

流域の地形構造と流出特性に関する研究

北海道大学工学部 学生員 ◎ 坂之井和之

北海道大学工学部 正員 藤田 睦博

1 はじめに

流域の斜面は、降雨量を流量に変換する場である。したがって、出水現象の解明上斜面は重要な部分を担っている。降雨時には山腹斜面を流下する雨水は集まって水溝となり、無数の一時的な水路(rillwash, 雨溝洗滌網)を刻む。雨溝洗滌網の形状は、永久的な河道網(通常の意味における河道網)に極めて類似していることが知られている。

ここでは、斜面の流出機能を示す指標として到達時間を考え、到達時間と地形構造の関係を考察しようとするものである。一般に到達時間は斜面長, 斜面勾配, 粗度, 降雨強度などに関連しており、流出特性を代表するスケールで、実際の流出解析上も重要な概念である。

既に平野¹⁾は、斜面長の分布を考慮して到達時間の確率密度関数という概念を導入しているが、必ずしも充分でない。本研究は、雨溝洗滌網と河道網の類似性に注目して小流域(magnitude 1の流域)の斜面特性と到達時間について考える。

2 斜面特性

図2.1に示すようにmagnitude 1の河道を主流と考えると雨溝洗滌網は、支流と考えられる。この関係は、通常の河道網における主流と支流の形状に類似していると思われる。図2.2は、主流に流入する支流を単純化して示したものである。magnitude N の流域の主流長 $L_{N,M}$ は1個の外部リンクと j 個の内部リンクより成っていると

$$L_{N,M} = L_{ex} + \sum_{i=1}^j L_{in,i} \quad (2.1)$$

L_{ex} : 外部リンク長 L_{in} : 内部リンク長

ただし、主流と支流の区分は、合流点でmagnitudeの大きい河道を主流とする。(2.1)式において $L_{ex}, L_{in,j}$ は、確率変数であり、 j の確率密度関数 $F_N(j)$ はすでに藤田²⁾により求められている。(2.1)式より主流長の期待値は

$$\bar{L}_{N,M} = \bar{L}_{ex} + \bar{L}_{in} \sum_j j F_N(j) \quad (2.2)$$

$$\log_2 N \leq j \leq N-1 \quad \text{=: 小数点以下を切上げる記号}$$

又、分散は、各リンクが互いに独立であれば

$$\sigma_{N,M}^2 = \sigma_{ex}^2 + \sigma_{in}^2 \sum_j j F_N(j) + \bar{L}_{in}^2 \left[\sum_j j^2 F_N(j) - \left(\sum_j j F_N(j) \right)^2 \right] \quad (2.3)$$

図2.3は、石狩川上流部において、5万分の1の地形図より測定した主流長の平均値, 分散と(2.2), (2.3)式の計算値を示したものである。集水面積が、magnitudeの1乗に比例することを考慮すると $N \sim \bar{L}_{N,M}$ の関係はHaackの式に相当している。又、島野³⁾の報告や著者らの測定結果より L_{ex} を対数正規分布、 L_{in} をガンマ分布として、(2.1)式にそって電子計算機上でシミュレーションした結果と石狩川上流部で実測した

図2.1 斜面長のとり方

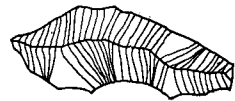
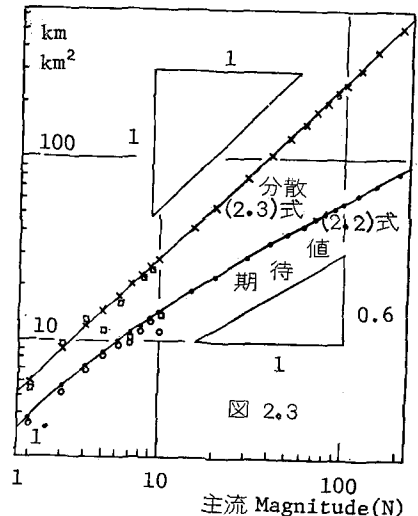
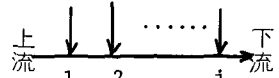


図2.2



主流長を図2.4に示す。図によると、主流長、はほぼガンマ分布に従っていると思われる。

次に、これらの結果を用いて支流長の分布について考える。主流に流入する支流長 $L_{N,T}$ は、magnitude N の流域のmagnitude K の支流の主流長 $L_{K,M}$ となるので

$$L_{N,T} = L_{K,M} \quad (2.4)$$

ここで、 K は確率変数である。

$C_{N,K}$ をmagnitude N の流域におけるmagnitude K の支流の全支流数に対する割合を示すものとする。すでに、この値は藤田により与えられているので、これを用いると(2.4)式の期待値,分散は次のようになる。

$$\bar{L}_{N,T} = \sum_{K=1} C_{N,K} \bar{L}_{K,M} \quad (2.5)$$

$$\sigma_{N,T}^2 = \sum C_{N,K} [\sigma_{K,M}^2 + \bar{L}_{K,M}^2] - \bar{L}_{N,T}^2 \quad (2.6)$$

