

斜角をなす固定ラーメン橋の解法

北海道工業大学 正員 〇畑中 裕

“ “ 猪又 稔

1. まえがき

橋りょう架設地点において計画路線の斜め交差が多くなり、そのために橋軸に対して斜めの支承を有するいわゆる斜角構造型式の橋りょうが多く採用されるようになってきた。斜角橋りょうは支間長に比して橋幅が大きく、その影響を考慮しなければならぬ構造型式(例えばスラブ、格子桁等)と、橋幅が小さく棒としてとりあつかうことが出来る構造型式に大別出来る。前者については多くの文献があり、また後者についても単純げた、連続げた等の解析の方法が発表または紹介^{(1)~(4)}されているが、ラーメン構造をとりあつかったものは極めて少ないように思われる。本論文は棒構造としての斜角をなす固定脚ラーメンの解法についてのべたものである。

2. 構造系および記号

図-1のごとく斜角ラーメンを立体構造と考え、ラーメン水平部材の中央で切断すれば、図-2に示すように切断面には $X_1, X_2, \dots, X_6$ の6個の静定力が作用することになる。直交座標軸を x, y, z にとり、切断面(奥)に働く x, y, z 軸方向の力を X_1, X_2, X_3 , x, y, z 軸まわりのモーメントを X_4, X_5, X_6 とする。断面力は図-2に示す方向を正にとり、また変位量も断面力と同じ方向を正にとるものとする。

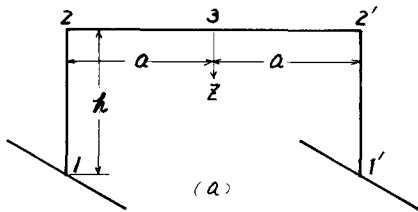


図-1

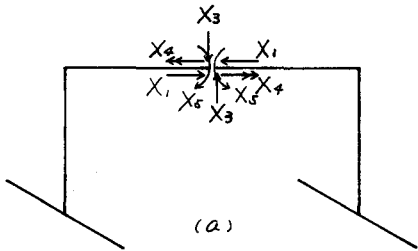
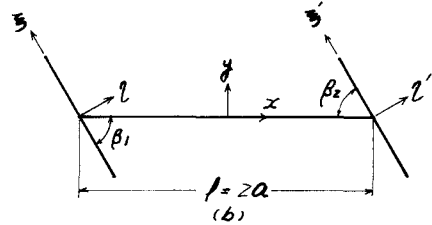
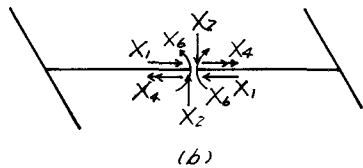


図-2



また3以下の式中または図中の記号は次のとおりである。

EI_y, EI_z ; 水平部材の y, z 軸に関する曲げ剛性。 EI_ξ, EI_η ; 脚部材の ξ, η 軸に関する曲げ剛性。

GJ_x, GJ_z ; 水平部材および脚部材のねじり剛性。

$m_x, m_y, m_z, m_\xi, m_\eta$; 静定基本系における脚部材の x, y, z, ξ, η 軸まわりのモーメント。

δ_ξ, δ_η ; 静定基本系における脚部材先端2の ξ, η 軸方向の変位量。

α_ξ, α_η ; 静定基本系における脚部材先端2の ξ, η 軸まわりの回転変位量。

$\delta_{x5}, \delta_{y5}, \delta_{z5}, \delta_{\eta 2}$; δ_ξ, δ_η の x, y 軸方向の成分。 $\alpha_{x5}, \alpha_{y5}, \alpha_{z5}, \alpha_{\eta 2}$; α_ξ, α_η の x, y 軸方向の成分。

δ_{x2}, δ_{y2} ; 静定基本系における脚部材先端2の x, y 軸方向の変位量。

$\alpha_{xi}, \alpha_{yi}, \alpha_{zi}$: 静定基本系における脚部先端2のx, y, z軸まわりの回転変位置。

$\delta_{xi}, \delta_{yi}, \delta_{zi}$; $X_i = 1$ による水平部材切断面(点3)のx, y, z軸方向の相対変位置。 $i=1 \sim 6$

