離岸流について

北大工学部　正　尾崎　晃
〃　学　佐々木　幹夫

1．はじめに

海浜流に関する研究は近年数多く発表され，著しい発展をとげている。その契機となったのは，60年代前半に出されたradiation stressの概念である，Bowen（67）はこのストレスを用いることによって，海浜流基礎方程式を線形化することに成功し，Aurtharと同じ輸送流れ関数を取り入れて循環流パターンを理論的に解明した，Longuet-HigginsはBowenの摩擦項が平均流速の一乗に比例するという考えに対して，平均流速の二乗則を使い，進行波が海岸線に斜め入射してくる場合の考察を進め，平均水深を無視した場合の平均流速を理論的に見積もっている。しかし，これらの基礎となったのは，砕波帯内では，波高が平均水深に比例するという仮定にもとづいているものであるが，厳密にはこの関係は満足せず，ほぼ比例関係にあるというのが実際である。Thorntonはこの点について，摂動法を用いて，第二次近似解と照らし合わせることによって，この比例関係がかなり理論的にも妥当性のあることを明確にしている。本報告は，海岸流の中では，平均水深と波高は比例関係にあるという仮定に基づいて理論的考察を進めている。波が打ち寄せて来たとき，流れが生じていないときの平均水深をもとに，流れが発生したために生じた平均水深の変化量は小さく，波動によって生じる流れはこのorderが基準になるという点に着目し，その2次の項を省略した場合，平均水深と平均流速について，それぞれ，簡単な線形二階偏微分方程式が得られる。今回は得られた方程式を級数解として得た場合どうなるか考察を進めてみるものである。

2．基礎方程式について

ここで扱う海浜流は，進行波が海岸線に直角に入射してきた場合で，沿岸方向に海底勾配が一様であるために，その方向には，ある間隔をもって無数に離岸流が発生するものとする。この場合の運動方程式は次のようになる。

$$u_i \frac{\partial u}{\partial x_i} + \frac{1}{\rho d}\frac{\partial S_{ij}}{\partial x_i} = -g\frac{\partial \eta}{\partial x_i} - \frac{\langle B_i \rangle}{\rho d} \quad (1) \qquad \frac{\partial d u_i}{\partial x_i} = 0 \quad (2)$$

ここで u_i：平均流速，d：平均流速，η：平均水深の上昇又は下降　S_{ij}：ラジエィションステレスであり，入射角は直角なので，$S_{xx}=3E/2$，$S_{yy}=E/2$，$S_{xy}=S_{yx}=0$，$E=\rho g H^2/8$ である，(1)式の右辺第2項目の$\langle B_i \rangle$は摩擦力であり，次のようになる。

Thornton

$$\begin{aligned} \langle B_i \rangle &= c_f \frac{\rho |u_i| u_i}{2} \\ &= \rho f_w \frac{H}{2\pi} \frac{g}{C} u_i \qquad C = \sqrt{g(d+H)} = \sqrt{g(1+\gamma)d} \\ &= \rho g f (d u_i) d^{-1/2} \qquad f = \frac{\gamma}{2\pi} \frac{f_w}{\sqrt{(1+\gamma)g}} \qquad (3) \end{aligned}$$

Longuet-Higgings

$$\begin{aligned} \langle B_i \rangle &= f' \rho |u_i| u_i = f' \rho |u_w| u_i \\ &= \frac{2}{\pi} f' \rho\, u_{max} u_i \\ &= \rho g f (d u_i) d^{-1/2} \qquad f = \frac{f'\gamma}{\pi} \frac{\sqrt{1+\gamma}}{\sqrt{g}} \qquad (3') \end{aligned}$$

(3),(3′)より.摩擦係数は.Longuet-Higgins と Thorntonでは異なり.おおよそ.1:2の割合になっていることがわかる.これが.離岸流の間隔を運動量方程式から求めようとするときは.影響を及ぼすが.fとおいても.以後の扱いには無関係なので.(3)もしくは(3′)の両方を含めたfを使っていくことにする。
(1),(2)式より.未知量は三つであるのに対して、方程式も三つなのでこのことからいくと未知量は求まるはずであるが.非線形なので.簡単には求まらない.そこで.静水深hと平均水深を用いることによって.次のように(1)式を簡単できる.

