delta W) \cos \theta \}$ ……(2.5)

ここで ϕ ……土の内部まっ角, R ……すべり円半径, すべり円に沿う粘着抵抗 moment $= \sum \{ R (dL) C_0 \}$ ……(2.6) ここで dL ……すべり円弧の微小長, C_0 ……粘着力

とすれば 安全率 F は

$$F = \frac{\sum \{ R \cdot (\tan \phi) (\Delta W) \cos \theta \} + \sum \{ R \cdot (dL) C_0 \}}{\sum \{ R \cdot (\Delta W) \sin \theta \}} \quad (2.7)$$

である. ここで $d\alpha$ を次の様に解析して積分形式にする. $d\alpha = dL \cdot \cos \theta$
 $= R \cdot d\theta \cdot \cos \theta$ ……(2.8) (2.1)より $\Delta W = (h \cdot d\alpha) w$

$$\Delta W = (h \cdot d\alpha) w = h \cdot (R \cdot d\theta \cdot \cos \theta) w \quad (2.9)$$

おくと安全率 F は (2.7) 式の $\sum$ を $\int$ に代えて

$$F = \frac{\int_{\alpha}^{\alpha+\beta} R \cdot (\tan \phi) \cdot h (R \cdot d\theta \cdot \cos \theta) w \cos \theta + \int_0^{\alpha+\beta} R (R d\theta) C_0}{\int_{\alpha}^{\beta} R \cdot h (R \cdot d\theta \cdot \cos \theta) w \cdot \sin \theta} \quad (2.10)$$

$$= \frac{\int_0^{\alpha+\beta} R^2 (\tan \phi) \cdot w \cdot h \cdot \cos^2 \theta d\theta + \int_0^{\alpha+\beta} R^2 C_0 \cdot d\theta}{\int_{\alpha}^{\beta} R^2 h \cdot \sin \theta \cdot \cos \theta d\theta} \quad (2.11)$$

(2.11) 式において $\sin \theta, \cos \theta$ と θ の三角関数が 2 種類あるのでこれをさける変換を行う. $\sin \theta = \frac{\tan \theta}{\sqrt{1 + \tan^2 \theta}}$ ……(2.12), $\cos \theta = \frac{1}{\sqrt{1 + \tan^2 \theta}}$ ……(2.13)

これらの $\sin \theta, \cos \theta$ を (2.11) に用いると安全率 F は

$$F = \frac{\int_0^{\alpha+\beta} R^2 (\tan \phi) w \cdot h \cdot \frac{1}{1 + \tan^2 \theta} d\theta + \int_0^{\alpha+\beta} R^2 C_0 \cdot d\theta}{\int_{\alpha}^{\beta} R^2 h \cdot w \cdot \frac{\tan \theta}{1 + \tan^2 \theta} d\theta} \quad (2.14)$$

の形となり θ の三角関数は $\tan \theta$ に一元化される. 然るに $\tan \theta$ の図上測定は非常に容易であり、測定値を他に交換必要なく ^{形が}そのまま計算に持込めるのである

§3. 定積分とSimpson式. (2.14)式の積分の中味は θ の関数として

$$\text{分子では } y_a = h \times \frac{1}{1 + \tan^2 \theta} \dots\dots (3.a), \quad \text{分母では } y_b = h \times \frac{\tan \theta}{1 + \tan^2 \theta} \dots\dots (3.b)$$

の2つであるが θ に対応する土柱の高さ h の変化はすべり円に集る土柱を縮尺図のscale upで求めその値とするわけである. そうすると横軸に角 θ , 縦軸に y_a をとれば y_a の変化を示す1つの曲線形が得られ, 同様に縦軸に y_b をとれば y_b の変化を示す1つの曲線形となる. (2.14)式の積分関係はこの図形の全面積を求めることにより達成されるわけでこれにSimpson式を適用しようというわけで出来るだけ少ない数の y_a, y_b ですますことが出来ればそれだけ能率があがることになる.