$\alpha_{xi}, \alpha_{yi}, \alpha_{zi}$; $X_i = 1$ による水平部材切断面(点3)のx, y, z軸まわりの相対回転変位置。 $i=1 \sim 6$

$\delta_{x0}, \delta_{y0}, \delta_{z0}$; 静定基本系に外力が作用した場合の点3のx, y, z軸方向の相対変位置。

$\alpha_{x0}, \alpha_{y0}, \alpha_{z0}$; 静定基本系に外力が作用した場合の点3のx, y, z軸まわりの相対回転変位置。

3. 釣合方程式の誘導

不静定力 $X_1, X_2, \dots, X_6$ によって生ずる切断面(点3)における相対変位置 $\delta_x, \delta_y, \delta_z, \alpha_x, \alpha_y, \alpha_z$ を求め、外荷重による切断面(点3)における相対変位置 $\delta_{x0}, \delta_{y0}, \delta_{z0}, \alpha_{x0}, \alpha_{y0}, \alpha_{z0}$ とが釣合しなければならぬ。すなわち切断面(点3)の相対変位が全ての方向で0でなければならぬ事から次式を得る。図-3 ~ 図-8 参照

こゝに

$$\begin{pmatrix} \delta_{x1} & \delta_{x2} & \delta_{x3} & \delta_{x4} & \delta_{x5} & \delta_{x6} \\ \delta_{y1} & \delta_{y2} & \delta_{y3} & \delta_{y4} & \delta_{y5} & \delta_{y6} \\ \delta_{z1} & \delta_{z2} & \delta_{z3} & \delta_{z4} & \delta_{z5} & \delta_{z6} \\ \alpha_{x1} & \alpha_{x2} & \alpha_{x3} & \alpha_{x4} & \alpha_{x5} & \alpha_{x6} \\ \alpha_{y1} & \alpha_{y2} & \alpha_{y3} & \alpha_{y4} & \alpha_{y5} & \alpha_{y6} \\ \alpha_{z1} & \alpha_{z2} & \alpha_{z3} & \alpha_{z4} & \alpha_{z5} & \alpha_{z6} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ X_4 \\ X_5 \\ X_6 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \delta_{x0} \\ \delta_{y0} \\ \delta_{z0} \\ \alpha_{x0} \\ \alpha_{y0} \\ \alpha_{z0} \end{pmatrix} = 0 \dots (1)$$

$$\begin{aligned} \delta_{x1} &= \frac{1}{2} k^2 (A+A') & \delta_{x2} &= \frac{1}{2} k^2 (B+B') & \delta_{x3} &= \frac{1}{2} k^2 k(A-A') \\ \delta_{x4} &= \frac{1}{2} k^2 (B+B') & \delta_{x5} &= \frac{1}{2} k^2 (A+A') & \delta_{x6} &= 0 & \delta_{y1} &= \delta_{x2} \\ \delta_{y2} &= \frac{2}{3} a^2 p_x + \frac{1}{3} k^2 (C+C') + a^2 k (p_x + p_x') & \delta_{y3} &= \frac{1}{2} k^2 (B-B') \\ \delta_{y4} &= \frac{1}{2} k^2 (C+C') & \delta_{y5} &= \frac{1}{2} k^2 (B+B') & \delta_{y6} &= a k (p_x - p_x') & \delta_{z1} &= \delta_{x3} \\ \delta_{z2} &= \delta_{y3} & \delta_{z3} &= \frac{2}{3} a^2 p_y + a^2 k (A+A') & \delta_{z4} &= a k (B-B') & \delta_{z5} &= a k (A-A') \\ \delta_{z6} &= 0 & \alpha_{x1} &= \delta_{x4} & \alpha_{x2} &= \delta_{y4} & \alpha_{x3} &= \delta_{z4} & \alpha_{x4} &= 2a^2 p_x + k(C+C') \\ \alpha_{x5} &= k(B+B') & \alpha_{x6} &= 0 & \alpha_{y1} &= \delta_{x5} & \alpha_{y2} &= \delta_{y5} & \alpha_{y3} &= \delta_{z5} \\ \alpha_{y4} &= \delta_{x5} & \alpha_{y5} &= 2a^2 p_y + k(A+A') & \alpha_{y6} &= 0 & \alpha_{z1} &= 0 & \alpha_{z2} &= \alpha_{y6} \\ \alpha_{z3} &= \alpha_{x4} = \alpha_{z5} = 0 & \alpha_{z6} &= 2a^2 p_x + k(p_x + p_x') \dots (2) \end{aligned}$$