$$0 = gS - g\gamma'\frac{\partial d}{\partial x'} + gf\frac{\partial\psi}{\partial y}d^{-3/2} \qquad (4)$$

$$0 = -g\gamma''\frac{\partial d}{\partial y} - gf\frac{\partial\psi}{\partial x'}d^{-3/2} \qquad (5)$$

ここで.$S = dh/dx'$.　$d = h + \eta$.　$\partial\psi/\partial x = dv$,　$\partial\psi/\partial y = -du$.　ψは(2)式で定まる輸送流れ関数.u, vは.それぞれ.沖方向への平均流速(x'軸方向),沿岸方向への平均流速(y軸方向).
$\gamma' = 1 + 3\gamma^2/8$.　$\gamma'' = 1 + \gamma^2/8$.　(4),(5)は.未知量が二つであるが.非線形なのでまだ工夫がいる。そこで平均水深を次のように.考える.

$$d = d_0(x') + d_1(x', y) = d_0(1 + d_1/d_0) = d_0(1 + \zeta) \qquad (6)$$

ここで.　d_0:流れがないときの平均水深

$$d_0 = h(x') + \eta_0(x') \qquad \frac{d\eta_0}{dx} = -K\frac{dh}{dx} \qquad K = \frac{3\gamma^2/8}{1 + 3\gamma^2/8} \qquad (7)$$

d_1:流れが生じたために変化した平均水深　$d_1 = d_1(x', y)$　(8)

海浜流は平均水深の変化すなわち(6)式のζによって生じるものと考えられる.そうすると平均流速はorder的には次のように考えれる.

$$\vec{u} = \zeta\vec{u}_1 + \zeta^2\vec{u}_2 + \zeta^3\vec{u} + \cdots\cdots \qquad (9)$$

ところが.平均水深変化量ζは小さいので　$1 \gg \zeta$　(10)　となるので.輸送流れ関数も次のようになる.

$$\left.\begin{aligned} \psi &\sim y\,d_0(u + \zeta u) \sim y\,d_0(\zeta\vec{u}_1 + \zeta^2\vec{u}_2 + \cdots) \\ \frac{\partial\psi}{\partial y} &\sim du \sim d_0(\zeta\vec{u}_1 + \zeta^2\vec{u}_2 + \cdots) \\ \frac{\partial\psi}{\partial x'} &\sim dv \sim d_0(\zeta\vec{v} + \zeta^2\vec{v}_2 + \cdots) \end{aligned}\right\} \qquad (11)$$

(4),(5)式より次式を得る

$$0 = (gS - g\gamma' m) - g\gamma'\frac{\partial d_1}{\partial x'} + gf\frac{\partial\psi}{\partial y}d_0^{-3/2}\left(1 - \frac{3}{2}\zeta + \cdots\right) \qquad (12)$$

$$0 = -g\gamma''\frac{\partial d_1}{\partial y} - gf\frac{\partial\psi}{\partial x'}d_0^{-3/2}\left(1 - \frac{3}{2}\zeta + \cdots\right) \qquad (13)$$

$$0 = -g\gamma'\frac{\partial^2 d_1}{\partial x^2} + gf\frac{\partial^2\psi}{\partial x\partial y}d_0^{-3/2}\left(1 - \frac{3}{2}\zeta + \cdots\right) - \frac{3}{2}gf\frac{\partial\psi}{\partial y}\frac{\partial d_1}{\partial y}d_0^{-5/2}\left(1 - \frac{5}{2}\zeta + \cdots\right) \qquad (14)$$

$$0 = -g\gamma''\frac{\partial^2 d_1}{\partial y^2} - gf\frac{\partial^2\psi}{\partial x\partial y}d_0^{-3/2}\left(1 - \frac{3}{2}\zeta + \cdots\right) + \frac{3}{2}gf\frac{\partial\psi}{\partial x'}\frac{\partial d_1}{\partial y}d_0^{-5/2}\left(1 - \frac{5}{2}\zeta + \cdots\right) \qquad (16)$$