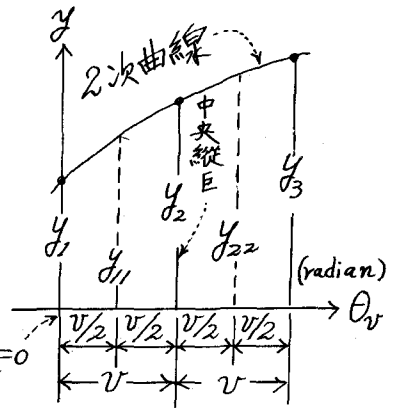
§4. Simpson公式. 角 θ_v の関数である

2次曲線を $y = A \cdot \theta_v^2 + B \cdot \theta_v + C$ とし y の特別値を y_1, y_2, y_3 で表す (Fig. 4.1) それは
 $\theta_v = 0$ のとき $y = y_1$, $\theta_v = v$ のとき $y = y_2$
 $\theta_v = 2v$ のとき $y = y_3$ とすれば A, B, C を確

定出来る. 然るとき $y = (\frac{1}{2}y_1 - y_2 + \frac{1}{2}y_3) \frac{\theta_v^2}{v^2} - (\frac{3}{2}y_1 - 2y_2 + \frac{1}{2}y_3) \frac{\theta_v}{v} + y_1 \dots\dots (4.1)$ とする. (4.1)式の

定積分は $\int_0^{2v} y \cdot d\theta_v = \frac{1}{3} v [y_1 + 4y_2 + y_3] \dots\dots (4.2).$ Fig. 4.1

$y_1 = \frac{3}{8}y_1 + \frac{3}{4}y_2 - \frac{1}{8}y_3 \dots\dots (4.3), \quad y_{22} = -\frac{1}{8}y_1 + \frac{3}{4}y_2 + \frac{3}{8}y_3 \dots\dots (4.4)$ は v が広い時ならかな曲線を得るため用いる.



§5. 数値計算 (単一土層の場合)

法面勾配 65° , 高 14m , $\phi = 15^\circ$, $w = 1.6\text{t/m}^3$, $C_0 = 3\text{t/m}^2$ の斜面安定解析 (解) $1/100$ でかく (Fig. 5.1). 図測りて $\tan \theta_1 = \frac{2.2\text{cm}}{10\text{cm}} = 0.22$, $\tan \theta_3 = \frac{6.6\text{cm}}{10\text{cm}} = 0.66$, $\tan \theta_5 = \frac{4.2}{10\text{cm}} = 4.12$. この図測り $\tan$ から $\theta_1 = 0.21655\text{radian}$, $\theta_3 = 0.5834$, $\theta_5 = 1.3327$, $\theta_2 = \frac{\theta_1 + \theta_3}{2} = 0.4\text{radian}$, $\theta_4 = \frac{\theta_3 + \theta_5}{2} = 0.9581$, $\theta_{33} = \frac{\theta_4 + \theta_3}{2} = 0.771\text{rad.}$, $\theta_{44} = \frac{\theta_4 + \theta_5}{2} = 1.1454\text{rd.}$