f: 1/2

$$A = \frac{\sin^2 \beta_1}{EI_3} + \frac{\cos^2 \beta_1}{EI_2} \quad A' = \frac{\sin^2 \beta_2}{EI_3} + \frac{\cos^2 \beta_2}{EI_2}$$

$$B = \sin \beta_1 \cos \beta_1 \left(\frac{1}{EI_3} - \frac{1}{EI_2} \right) \quad B' = \sin \beta_2 \cos \beta_2 \left(\frac{1}{EI_3} - \frac{1}{EI_2} \right)$$

$$C = \frac{\cos^2 \beta_1}{EI_3} + \frac{\sin^2 \beta_1}{EI_2}$$

$$C' = \frac{\cos^2 \beta_2}{EI_3} + \frac{\sin^2 \beta_2}{EI_2}$$

$$p_x = \frac{1}{GJ_x} \quad p_x' = \frac{1}{GJ_x'} \quad p_x'' = \frac{1}{GJ_x''} \quad p_y = \frac{1}{EI_y} \quad p_y' = \frac{1}{EI_y'}$$

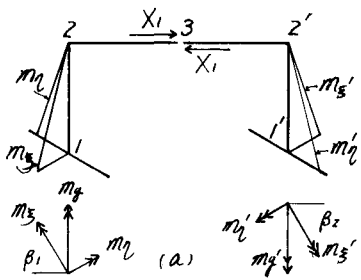
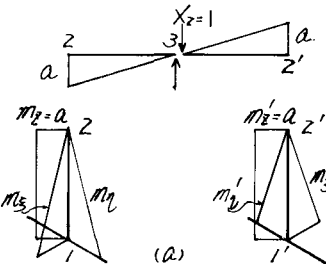


図-3



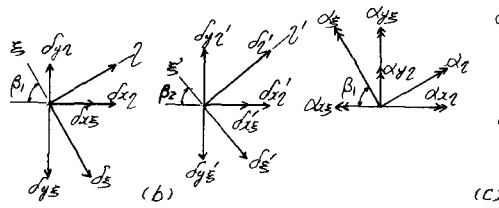
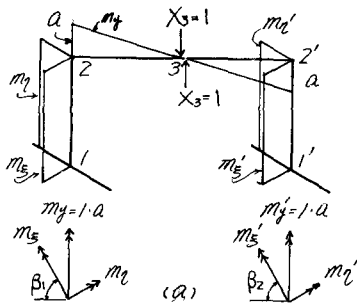


図-5

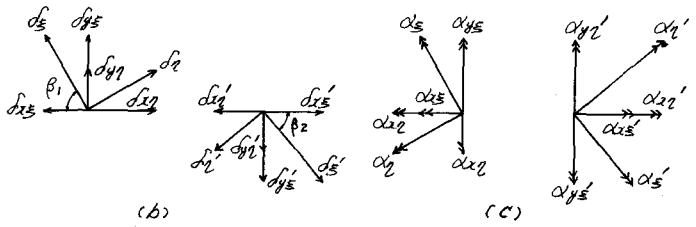
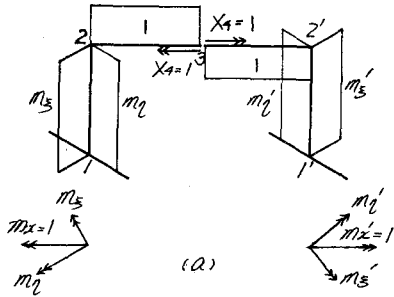