$$0 = -g\gamma'\frac{\partial^2 d_1}{\partial x\partial y} + gf\frac{\partial^2\psi}{\partial y^2}d_0^{-3/2}\left(1 - \frac{3}{2}\zeta + \cdots\right) - \frac{3}{2}gf\frac{\partial\psi}{\partial y}\frac{\partial d_1}{\partial y}d_0^{-5/2}\left(1 - \frac{5}{2}\zeta + \cdots\right) \qquad (17)$$

$$0=-g\gamma''\frac{\partial^2 d_1}{\partial x\partial y}-gf\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2}d_0^{-3/2}\left(1-\frac{3}{2}\zeta+\cdots\right)+\frac{3}{2}gf\frac{\partial\psi}{\partial x'}\frac{\partial d_1}{\partial x}d_0^{-5/2}\left(1-\frac{5}{2}\zeta+\cdots\right) \quad (18)$$

ζの二次以上は無視すると次式を得る．

$$0=-\gamma'\frac{\partial d_1}{\partial x'}+f\frac{\partial\psi}{\partial y}d_0^{-3/2} \quad (19)$$

$$0=-\gamma''\frac{\partial d_1}{\partial y}-f\frac{\partial\psi}{\partial x'}d_0^{-3/2} \quad (20)$$

$$0=-\gamma'\frac{\partial^2 d_1}{\partial x^2}+f\frac{\partial^2\psi}{\partial x'\partial y}d_0^{-3/2}-\frac{3}{2}f\frac{\partial\psi}{\partial y}m\,d_0^{-5/2} \quad (21)$$

$$0=-\gamma''\frac{\partial^2 d_1}{\partial y^2}-f\frac{\partial^2\psi}{\partial x'\partial y}d_0^{-3/2} \quad (22)$$

$$0=-\gamma'\frac{\partial^2 d_1}{\partial x\partial y}+f'\frac{\partial^2\psi}{\partial y^2}d_0^{-3/2} \quad (23)$$

$$0=-\gamma''\frac{\partial^2 d_1}{\partial x\partial y}-f\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2}d_0^{-3/2}+\frac{3}{2}f'\frac{\partial\psi}{\partial x}\frac{\partial\psi}{\partial x}m\,d_0^{-5/2} \quad (24)$$

(19)，(20)式は，平均水深と平均流速の関係を与える．(21)式と(22)式を加え合わせ，(19)式の関係を用いると，次式を得る．

$$\gamma''\frac{\partial^2 d_1}{\partial y^2}+\gamma'\frac{\partial^2 d_1}{\partial x'^2}+\frac{3}{2}\gamma'\frac{m}{d_0}\frac{\partial d_1}{\partial x'}=0 \quad (25)$$

(20)×γ'' − (21)×γ' に $d_0^{3/2}/f$ を乗ずると次式を得る

$$\gamma''\frac{\partial^2\psi}{\partial y^2}+\gamma'\frac{\partial^2\psi}{\partial x'^2}-\frac{3}{2}\gamma'\frac{m}{d_0}\frac{\partial\psi}{\partial x'}=0 \quad (26)$$

ここで新しい座標を次のように決める．

$$x=(x_s+x)\sqrt{\gamma''/\gamma'} \qquad d_0=mx \quad (27)$$

(25)式，(26)式は次のようになる．

$$\frac{\partial^2\psi}{\partial y^2}+\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2}-\frac{3}{2}\frac{1}{x}\frac{\partial\psi}{\partial x}=0 \quad (28) \qquad \frac{\partial^2 d_1}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 d_1}{\partial x^2}+\frac{3}{2}\frac{1}{x}\frac{\partial d_1}{\partial x}=0 \quad (29)$$

(28)，(29)式は，輸送流れ関数ψ，平均水深変化量d_1についての二階線形偏微分方程式であり，これを境界条件にしたがって解けば第一次の近似解が得られる。

砕波帯より沖側では，波高変化は小さいとして考えると次のようになる。

$$\frac{\partial^2\psi}{\partial y^2}+\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2}-\frac{3}{2}\frac{1}{x}\frac{\partial\psi}{\partial x'}=0 \quad (30) \qquad \frac{\partial^2 d_1}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 d_1}{\partial x^2}+\frac{3}{2}\frac{1}{x}\frac{\partial d_1}{\partial x'}=0 \quad (31)$$