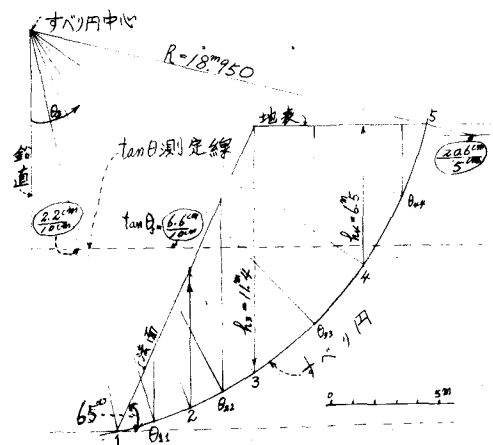


Fig. 5.1

計算に必要な派生数値は表-1 である

表 - 1

区間 θ	θ_1	θ_{11}	θ_2	θ_{22}	θ_3	θ_{33}	θ_4	θ_{44}	θ_5
radian	0.2166	0.3083	0.4000	0.4917	0.5834	0.7710	0.9581	1.1454	1.3327
$\tan \theta$	0.220	0.3185	0.4228	0.5356	0.6600	0.9716	1.4226	2.2072	4.120
$(\tan \theta)^2$	0.0484	0.1014	0.1788	0.2868	0.4356	0.9440	2.0238	4.8718	—
h (meter)	h_1 = 0	h_{11} = 3.25	h_2 = 6.36	h_{22} = 9.00	h_3 = 11.4	h_{33} = 9.2	h_4 = 6.5	h_{44} = 3.4	h_5 = 0
$1 + \tan^2 \theta$		1.1014	1.1788	1.2868	1.4356	1.9440	3.0238	5.8718	
$h_x \frac{1}{1 + \tan^2 \theta}$	0	2.9508 (3.064)	5.395	6.994 (7.035)	7.9410	4.7325 (4.594)	2.150	0.580 (0.62)	0
$h_x \frac{\tan \theta}{1 + \tan^2 \theta}$	0	0.9398 (1.063)	2.2811	3.7460 (3.681)	5.240	4.5981 (4.265)	3.058	1.2781 (1.645)	0

() 数値は (4.3), (4.4) 式で求めた値 (2次曲線値)

表-1 によつて $h_x \frac{1}{1 + \tan^2 \theta}$, $h_x \frac{\tan \theta}{1 + \tan^2 \theta}$ を θ

に従つて plot すれば Fig. 5.2 となる。

$$\text{滑動をおこす moment} = \frac{\theta_5 - \theta_1}{6} \left[h_1 x \frac{\tan \theta_1}{1 + \tan^2 \theta_1} + 4 \right. \\ \left. \times h_2 x \frac{\tan \theta_2}{1 + \tan^2 \theta_2} + h_3 x \frac{\tan \theta_3}{1 + \tan^2 \theta_3} \right] R^2 \omega + \frac{\theta_5 - \theta_3}{6}$$

$$\times \left[h_3 x \frac{\tan \theta_3}{1 + \tan^2 \theta_3} + 4 h_4 x \frac{\tan \theta_4}{1 + \tan^2 \theta_4} + h_5 \frac{\tan \theta_5}{1 + \tan^2 \theta_5} \right] \times \\ R^2 \omega = 3.081 R^2 \omega = 1770.06 \text{ t} \cdot \text{m.}$$

$$\text{抵抗する moment} = \frac{\theta_5 - \theta_1}{6} \left[h_1 x \frac{1}{1 + \tan^2 \theta_1} + 4 h_2 \frac{1}{1 + \tan^2 \theta_2} \right. \\ \left. + h_3 \frac{1}{1 + \tan^2 \theta_3} \right] R^2 \omega \cdot \tan \phi + \frac{\theta_5 - \theta_3}{6} [3, 4, 5] R^2 \omega \\ \times \tan \phi = 3.879 R^2 \omega \cdot \tan \phi = 597.547 \text{ t} \cdot \text{m.}$$

$$\text{粘着抵抗 moment} = R^2 C_0 (\theta_5 - \theta_1) = R^2 \times 3 \frac{1}{\text{m}^2} \times 1.1162 = 1202.492 \text{ t} \cdot \text{m.} \text{ (Fig. 5.2)}$$

$$\text{すべり安全率 } F = (2.14) \text{ 式} = \frac{597.547 \text{ t} \cdot \text{m.} + 1202.492 \text{ t} \cdot \text{m.}}{1770.06 \text{ t} \cdot \text{m.}} = \frac{1800.04 \text{ t} \cdot \text{m.}}{1770.06 \text{ t} \cdot \text{m.}} = 1.017$$

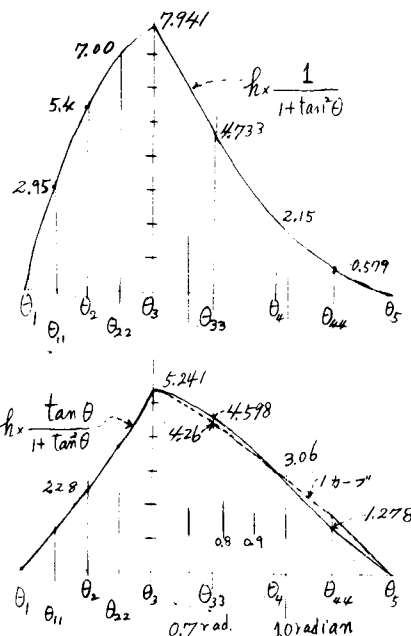


Fig. 5.2 では $\theta_3 \sim \theta_5$ の区間は 1つの Simpson 式でカバーするのには広いので曲線が Simpsonカーブと上下に交叉したか月形部が殆んど相殺し誤差 1%以内である

