

舗装体の二次元の熱応力

北大工学部 学生員 ○葛葉 慎
北大工学部 正員 森吉昭博
北大工学部 正員 深井一郎
北大工学部 正員 菅原照雄

1. まえがき

一般にコンクリート舗装は熱収縮および熱膨張に対して、その抵抗性が弱いとされており、かつアスファルト舗装にくらべて熱伝導率が良いため深さ方向の温度変化が激しく、そのために可成り大きな引張りおよび圧縮力が舗装体内部に生じ、これが原因となり舗装にき裂を生ずることがある。また、積雪寒冷地においては外気温度が低いため、道路部でのスリップ事故が多く、この地域においては上記の問題と共に非常に重要な課題となっている。これらの対策として種々の工法が考えられ実施されているが、いずれも経験的な実績に基づいて設計、施工されたものである。

近年、アスファルトならびにコンクリート舗装体の内部に線状熱源を挿入し路面の温度を上昇させ、路面の凍結を防止させる工法が可成り多く用いられている。このうち、アスファルト舗装部においてはアスファルト混合物が、その性質上、粘弾性体であることから、これらの熱源を挿入しても生ずる熱応力はコンクリート舗装にくらべて著しく小さく、こゝが予想される。

しかし、一方、コンクリート舗装においては外気の変動に加えて熱源も影響し、かつコンクリートが完全弾性体に近い物質であることから逆に熱応力が大きくなるためにき裂等の現象を引き起こすのではないかとこのことを懸念されている。

本研究は以上のことを考慮し、コンクリート舗装体として図1のような舗装モデルを設定し、外気温度が一定のとき線状熱源によりコンクリート舗装体内部に生ずる熱応力を有限要素法を用いて解析を行なった。分割1の全体の様子を図1(a)に示してあり、熱源線上および、

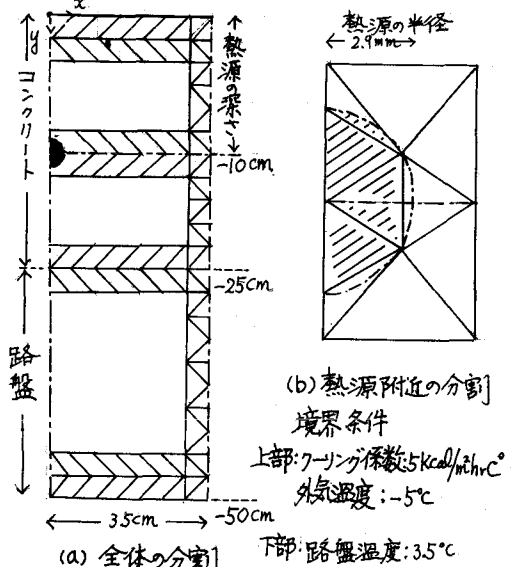
それより3.5cmのところを断熱的境界としている。また上部(路面)では $\alpha = 5 \text{ Kcal/m}^2\text{hr}^\circ\text{C}$ のクーリングを考慮し外気温度として -5°C の条件を用いている。下部(-50cm の点)の路盤では $+3.5^\circ\text{C}$ として、更に三角要素の一边を5mm、分割要素数1046にて計算を行なった。

また図1(b)は熱源附近の分割の様子を示している。

以上の計算の結果、熱源附近と熱源中央部において引張り、および圧縮力が作用していることが確かめられ、かつ、そのオーダーは熱源印加後2時間を経過しない範囲では 10 kg/cm^2 以下である。

2. 基本関係式

熱応力を求める場合には通常、あらかじめ非定常状態における節点温度を求めることが必要である。このために先に温度についての関連の式を求める。一般に非定常状態の熱伝導の方程式により次式であらえられる。



舗装体モデル

図1

$$\text{div} (k \cdot \text{grad} T) - C \rho \frac{\partial T}{\partial t} + q = 0 \quad (11)$$

但し、 k , T , C , ρ , q および t はそれぞれ熱伝導率、温度、比熱、密度、熱発生率および時間である。この場合の系の全熱エネルギーを意味する汎関数は次式である。

$$J = \iint \left[\frac{1}{2} k (\text{grad} T)^2 - (q - C \rho \frac{\partial T}{\partial t}) T \right] dx dy \quad (12)$$

ここで更に時間微分に関して差分近似を用い、 J を節点温度で微分し、温度 T を座標 x , y の一次近似式を用いて整理すると次の行列式が得られる。

$$[H] + \left(\frac{\Delta t}{2} \right) [P] \{T\}_t = [P] \left\{ \frac{\partial T}{\partial t} \right\}_{t-\Delta t} + \left(\frac{\Delta t}{2} \right) \{T\}_{t-\Delta t} + \{K\} t \quad (13)$$