3．平均水深について

以下の議論では，離岸流と離岸流の間に原点をとり，沖方向にx軸，沿岸方向にy軸をとるのは前と同じであるが，考える領域は，一つの離岸流系をとり，沿岸方向には，離岸流を$2y_r$ごとに発生しているものとして，左右に，すなわち，$-y_r \leqq y \leqq y_r$の間について考える．平均水面についての境界条件は，次のようになる。

$$y=0 \qquad d_1=0 \quad (32) \qquad d_{1y}=0 \quad (33) \qquad\qquad y=\pm y_r \qquad d_{1y}=0 \quad (34)$$

平均水深d_1を $d_1=X(x)\,Y(y)$ とおけるものとする．砕波帯内外とわず，方程式が同じなので，解き方は同じような考えでよいことになる．

(29) 式より $\dfrac{Y_1''}{Y_1}+\dfrac{X_1''}{X_1}+\dfrac{3}{2}\dfrac{1}{x}\dfrac{X_1'}{X_1}=0$ 　$\therefore\ Y_1''=-k^2Y_1$ (35) 　$X_1''+\dfrac{3}{2}\dfrac{1}{x}X_1'-k^2X_1=0$ ……(36)

(35) 式は次のような関数の組み合わせとなる。 $\cos ky$, $\sin ky$ (37)
境界条件として (33), (34) 式を用いると Y_1 は次のようになる。

$$Y_1 = A_{1n}\cos k_n y \qquad k_n = n\pi/y_r \quad n=1,2,3,\cdots \qquad (38)$$

また，(36) 式より X_1 はベッセルの変形第一，二種の形で表わされ次のようになる。

$$X_1 = x^{-1/4} I_{1/4}(kx) \quad , \quad x^{-1/4} K_{1/4}(kx) \qquad (39)$$

(38), (39) 式より，平均水深変化量 d_1 は次のようになる。

$$d_1 = \sum_{n=1}^{\infty}\left\{A_{1n}^{(1)}\ x^{-1/4} I_{1/4}(k_n x) + A_{2n}^{(2)}\ x^{-1/4} K_{1/4}(k_n x)\right\} A_{1n}^{(3)} \cos k_n y \qquad (40)$$

砕波帯より沖では (31) 式より，同じような考え方で，解けばよい。ただ，$x\to\infty$ となったときには有限でなければならないから，(40) 式の第一種関数は落とさなければならない。よって次のようになる。

$$d_1 = \sum_{n=1}^{\infty} A_{1n}^{(4)}\ x^{-1/4} K_{1/4}\left(\frac{n\pi}{y_r}x\right)\cos\frac{n\pi}{y_r}y \qquad (41)$$

(40)，(41) 式は $y=0$ で値をもつことになり，境界条件 (32) 式を満足しない。海岸での力の新平衡は波動によって生ずるものであり，流れが生じていなければ，波動エネルギーはほとんど平均水深の上昇（位置エネルギーの増加）に寄与すると考えるのが，エネルギーの転化から考えて妥当と思われる。したがって，$y=0$ では η_{max} すなわち $d_1=0$ になるように (40), (41) 式を修正する必要がある。いまそれを考えるのだけれども議論を簡単にするためにx軸方向の境界条件を (40), (41) 式の無限級数解に照らし合わせてみる。その境界条件としては次のように選ぶのが適当である。

x_s^0（汀線近く）にて　$d_1=0$ (42)　$x=x_B$（砕波点）　$d_{1x}=0$ (43)
d_1 : 連続 (44)

これを満足するような関数は，無限級数ではなく，(42) ～ (44) 式を満足する有限個の k_n である。したがって以後，そういう意味を含めて，$\sum_{n=1}^{\infty}$ の形ではなく，Σ の形で表わすものとする。