§6. 数値計算Ⅱ (土層構成が2以上の複層の場合)

円形すべり円に集る土が2以上の複層で構成されている場合 (Fig. 6.1) は各層毎の重量を集計し土柱の重量とする

$$(\sum h_i w) \times \frac{1}{1 + \tan^2 \theta}, (\sum h_i w) \times \frac{\tan \theta}{1 + \tan^2 \theta}$$

値が不連続になる点を予想して押え, $\tan \theta$

を図上測定する. $\tan \theta_1 = \frac{2.30\text{cm}}{10\text{cm}} = 0.23$

$$\tan \theta_3 = \frac{4.8\text{cm}}{10\text{cm}} = 0.48, \tan \theta_4 = \frac{8.55\text{cm}}{10\text{cm}}$$

$$= 0.855, \tan \theta_5 = \frac{16.2\text{cm}}{10\text{cm}} = 1.62 \text{ として}$$

求めておく. 従って $\theta_1 = 0.2261 \text{ radian}$,

$\theta_3 = 0.4475, \theta_4 = 0.7074, \theta_5 = 1.0178 \text{ radian}$. Simpson 式適用区間を $\theta_1 \sim \theta_2$

, $\theta_2 \sim \theta_3, \theta_3 \sim \theta_4, \theta_4 \sim \theta_5$, の4区間とし各区間の中央角は円弧を2等分して定める

$\sum h_i w$ を $7 \times 2 = 14$ だけ図上から求め表-2を作る. 表-2

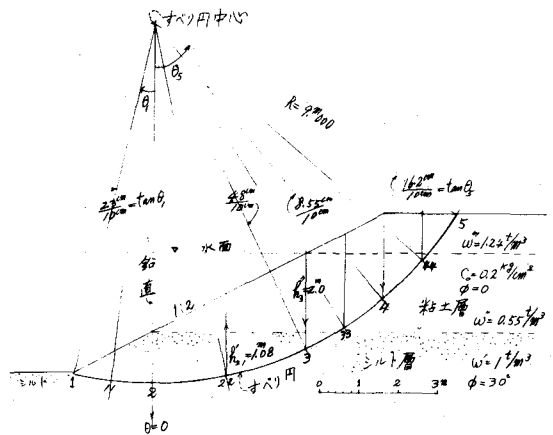


Fig. 6.1

区間 \ 角	θ_1	θ_{11}	θ_2	θ_{22}	θ_3	θ_{33}	θ_4	θ_{44}	θ_5
radian	0.2261	0.1131	0.00	0.2238	0.4475	0.5775	0.7074	0.8626	1.0178
$\tan \theta$	0.2300	0.1135	0	0.2276	0.480	0.6516	0.855	1.1677	1.620
$(\tan \theta)^2$		0.0129	0	0.0518	0.2304	0.4246	0.7311	1.3635	2.6244
$\sum (h_i w)$	0	0.650	1.25	1.614	1.490	1.643	1.856	1.328	0
$1 + \tan^2 \theta$		1.0130	1	1.0518	1.2304	1.4246	1.7311	2.3635	3.6244
$\sum (h_i w) \frac{1}{1 + \tan^2 \theta}$	0	0.6417	1.25	1.5345	1.2110	1.1533	1.0722	0.5619	—
$(\sum h_i w) \frac{\tan \theta}{1 + \tan^2 \theta}$	0	0.0728	0	0.3493	0.5813	0.7515	0.9167	0.6561	—

表-2 にもとづき $y_a = (\sum h_i w) \times \frac{1}{1 + \tan^2 \theta}$, $y_b = (\sum h_i w) \times \frac{\tan \theta}{1 + \tan^2 \theta}$ を θ を横軸