図2.5は、これらの計算値といくつかの道内河川における実測例を示したものである。計算に用いた内部リンク長の平均値,分散は、利別川の値を用いたので他の河川とは計算値が若干異なっているが、ほぼ同じ傾向を示していると思われる。

図2.6は、十勝川上流部,利別川において主流に流入する支流の流路長及び集水面積を対数確率紙にプロットしたものである。利別川では、流路長,集水面積とも対数正規分布に従っているものと思われる。一方、十勝川では必ずしもこの傾向がみられないが、標本数が利別川で70、十勝川では40で、十勝川について標本数が不足している。図には雨龍川の支流長の資料もプロットしているが、標本数は90でほぼ完全に対数正規分布に従っている

次に、斜面上の流れについて考えてみる。ピーク流量時には、一般に表面流出が卓越していると思われる。斜面上における流水の運動の式,連続の式は

$$h = K q^p \quad (2.7)$$

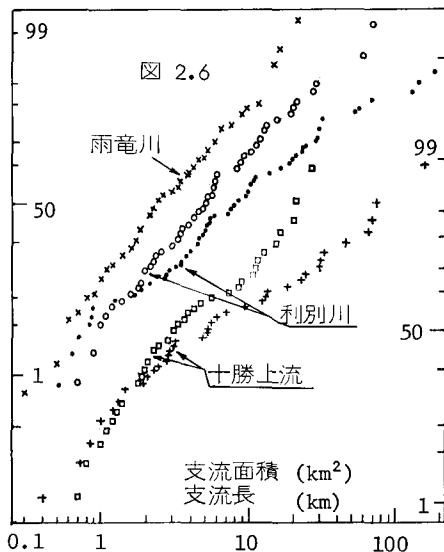
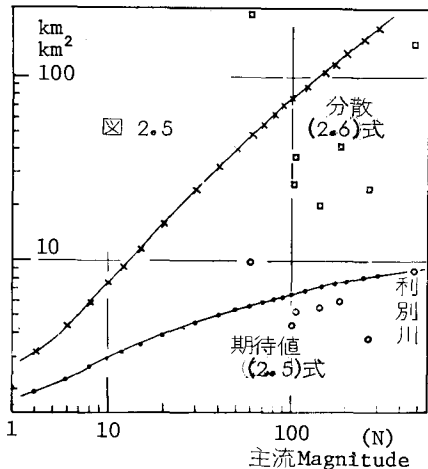
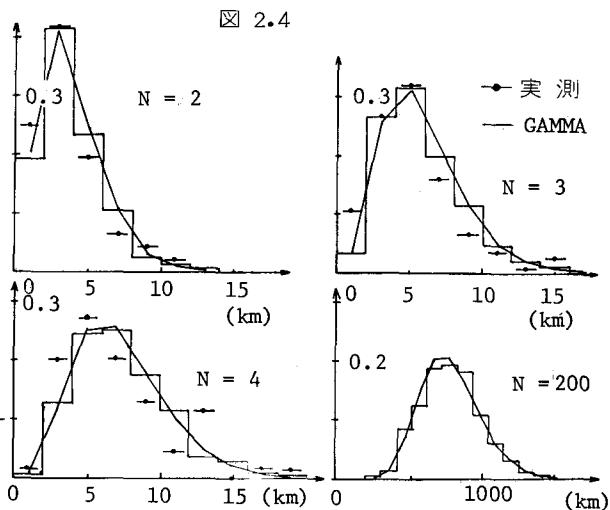
$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial q}{\partial x} = r_e \quad (2.8)$$

h : 水深 q : 単位幅流量 r_e : 有効降雨量

p, K : 斜面流定数

Manning型表面流を考えると

$$p = 0.6, \quad K = (n/\sqrt{I})^{0.6}$$



n : 等価粗度 I : 斜面勾配

到達時間 T 内に流下する距離 l は

$$l = \frac{1}{pK^{1/p}} \int_0^T \left[\int_u^T r_e(t-\tau) d\tau \right]^{\frac{1-p}{p}} du = g(T) \quad (2.9)$$

である。したがって、単位幅流出量は

$$q(t) = p \left[\int_0^T r_e(t-\tau) d\tau \right]^{\frac{1}{p}} / \int_0^T \left[\int_u^T r_e(t-\tau) d\tau \right]^{\frac{1-p}{p}} du \quad (2.10)$$

斜面要素に対して河道要素を無視して、magnitude 1 の流域の下流端よりの流出量を $Q(t)$ とすると

$$Q(t) = \int_l q b = \int R(t, T) l b \quad b : \text{到達時間 } T \text{ の斜面幅} \quad (2.11)$$

ただし

$$R(t, T) = p \left[\int_0^T r_e(t-\tau) d\tau \right]^{\frac{1}{p}} / \int_0^T \left[\int_u^T r_e(t-\tau) d\tau \right]^{\frac{1-p}{p}} du \quad (2.12)$$