境界条件 (32) ～ (34) 式より，$y=0$ で $d_1=0$ となるようにするには簡単な方法として，$y=0$ に中央をもつ，強さ m_1 の step 関数を用いることである。$-\xi\leqq y\leqq\xi$ で周期 $2y_r$ で起こるものとすると，$\xi\to 0$ としたとき，それは次のように与えられる。

$$\zeta(y) = 2m_1\sum_{n=1}^{\infty}\left\{\left(\frac{y_r}{n\pi}\right)^2-\frac{y_r}{n\pi}\right\}\frac{n\pi}{y_r}\cos\frac{n\pi}{y_r}y \qquad (45)$$

(45) 式を満足する (29) 式の解は，次のようになる。

$$\zeta'(x,y) = x^{-1/2}\times 2m_1\sum_{n=1}^{\infty}\left\{\frac{y_r}{n\pi}-1\right\}\cos\frac{n\pi}{y_r}y \qquad (45')$$

よって，平均水深 d_1 は次のようになる

$$d_1(x,y) = \Sigma\left\{A_{1n}^{(1)}\ x^{-1/4} I_{1/4}\left(\frac{n\pi}{y_r}x\right) + A_{1n}^{(2)}\ x^{-1/4} K_{1/4}\left(\frac{n\pi}{y_r}x\right)\right\}\cos\frac{n\pi}{y_r}y$$
$$+A_m^{(3)}x^{-1/2}\sum_{m=1}^{\infty}2\left\{\frac{y_r}{m\pi}-1\right\}\cos\frac{m\pi}{y_r}y \qquad (46)$$

$$d_1(x,y) = A_{1n}^{(4)}\ x^{-1/4} K_{1/4}\left(\frac{n\pi}{y_r}x\right)\cos\frac{n\pi}{y_r}y + A_{1n}^{(5)}\ x^{-1/2}\sum_{m=1}^{\infty}2\left\{\frac{y_r}{m\pi}-1\right\}\cos\frac{m\pi}{y_r}y \qquad (47)$$

(46)，(47)式はSurf zoneとその外側での平均水深変化量を与える。

(42)式より　$A_{1n}^{(1)}\ x_s^{\circ\,-1/4} I_{1/4}(k_n x_s^\circ) + A_{1n}^{(2)}\ x_s^{\circ\,-1/4} K_{1/4}(k_n x_s^\circ) = 0$　(48)

(43)式より　$A_{1n}^{(3)}\ x_B^{-1/4} I_{5/4}(k_n x_B) - A_{1n}^{(2)}\ x_B^{-1/4} K_{5/4}(k_n x_B) = 0$　(49)

(44)式より　$A_{1n}^{(1)}\ x_B^{-1/4} I_{1/4}(k_n x_B) + A_{1n}^{(2)}\ x_B^{-1/4} K_{1/4}(k_n x_B) = A_{1n}^{(4)}\ x_B^{-1/4} K_{1/4}(k_n x_B)$　(50)

また $y=0$ にて $d_1=0$ より．$A_{1n}^{(3)}$ が求まるが．$A_{1n}^{(3)}$ は定数としているので．この決定の際には最小二乗法でその残差が最小になるような $A_{1n}^{(3)}$ を決めるようにする。$A_{1n}^{(5)}$ も同じである。もし．x_s° が与えられているならば．平均水深 d_1 に関する係数はすべて決まることになる。x_s° の決定には．平均水深の零点と．平均流速の零点を一致させれば求まる。

4．平均流速について

次に，(28)，(30)式にもとづいて平均流速について考察を進める．境界条件を次のようにおく．

$y=0$ にて　$\psi=0$　(51)　　$y=\pm y_r$ にて　$\psi=0$　(54)　　$x=x_B$ にて　$\psi_x=0$　(57)

$\psi_y=0$　(52)　　$\psi_x=0$　(55)　　ψ：連続　(58)

$\psi_x=0$　(53)　　$\psi_{yy}=0$　(56)　　$x=x_s^\circ$ にて　$\psi=0$　(59)