図-6

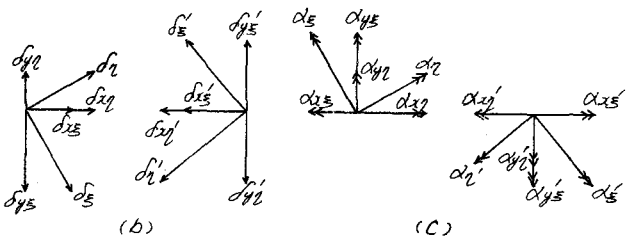
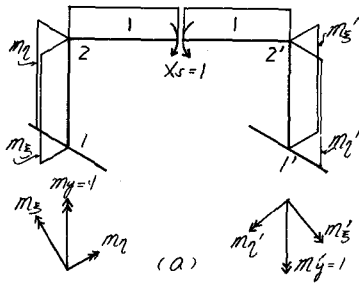


図-7

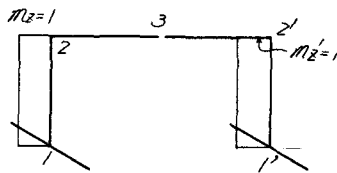
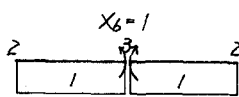


図-8

4. 荷重による切断面(梁3)の相対変位量

(1) 水平部材に等分布荷重が作用する場合。(図-9)

$$\delta_{x0} = \frac{1}{4} \omega a^2 h^2 (A+A')$$

$$\delta_{y0} = \frac{1}{4} \omega a^2 h^2 (B+B')$$

$$\delta_{z0} = \frac{1}{2} \omega a^2 h (A-A')$$

$$\alpha_{x0} = \frac{1}{2} \omega a^2 h (B+B')$$

$$\alpha_{y0} = \frac{1}{2} \omega a^2 h + \frac{1}{2} \omega a^2 h (A+A')$$

$$\alpha_{z0} = 0$$

(3)

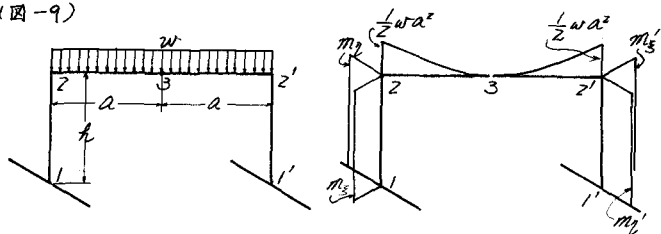


図-9

(b). 水平部材の任意の位置に集中荷重が作用する場合 (図-10)

$$\left. \begin{aligned} \delta_{x0} &= \frac{1}{2} P x h^2 A \\ \delta_{y0} &= \frac{1}{2} P x h^2 B \\ \delta_{z0} &= \frac{1}{6} P x^2 (3a-x) \beta_y + P x a h A \\ \alpha_{x0} &= P x h B \\ \alpha_{y0} &= \frac{1}{2} P x^2 \beta_y + P x h A \\ \alpha_{z0} &= 0 \end{aligned} \right\} \dots (4)$$

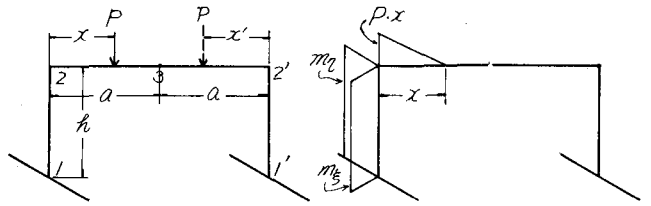


図-10

2'-3部材に荷重があるときはxをx'におきかえ、かつ、 δ_{z0} の右辺に-を乗ずればよい。

(c) 脚部材上端(2)に水平力が作用する場合 (図-11)

$$\left. \begin{aligned} \delta_{x0} &= \frac{1}{3} P h^3 A \\ \delta_{y0} &= \frac{1}{3} P h^3 B \\ \delta_{z0} &= \frac{1}{3} P a h^2 A \\ \alpha_{x0} &= \frac{1}{2} P h^2 B \\ \alpha_{y0} &= \frac{1}{2} P h^2 A \\ \alpha_{z0} &= 0 \end{aligned} \right\} \dots (5)$$