(13) 式で要素における $[H]$, $[P]$ の小行列は、それぞれ熱伝導率行列、熱容量行列を、また $\{K\}$ は熱源ベクトルを示している。

以上の式を用いて節点温度を求め、それぞれ各要素の重心における温度を計算し、これをその要素の温度 T_e とすると、各要素において更に次式が成り立つ

$$\{F\}_e = [S]_e \{u\}_e + \{S_T\}_e \alpha_e T_e \quad (14)$$

上式で $\{F\}_e$, $[S]_e$, $\{u\}_e$, $\{S_T\}_e$ および α_e はそれぞれ要素における外力ベクトル、剛性行列、変位ベクトル、熱膨張ベクトルおよび熱膨張率である。この式を全要素について連立して節点変位を求めたのち、次式によって各要素ごとの応力が得られる

$$\{\sigma\}_e = [M] [\pi] \{u\}_e + \alpha_e T_e \{M\}_T \quad (15)$$

但し、(15) 式中の諸記号は下記の通りである

$$[M] = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1-\nu & \nu & 0 \\ \nu & 1-\nu & 0 \\ 0 & 0 & 1-2\nu \\ & & & 2 \end{bmatrix}, \quad [\pi] = \frac{1}{2\Delta_e} \begin{bmatrix} b_i & 0 & c_i \\ 0 & c_i & b_i \\ b_j & 0 & c_j \\ 0 & c_j & b_j \\ b_k & 0 & c_k \\ 0 & c_k & b_k \end{bmatrix} \quad (16)$$

$$\{M\}_T = \frac{E \alpha_e T_e}{1-2\nu} \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

$b_i = y_i - y_k$, $c_i = x_k - x_j$; x_i, y_i : 節点座標

Δ_e : 三角形要素の面積 E : ヤング率 ν : ポアソン比

以上の諸式を用いて計算を行なった数値例を示す。このとき使用した物理定数は図1と表1に示してある

	$k (\text{kcal}/\text{m}^2\text{h}^\circ\text{C})$	$C (\text{kcal}/\text{kg}^\circ\text{C})$	$\rho (\text{g}/\text{cm}^3)$	$E (\text{kg}/\text{cm}^2)$	$\alpha (10^{-5}/^\circ\text{C})$	ν
ニクロム	13.	0.11	8.51	2000×10^3	1.32	0.3
コンクリート	1.1	0.25	2.4	300×10^3	1.0	0.2
路盤	0.5	0.63	1.1	500	1.0	0.3

3. 数値例

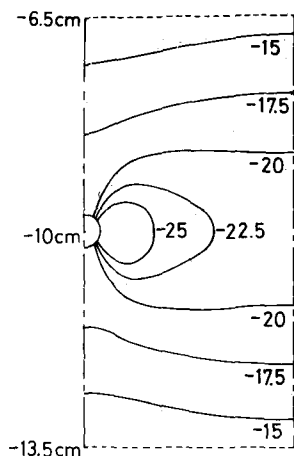
図2の (a), (b), (c) はそれぞれ熱源印加後2時間経過したときの x 方向, y 方向およびせん断応力の分布を示したものである。

熱発生率 $20 \text{ W}/\text{cm}$

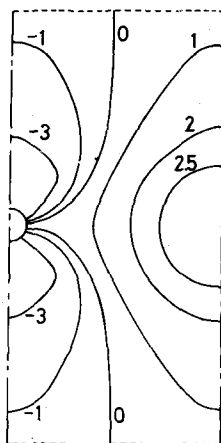
-50 cm における y 方向の変位 0

計算に使用した物理定

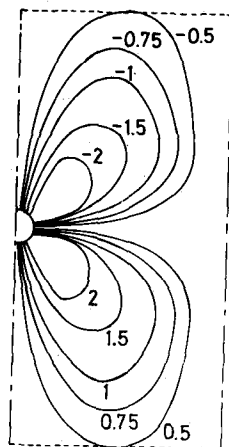
表 1



(a)



(b)



(c)

x方向の応力分布図 (σ_{xx})

y方向の応力分布図 (σ_{yy})

せん断応力分布図 (τ_{xy})

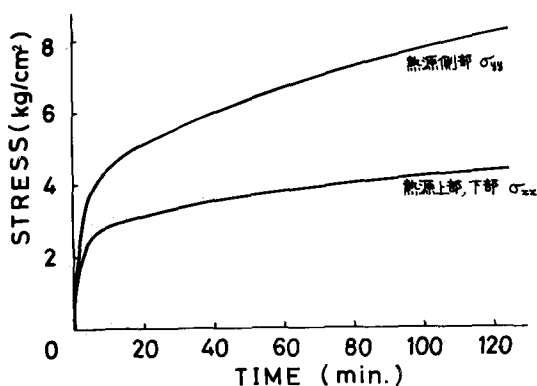
熱源印加より2時間後の深さ方向についての応力およびせん断応力分布図 (単位 kg/cm^2)

図 2

図 2(a)にみられる如くx方向の応力は発熱体の外側のコンクリート部においては $20\text{kg}/\text{cm}^2$ 前後の圧縮応力が発生しており、発熱体付近において、その値は多少大きくなっている。