輸送流れ関数も変数分離の型とすると (51)と(53)，(54)と(55)は同じ条件となる。$\psi=X_2(x)Y_2(y)$ の形にできるものとすると次式を得る

$$\frac{Y_2''}{Y_2}+\frac{X_2''}{X_2}-\frac{3}{2}\frac{1}{x}\frac{X_2'}{X_2}=0 \qquad (60) \qquad \therefore\ X_2''-\frac{3}{2}\frac{X_2'}{x}-k^2X_2=0 \qquad (61)$$

$$Y_2''=-k^2Y_2 \qquad (62)$$

境界条件 (51)，(54)式を用いると (62)の解は次のようになる　$Y_2(y)=A_{2n}\sin\frac{n\pi}{y_r}y$　$n=1,2,\cdots$　(63)

(61) の解はBesselの変形第一，二種の関数であらわされる．

$$X_2(x)=x^{5/4}I_{5/4}(k_nx)\ ,\quad x^{5/4}K_{5/4}(k_nx) \qquad (64)$$

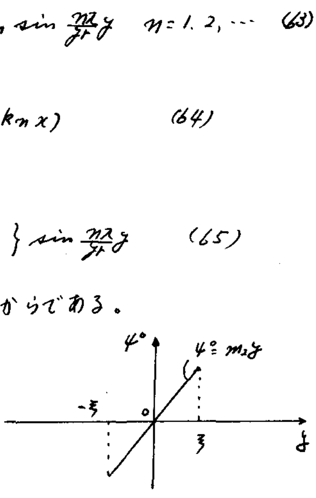
よって求める解は次のようになる

$$\psi=\Sigma\left\{A_{2n}^{(1)}\ x^{5/4}I_{5/4}\left(\frac{n\pi}{y_r}x\right)+A_{2n}^{(2)}\ x^{5/4}K_{5/4}\left(\frac{n\pi}{y_r}x\right)\right\}\sin\frac{n\pi}{y_r}y \qquad (65)$$

(65) 式に $\sum_{n=1}^{\infty}$ がつけられないは．x 軸方向の条件より固有値は有限個しかないからである。

(65) 式は境界条件 (52) を満しない．そこで．基礎方程式の一つの特解を見い出し．それを境界条件にあうように．最小二乗法で係数を決定すればよい。そこで．$-\xi\leq y\leq\xi$ の領域で定義される（周期 $2y_r$ とする）関数 ψ° を考える．

$$\psi^\circ=m_2y \qquad -\xi\leq y\leq\xi \qquad (66)$$



そこで．これを $y=0$ の近くで表現できるように．幅 2ξ をもつ．関数 $\psi^\circ=m_2y$ をフーリエの正弦級数で表わし $\lim\xi\to0$ のときの係数 b_n を定める。結果的に次のようになる。

$$\psi^\circ=2m_2\sum_{n=1}^{\infty}\left\{\left(\frac{y_r}{n\pi}\right)^2-\frac{y_r}{n\pi}\right\}\sin\frac{n\pi}{y_r}y \qquad (67)$$

(67) 式のような関数をもつ輸送流れ関数 ψ を原式 ((28)，(30)式) より変数分離の形で求めると次のようにな

3

$$\psi^{0} = 2x^{5/2} m_2' \sum_{m=1}^{\infty} \left\{ \left(\frac{y_r}{m\pi}\right)^2 - \frac{y_r}{m\pi} \right\} \sin\frac{m\pi}{y_r} y \qquad (68)$$

よって、平均水深と同じように解を次のように表わされるものとする。

$$\psi(x,y) = \sum \left\{ A_{2n}^{(1)} x^{5/4} I_{5/4}(k_n x) + A_{2n}^{(2)} x^{5/4} K_{5/4}(k_n x) \right\} \sin k_n y + A_{2n}^{(3)}\, 2x^{5/2} \sum_{m=1}^{\infty} \left\{ \left(\frac{y_r}{m\pi}\right)^2 - \frac{y_r}{m\pi} \right\} \sin\frac{m\pi}{y_r} y \qquad (69)$$

$$\psi(x,y) = \sum A_{2n}^{(4)} x^{5/4} K_{5/4}(k_n x) \sin k_n y + A_{2n}^{(5)}\, 2\sum_{m=1}^{\infty} \left\{ \left(\frac{y_r}{m\pi}\right)^2 - \frac{y_r}{m\pi} \right\} \sin \sin\frac{m\pi}{y_r} y \qquad (70)$$