に plot すれば Fig. 6.2 のとおりである. この図を $\theta_1 \sim \theta_2, \theta_2 \sim \theta_3, \theta_3 \sim \theta_4,$

$\theta_4 \sim \theta_5$ の4区間に分ける. 各区間は割合狭いから曲線は充分 Simpson 2

次曲線とみなしてよいと判断する. 各区間について $\int y \cdot d\theta$ を Simpson 式

で求める. 滑動をおこす moment = $-\frac{\theta_2 - \theta_1}{6} \left\{ 0 + 4(\sum h_i w) \frac{\tan \theta_{11}}{1 + \tan^2 \theta_{11}} \right.$

$$+ (\sum h_2 \cdot w) \frac{\tan \theta_2}{1 + \tan^2 \theta_2} \Big] R^2 + \frac{\theta_3 - \theta_2}{6} \Big[$$

$$\Big] R^2 + \frac{\theta_4 - \theta_3}{6} \Big[\quad \Big] R^2 + \frac{\theta_5 - \theta_4}{6} \Big[$$

$$\Big] R^2 = R^2 [-0.0116 + 0.1444 + 0.1941$$

$$+ 0.1836] = R^2 \times 0.5105. \text{ 同様の}$$

形式で、まっ抵抗 moment = $R^2 \times 0.4541$, 粘着抵抗 moment = $R^2 \cdot C_0$
 $\times (\theta_5 - \theta_0) = R^2 \times 0.955 \text{ t/m}^2$

$$\text{すべり安全率 } F = \frac{R^2 [1.409]}{R^2 \times 0.5105} = 2.76$$

の結果が得られる。 θ_c は粘土とシートの境界部について図測で求めた

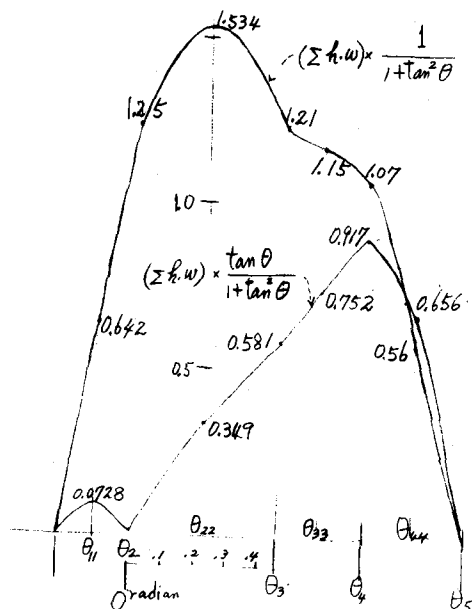


Fig: 6.2

§7. 結言 円形すべり面 Fellenius Slice moment の各 slice 毎の直接の moment / つづの集計に代えて ① 滑動 moment は 縦軸 $y_c = (\sum h \cdot w) \times \frac{\tan \theta}{1 + \tan^2 \theta}$ が横軸 $\theta \text{ radian}$ にそって動くとき作る全面積 (Fig. 6.2) を実測すれば それから求めること、まっ抵抗 moment は同様に $y_a = (\sum h \cdot w) \times \frac{1}{1 + \tan^2 \theta}$ によって作られる全面積から求めることを明らかにした。これは (2.14) 式の誘導が出来たからである ② この面積測定に Simpson 式を用いることにしたもので θ の区間 $2\pi \text{ radian}$ が広いときは 2 次式で近似したための誤差があるわけだが 誤差の程度充分に推定出来るので信頼性がある ③ Simpson 式適用のためには 中央縦距が必要だがそれは単に同じ円弧長の 2 等分点を求める作図だけで済み対応角 $\theta \text{ rad}$ は測定でなく算定だけでよい。④ 分割片 (slice) 個々の実面積測定や、重心位置設定 (Fig. 1.1) という作図から解放され、数すくない特定の $\tan \theta$ の実測と、面積でなく / 本の線の長さたる土柱の長さを測定すればよいので省力化が実現出来る。⑤ すべり円に集る土塊の分割幅を任意にえらぶことが出来る。未だ不十分の点も多くあるが 筆者の方法が広く用いられることを期待するものであります (1976. 11. 22)