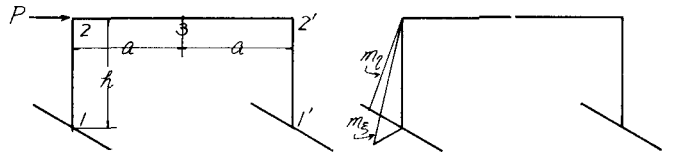


図-11

(d) 脚部材(1-2)に水平等分布荷重が作用する場合 (図-12)

$$\left. \begin{aligned} \delta_{x0} &= \frac{1}{8} g h^3 A \\ \delta_{y0} &= \frac{1}{8} g h^3 B \\ \delta_{z0} &= \frac{1}{8} g a h^2 A \\ \alpha_{x0} &= \frac{1}{6} g h^2 B \\ \alpha_{y0} &= \frac{1}{6} g h^2 A \\ \alpha_{z0} &= 0 \end{aligned} \right\} \dots (6)$$

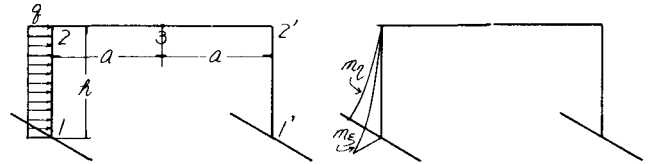


図-12

(e) 脚部材(1-2)に水平等変分布荷重が作用する場合 (図-13)

$$\left. \begin{aligned} \delta_{x0} &= \frac{1}{50} g h^3 A \\ \delta_{y0} &= \frac{1}{50} g h^3 B \\ \delta_{z0} &= \frac{1}{24} g a h^2 A \\ \alpha_{x0} &= \frac{1}{24} g h^2 B \\ \alpha_{y0} &= \frac{1}{24} g h^2 A \\ \alpha_{z0} &= 0 \end{aligned} \right\} \dots (7)$$

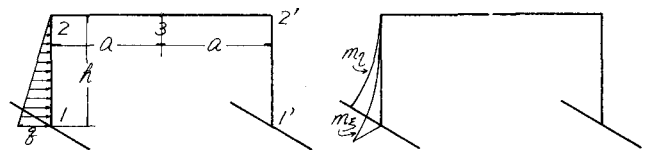


図-13

(f) 温度変化により水平部材長が変化する場合

この場合は真3の相対変位量として δ_{x0} のみが生じ他は全て0となる。1に於て次のようにおけばよい。

$$\delta_{y0} = \delta_{z0} = \alpha_{x0} = \alpha_{y0} = \alpha_{z0} = 0 \quad \delta_{x0} = 2 \cdot \Delta a = 2 \cdot \Delta t \cdot \alpha \cdot a \quad \dots (8)$$

こゝに

Δa ; 水平部材長aの変化量, Δt ; 温度変化量, α ; 水平部材材料の線膨張係数

(9) 水平部材に軸直角方向の水平等分布荷重が作用する場合(図-14)

$$\left. \begin{aligned} \delta x_0 &= \frac{1}{3} g a h^3 (B-B') \\ \delta y_0 &= \frac{1}{2} g a h (p_2 - p_2') + \frac{1}{3} a h^3 g (C-C') \\ \delta z_0 &= \frac{1}{2} g a^2 h (B+B') \\ \alpha x_0 &= \frac{1}{2} g a h^2 (C-C') \\ \alpha y_0 &= \frac{1}{2} g a h^2 (B-B') \\ \alpha z_0 &= \frac{1}{2} g a^2 h (p_2 + p_2') + \frac{1}{3} g a^3 p_2 \end{aligned} \right\} \dots (9)$$