(70)式に(68)式を$x^{5/2}$で割った項を加えたのは、$x \to \infty$で$\psi \to 0$でなければならないので、最小二乗法で係数を決める際に簡単にするために除いたものである。(69)は砕波帯の中で、(70)式はその外で用いるものとする。したがって(69),(70)にある係数$A_{2n}^{(1)} \sim A_{2n}^{(5)}$を決めれば、平均流速は予測できることになる。

$A_{2n}^{(3)}$と$A_{2n}^{(5)}$は境界条件より、残差が最小になるという条件より決まるので、結局、$A_{2n}^{(1)}$, $A_{2n}^{(2)}$, $A_{2n}^{(4)}$を決定すればよいことになる。(19),(20)式より$A_{1n}^{(1)}$と$A_{1n}^{(2)}$が定数倍されて$A_{2n}^{(1)}$と$A_{2n}^{(2)}$に対応することがわかる。

$x = x_s^0$ にて、$\psi = 0$ より $\quad A_{2n}^{(1)} I_{5/4}(k_n x_s^0) + A_{2n}^{(2)} K_{5/4}(k_n x_s^0) = 0 \qquad (71)$

$x = x_B$ にて、$\psi_x = 0$ より $\quad A_{2n}^{(1)} I_{1/4}(k_n x_B) + A_{2n}^{(2)} K_{1/4}(k_n x_B) = 0 \qquad (72)$

$\psi_{in} = \psi_{out}$ より

$$A_{2n}^{(1)} x_B^{5/4} I_{5/4}(k_n x_B) + A_{2n}^{(2)} x_B^{5/4} K_{5/4}(k_n x_B) = A_{2n}^{(3)} x_B^{5/4} K_{5/4}(k_n x_B) \qquad (73)$$

x_s^0は$x=0$の近くなので、このようなx_s^0に対しては$I_{1/4}(kx_s^0)$, $I_{5/4}(kx_s^0)$, $K_{1/4}(kx_s^0)$, $K_{5/4}(kx_s^0)$は次のように表わせる。

$$\left.\begin{aligned} & I_{1/4}(k_n x_s^0) \sim \left(\frac{k_n x_s^0}{2}\right)^{1/4} \Big/ \Gamma(5/4),\quad I_{5/4}(k_n x_s^0) \sim \left(\frac{k_n x_s^0}{2}\right)^{5/4} \Big/ \Gamma(9/4),\quad K_{1/4} \sim \frac{1}{2}\Gamma(1/4)\left(\frac{k_n x_s^0}{2}\right)^{-1/4} \\ & K_{5/4}(k_n x_s^0) \sim \frac{1}{2}\Gamma(5/4)\left(\frac{k_n x_s^0}{2}\right)^{-5/4} \end{aligned}\right\} \quad (74)$$

したがって、(74)式を用いると、(19),(20),(48),(71)よりx_s^0が求まる。

$$\left(\frac{k_n x_s^0}{2}\right)^3 = \frac{\Gamma(9/4)}{\Gamma(1/4)} \frac{\gamma''}{\gamma'} \qquad (75)$$

よって、すべての係数が求まったことになる。

5. あとがき　海浜流は平均水深の変化量で関連づけられ、その場合、基準となるのは流れが生じないときの平均水深であり、静水深ではない。(28)〜(31)式をもとに、境界条件を満たす関数を求めるということでステップ関数を使い、最小二乗法で係数を定めるという仕方で解を求めた。今後この方法を加速度項を取り入れた場合の基礎方程式にも適用し、海浜流をさらに明らかにしていくつもりである。

参考文献

1. Longuet-Higgins. M.S.: PP 203–248 Academic N.Y. 1971
2. Tom. C.K.W.: J.G.R. Vol 78. No 12. 1973
3. O'Rourke. J.C. et al Longshore current in a sediment bay J.G.R. 1972. Vol. 77