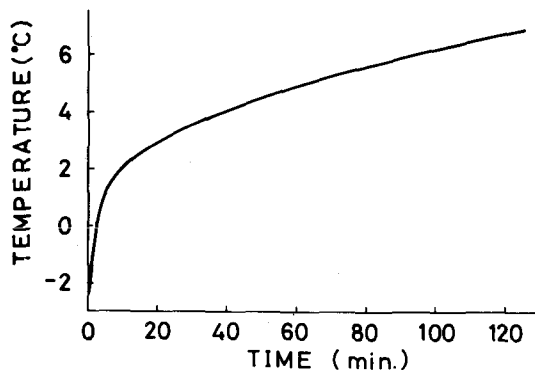
y方向の応力はx方向の応力分布とは著しく異なり、発熱体付近では圧縮、さらに離れた所では引張りの各応力が作用している。

一オ.せん断応力は図 2(c)にてわかるように最大値が約 $2\text{kg}/\text{cm}^2$ に達している。これら三つの応力分布図よりコンクリート舗装に熱応力によってき裂を生ずるのはy方向、即ち σ_{yy} の大きさ、ならびにその発生位置が重要なポイントとなることが理解される。



応力時間曲線

図 3



温度時間曲線

図 4

図 3 は図 2 において最大の引張り応力となる部分の時間的な経過を示したものである。y方向の応力は熱源の側部に発生する応力であり、一オ. x方向の応力は熱源の上部、および下部に生ずる応力である。これからy方向の応力は時間経過とともに著しく応力が増加する傾向にあるが、x方向の応力は約 $4\text{kg}/\text{cm}^2$ の程度で収斂しているように思われる。両応力とも熱源印加後、5分程度の時間内に著しく応力が発生することは認められる。この現象は、印加直後においてはまだ、外気温度等の外的条件に影響されることを示唆していると思われる。

図4は熱源中央部の温度と時間との関係を示すものである。この図は図3と同様に印加後5分以内の温度上昇が著しく、かつ、この温度と時間関係は図3にみられるy方向の応力時間曲線となる。

図5は図2、および図4と全く同一の条件における主応力の方向と、その大きさを表示したものである。この図より熱源附近においては熱源の円周方向に引張り応力、また熱源より放射状の方向に圧縮力があのおの作用していることがわかる。熱源印加2時間内では熱源の中心から熱源の半径の上下5倍位の(2cm程度)の範囲以外では主応力の大きさ、および方向は一定のように思われる。

4. おさび

上記の計算結果により以下のことが結論される。

① 線状熱源によるコンクリート部の熱応力はx方向よりもy方向の大きさおよび、その発生位置が破壊と応接を度保があると思われる。

② 熱応力は熱源の附近において著しく大きい。

③ 熱源の周方向に引張り応力、放射状方向に圧縮力が作用する。

④ 主応力は熱源の中心から、上下2.3cm離れたところではほぼ一定である。

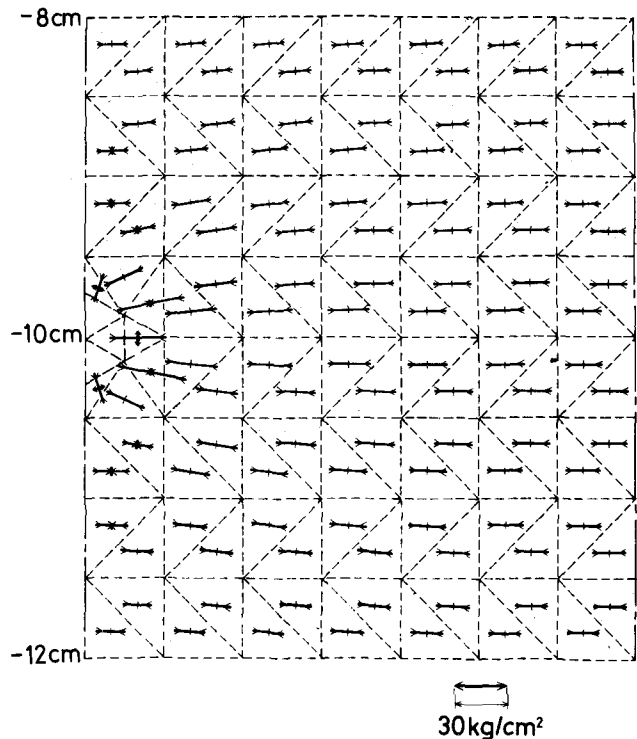
⑤ 熱応力は印加後5分以内に著しく増加する。

以上、検討した事項の中には、外気温、膨張率、熱源の大きさの変化を考慮していないので今後、これらの変数を変化させた場合についても考察することが望まれる。なお、本研究においては発熱体は全く放射状の性質等についても考慮することは必要であると思う。

最後に、本研究の計算は北大大型計算機 FACOM 2300S を使用した。

参考文献

1. 森吉、深井、岡崎、菅原：線状熱源を有する舗装体の定常状態における温度分布：土木学会北海道支部論文報告集、X32号、pp51～pp54
2. 深井、鈴木、森吉、菅原：線状熱源を有する舗装体の非定常状態における温度分布：X32号、pp55～pp58
3. M. Sasaki, N. Yoshida, I. Fukai and J. Fukuoka: Analysis of the Transient Temp. Distribution in a Stripline with Triple-Layer Dielectric: I.E.E.E. on Trans. M.T.T. Vol 24-No.2 1975. Feb



主応力とその方向

図5