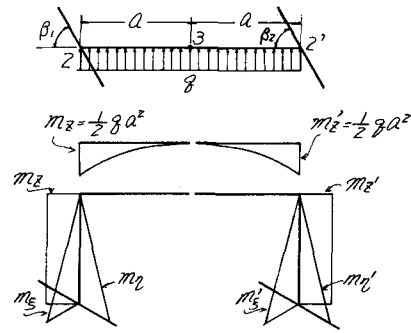


図-14

5. 数値計算および考察

図-15のようにスパン20mのコンフリートラメン橋

を例にとり、等分布荷重が10%が水平部材に載荷された場合の種々の斜角 β に対して数値計算を行った。ただし $\beta_1 = \beta_2$ とし、また計算に用いた断面諸元はつぎのとおりである。

水平部材 $I_y = 3.00 \times 1.00^3 / 12 = 0.25 m^4$
 $I_z = 1.00 \times 3.00^3 / 12 = 2.25 m^4$
 $J_x = 0.263 \times 3.00 \times 1.00^2 = 0.789 m^4$
 $a = 10 m$

脚部材 $I_3 = 3.00 \times 0.60^3 / 12 = 0.054 m^4$
 $I_2 = 0.60 \times 3.00^3 / 12 = 1.35 m^4$
 $J_x = 0.290 \times 3.00 \times 0.60^2 = 0.188 m^4$
 $h = 1.0 m$

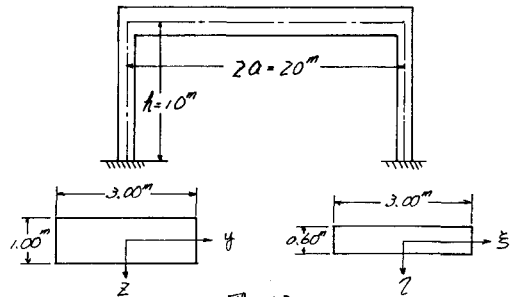


図-15

せん断弾性係数 $G = 0.43E$

実際の設計においては橋幅が定まっているので斜角 β によって軸方向の脚部材長が変化し、それに伴って I_3
 I_2 も変化するが、本文では斜角が断面力にどのような影響をおよぼすかを検討するために脚部材寸法、断面
 諸元は β に関係なく一定としたものである。

計算の結果も表-1、図-16に示す。図-17は曲げモーメント図を示したものでありその値は表-2のとおり
 である。

数値計算結果から斜角ラメンの力学特性について二・三考察すると水平部材の端モーメント M_{y2} とスパン中
 央の曲げモーメント M_{y3} の大きさは脚部材の曲

表-1

げ剛性が EI_3 である直角ラメン($\beta = 90^\circ$)と EI_2
 である直角ラメン($\beta = 0^\circ$)の M_{y2} 、 M_{y3} 値の中間
 に分布することがわかる。

ラメン橋の場合は一般に I_3 が I_2 に比して非
 常に大きいので β が小さくなる程 M_{y2} の値は固定
 げりの状態($M_{y2} = -333.33 t \cdot m$, $M_{y3} = 166.67 t \cdot m$)に
 近いものとなる。 X_1 は水平部材に働く軸力であ
 るが β が小さくなる程軸力は大きくなる。

また直橋の場合と大きく異なるのは橋軸中に荷
 重に対してはねじりモーメントが作用すること
 であり。表-1の X_4 はそのねじりモーメントを

β	$X_1 (t)$	$X_2 (t)$	$X_3 (t)$	$X_4 (t \cdot m)$	$X_5 (t \cdot m)$	$X_6 (t \cdot m)$
0°	-47.77	0	0	0	-181.42	0
5°	-46.65	0.347	0	-7.40	-183.69	0
10°	-41.95	0.576	0	-17.28	-188.33	0
15°	-37.33	0.687	0	-28.76	-195.50	0
$22^\circ 30'$	-31.93	0.692	0	-46.29	-208.92	0
30°	-28.01	0.626	0	-63.56	-225.11	0
$37^\circ 30'$	-25.80	0.540	0	-75.79	-243.42	0
45°	-24.52	0.451	0	-82.30	-263.33	0
$52^\circ 30'$	-23.79	0.369	0	-82.75	-283.65	0
60°	-23.44	0.289	0	-76.33	-303.05	0
$67^\circ 30'$	-23.37	0.212	0	-61.66	-320.51	0
75°	-23.21	0.144	0	-45.99	-333.76	0
$82^\circ 30'$	-23.18	0.071	0	-24.09	-342.46	0
90°	-23.18	0	0	0	-345.48	0

