

鋼管杭による井筒基礎の応力解析について

北海道大学 正員 能町純雄

苫小牧高等 正員 澤田知丸

1. まえがき

本橋は、最近、橋梁等の基礎構造として多く用いられている鋼管杭を円形に配置した井筒基礎を取り上げ、解析を行なったものである。実際の構造物は、鋼管杭を円形に建て込んで、軸方向にヒンジ的に結合されており、杭頭は、コンクリート厚板で一体となっている。筆者等は、すでに発表した解析手法¹⁾を改良して実際の構造状況に近づけた解析を試みたものである。

本解析においては、ヒンジは鋼管の直径の両端に付いているものとし、杭頭は、平面保持のまま変位すると仮定している。よって水平載荷力による鋼杭の各々鉛直、水平変位を節点で取り、軸廻りの回転変位とを各々、鉛直力と捩りモーメントの釣り合いから求める。

杭頭のコンクリート厚板の剛体回転(θ)による杭の軸ひずみは全体としての抵抗モーメントを生ずると考えられる。基本微分方程式は、杭のインターロックに生ずる節点変位と節点力の関係をヒンジ接合点でとる方法により求め、鋼管杭の軸方向に有限フーリエ変換、それと杭直交平面上で節点ごとに和分変換を行ない、境界条件を満足するように境界値を定めて、必要とする、節点変位及び、断面力を得ることができる。

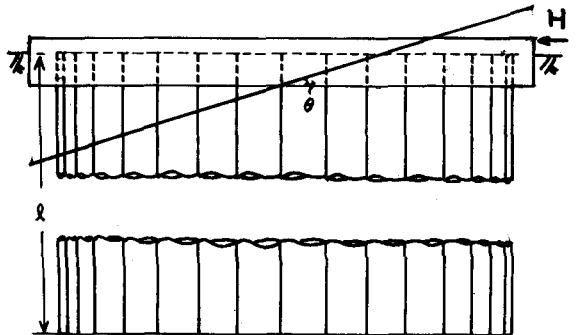
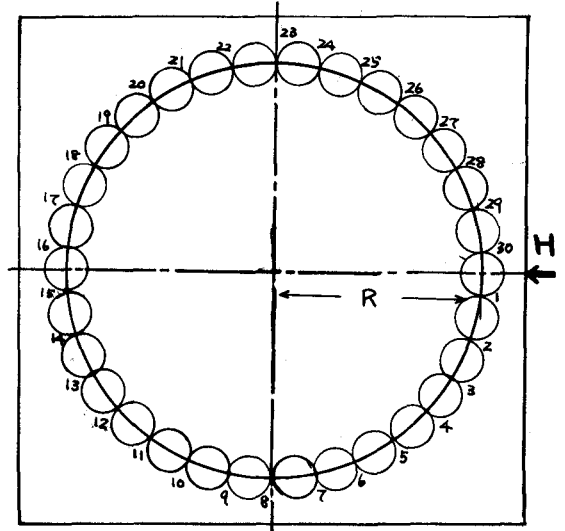


図-1 一般図

2. 基本式

図-1に示す、一般図より、任意の鋼管要素を取り節点力と節点変位の関係を図-2に示す。よって図-2の鋼管($r-1, r$)の右側(r 点)における変位、又、鋼管($r-1, r$)の左側($r-1$ 点)における変位は、

$$\sqrt{r}(x) \cdot \cos \frac{\pi}{N} + U_r(x) \cdot \sin \frac{\pi}{N} = \sqrt{r-1}(x) \quad (1) \quad \sqrt{r}(x) \cdot \cos \frac{\pi}{N} - U_{r-1}(x) \cdot \sin \frac{\pi}{N} = \sqrt{r-\frac{1}{2}}(x) \quad (2)$$

よって、任意鋼管における変位は

$$\frac{1}{2} \{ \sqrt{r}(x) + \sqrt{r-1}(x) \} \cdot \cos \frac{\pi}{N} + \frac{1}{2} \{ U_r(x) - U_{r-1}(x) \} \cdot \sin \frac{\pi}{N} = \sqrt{r-\frac{1}{2}}(x) \quad (3)$$

同様に $U(x)$ についても

$$U_r(x) \cdot \cos \frac{\pi}{N} - \sqrt{r}(x) \cdot \sin \frac{\pi}{N} = U_{r-\frac{1}{2}}(x) \quad (4) \quad U_{r-1}(x) \cdot \cos \frac{\pi}{N} + \sqrt{r-1}(x) \cdot \sin \frac{\pi}{N} = U_{r-\frac{1}{2}}(x) \quad (5)$$

鋼管に変形がないとすると

(4) = (5) とおいて

$$\{U_r(x) - U_{r-1}(x)\} \cdot \cos \frac{\pi}{n} = \{ \sqrt{r}(x) + \sqrt{r-1}(x) \} \sin \frac{\pi}{n} \quad (6)$$