斜面長 l の確率密度関数を $f(l)$ とすると

$$Q(t) = B \int_0^\infty R(t, T) l f(l) dl = A \int_0^\infty R(t, T) \left[\frac{l f(l)}{\bar{l}} \right] dl \quad (2.13)$$

A : 集水面積 B : magnitude 1 の河道長 $\bar{l}$: 平均斜面長

(2.9)式において l を T に変換すると

$$Q(t) = A \int_0^\infty R(t, T) \left[\frac{g(T) \psi(T)}{\bar{l}} \right] dT \quad (2.14)$$

ただし、 $\psi(T)$ は到達時間の確率密度関数で

$$\psi(T) = \left| \frac{dg}{dT} \right| f[g(T)] \quad (2.15)$$

したがって、 $f(l)$ が与えられると、(2.9)、(2.15)式から、 $pK^{\frac{1}{p}}$ を定数と仮定して、

降雨 $r_e(t)$ に対し、 $g(T)$ 、 $\psi(T)$ を計算することができ、流量 $Q(t)$ は(2.14)式で与えられる。

(2.14)式において、次の変数変換を行なうと

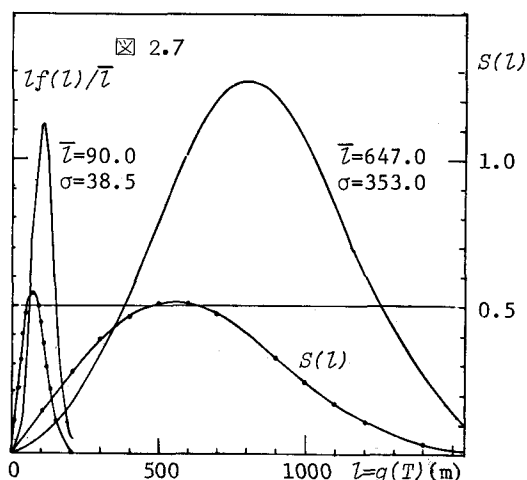
$$\left[\frac{g(T) \psi(T)}{\bar{l}} \right] = \Psi(T)$$

$$Q(t) = A \int_0^\infty R(t, T) \Psi(T) dT \quad (2.16)$$

(2.16)式を T の定義域で積分すると1になり $\Psi(T)$

は、確率密度関数の表現になっている。

一方、 lb/A は、到達時間 T の斜面の面積の割合を示す。 $f(l)$ を用いると



$$S(L) = \frac{bL}{A} = \frac{1}{L} \int_L^{\infty} f(\lambda) d\lambda \leq 1 \quad (2.17)$$

等号の成立しているのは、矩形斜面の場合のみである。後述するように $f(L)$ に正規分布を適用すると $S(L)$ は図2.7のようになる。一般に、分布の分散が大きくなると $S(L)$ の最大値は0.5に漸近し、分散が小さくなると1に漸近する。 $S(L)$ は、地形量として斜面長の分布を含んでおり、更に流出特性を代表するスケールとして到達時間の概念を含んでいる。

一方、(2.13)式において $L^p f(L) / \bar{L}$ は $R(t, T)$ の重みと考えることができる。又、重みの条件式を満足している。この値と $S(L)$ は、数式の形式上も類似しており、この二つの量は(2.9)式により降雨強度を通じて到達時間と結びつけることができる。降雨強度が時間的に変化しない時には L と T の関係式は、次式となる。

$$L^p = \frac{r^{1-p}}{K} T \quad (2.18)$$

当然、粗度、斜面勾配も関係しており、一般には降雨強度も関係しているので、斜面長だけを対象とするのは妥当でないが、これらについては今後の課題にしたい。

ここでは、magnitude 1の流域の斜面長についてその実測例と考察した結果を示す。

図2.8は、このような小流域においてもHackの式が成立していることを示している。ただし、河道長は図に示すように分水線まで延長してとったものである。

図2.9は、図2.1に示すようにして2万5千分の1地形図を用いて河道を50m毎に区分して求めた斜面長の平均、分散と集水面積をプロットしたものである。図2.5と同様の傾向がみられ、図2.8、図2.9の結果は、通常の河道網と雨溝洗滌網の類似性を示すものと思われる。

図2.10は、斜面長の分布特性を示すものであるが、主流に流入する支流長の分布を表わす図2.6と異なっている。この理由としては、河道を等間隔に区分して斜面長を求めたためと思われる。斜面長に関してかなり規則的な結果を得た。

参考文献

- 1) 平野宗夫, 小川滋, 木川良二: 山腹斜面からの流出について, 土木学会第29回年講, 昭和49
- 2) 藤田睦博: 河道網における支流の分布特性に関する研究, 土木学会論文報告集, 246号, 1976
- 3) 高山茂美: 河川地形学, p. 58, 共立出版, 1974