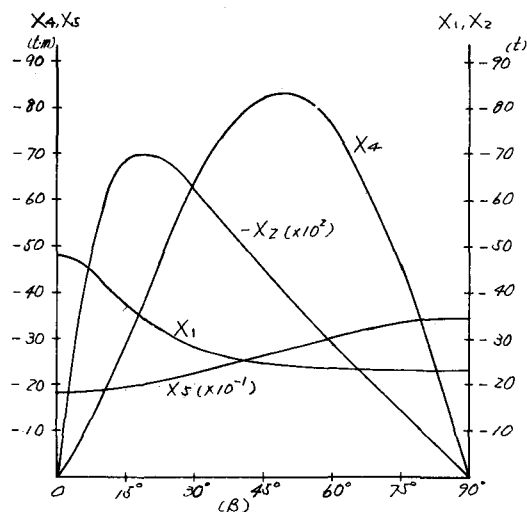


図-16

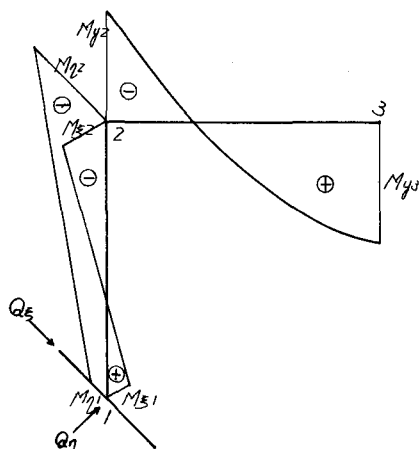


図-17

表-2

β	0°	15°	30°	45°	60°	75°	90°
M_{y2} (t.m)	-318.58	-304.50	-274.89	-236.67	-196.95	-166.24	-154.52
M_{y3} (t.m)	181.42	195.50	225.11	263.33	303.05	333.76	345.48
M_{x2} (t.m)	0	6.89	6.26	4.51	2.89	1.44	0
M_{x1}	0	38.92	52.20	61.04	69.13	75.15	77.26
M_{x2}	0	-51.02	-82.40	-109.16	-132.41	-148.67	-154.52
M_{y1}	159.29	60.80	-24.11	-48.94	-44.86	-25.98	0
M_{y2}	-318.58	-301.56	-269.83	-225.54	-164.57	-87.44	0
Q_x (t)	47.79	36.24	24.58	17.66	11.97	6.15	0
Q_y (t)	0	8.99	13.46	17.02	20.15	22.38	23.18

示しており $\beta=50^\circ$ 附近で最も大きな値となっている。

6. おわりに

斜角を有する固定脚ラーメン桁橋の解法を示し、数値計算を行ってその力学特性について二、三考察を試みた。この結果、数値計算の範囲においては斜角 β の大きい ($70^\circ \sim 90^\circ$) ラーメンの M_y, M_x については近似的に直角ラーメンとして解いても大きな誤差は認められないが橋軸中心荷重であるがねじりモーメントが発生するので十分注意する必要がある。また 50° 以下の斜角ラーメンでは断面力による斜角の影響が大きくなり近似的に直角ラーメンとして計算すると大きな誤差をともなうことになる。

参考文献

- 1) Homberg H. und Marx W.: Schiefe Stäbe und Platten, Werner-Verlag, Düsseldorf, 1958
- 2) 成瀬博男; わねじり剛性をもつ連続箱桁橋の解析について, 土木学会論文集 No. 80, 1962.
- 3) 松本嘉司; 鉄道橋としての鉄筋コンクリート斜角げりへの設計に関する研究, 土木学会論文集 No. 162, 1969
- 4) 猪又 稔; 斜げりの計算式, 工学研究 17巻4号, 1968