よって (6) を (3) に代入すると

$$\frac{1}{2} \{ \sqrt{r}(x) + \sqrt{r-1}(x) \} \cdot \cos \frac{\pi}{n} + \frac{1}{2} \frac{\{ \sqrt{r}(x) + \sqrt{r-1}(x) \}}{\cos \frac{\pi}{n}} \sin^2 \frac{\pi}{n} \quad \text{図-2}$$

$$= \sqrt{r-\frac{1}{2}}(x) \quad \text{故に}$$

$$\frac{\sqrt{r}(x) + \sqrt{r-1}(x)}{2 \cdot \cos \frac{\pi}{n}} = \sqrt{r-\frac{1}{2}}(x) \quad (7)$$

鋼管の中央変位を今、

$$U_{r-\frac{1}{2}}(x) = \sum_i \delta \sin \frac{2\pi i}{n} (r - \frac{1}{2}) \quad (8)$$

$$\sqrt{r-\frac{1}{2}}(x) = \sum_i \delta \cos \frac{2\pi i}{n} (r - \frac{1}{2}) \quad (9)$$

とおく、又、鋼管の継手における変位を

$$U_r(x) = \sum_i \delta \sin \frac{2\pi i}{n} r \quad (10)$$

$$\sqrt{r}(x) = \sum_i \delta \cos \frac{2\pi i}{n} r \quad (11)$$

とおく、(但し $i=1$ である)

曲げより

$$EI \cdot \overset{\cdots}{U}_{r-\frac{1}{2}}(x) = P_r \quad (12) \quad EI \cdot \overset{\cdots}{\sqrt{r-\frac{1}{2}}}(x) = S_r \quad (13) \quad \text{こゝで}$$

又、捩りより (1), (2) を考慮して

$$\overset{\cdots}{U}_{r-1}(x) = \frac{\partial^4 U_{r-\frac{1}{2}}(x)}{\partial x^4} \quad \text{を表わす}$$

$$\frac{GJ}{2a} \left[\{ \ddot{U}_r(x) - \ddot{U}_{r-1}(x) \} \cdot \cos \frac{\pi}{n} + \{ \ddot{U}_r(x) + \ddot{U}_{r-1}(x) \} \cdot \sin \frac{\pi}{n} \right] = P_r \cdot 2a \quad (14)$$

故に、(12) (13) (14) の合力が継手部に作用する力となる。

一方 (8) ~ (11) より

$$\sqrt{r}(x) - \sqrt{r-1}(x) = -2\delta \cdot \sin \frac{2\pi}{n} (r - \frac{1}{2}) \cdot \sin \frac{\pi}{n} \quad (15)$$

$$U_r(x) + U_{r-1}(x) = 2\delta \cdot \sin \frac{2\pi}{n} (r - \frac{1}{2}) \cdot \cos \frac{\pi}{n} \quad (16)$$

故に、捩りによる項 (14) は、

$$\frac{GJ}{a} \cdot \ddot{\delta} \cdot \left[-\sin \frac{2\pi}{n} (r - \frac{1}{2}) \cdot \sin \frac{\pi}{n} \cdot \cos \frac{\pi}{n} + \sin \frac{2\pi}{n} (r - \frac{1}{2}) \cdot \sin \frac{\pi}{n} \cdot \cos \frac{\pi}{n} \right] = 0 \quad (17)$$

(17) は、捩りは生じないことを示す。

よって、鋼管の変形を考えると、継手が直径の両端に付いている場合、

・捩りは生じない。

・基礎構造を1本の梁として計算する。

而して、

$$EI \cdot \overset{\cdots}{\delta} + k \cdot \delta = 0 \quad (18)$$

$$k = k \cdot 2a$$

k : 地盤反力係数 ($\frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$)

a : 鋼管の半径 (cm)

2-1. 底地盤が岩盤等で構造物の根元がヒンジ条件の場合

$$x=0 \text{ で } \delta = \delta_0 \quad x=l \text{ で Hinge} \quad \frac{d\delta}{dx} = \theta \quad \delta'' = \frac{\partial^2 \delta}{\partial x^2}$$

$$\text{故に, } \delta = \delta_0 \cdot Q(\xi) + \frac{M_0}{EI \cdot 2\beta^2} \cdot P(\xi) \quad (19)$$

$$Q(\xi) = \frac{\cosh \pi \beta (2-\xi) \cdot \cos \pi \beta \xi - \cosh \pi \beta \xi \cdot \cos \pi \beta (2-\xi)}{\cosh 2\pi \beta - \cos 2\pi \beta}$$

$$P(\xi) = \frac{\sinh \pi \beta (2-\xi) \cdot \sin \pi \beta \xi - \sinh \pi \beta \xi \cdot \sin \pi \beta (2-\xi)}{\cosh 2\pi \beta - \cos 2\pi \beta}$$

軸力 N_r は

$$N_r = EA \cdot \frac{R\theta}{l} \cdot \cos \frac{2\pi}{n} (r - \frac{1}{2}) \quad (20) \quad \begin{array}{l} R: \text{基礎構造全体の半径} \\ l: \text{基礎構造の軸方向長さ} \end{array}$$

軸力によるモーメントは

$$M_i = \sum_{r=1}^n N_r \cdot R \cdot \cos \frac{2\pi}{n} (r - \frac{1}{2}) = \sum_{r=1}^n \frac{AE}{l} R^2 \theta \cdot \cos^2 \frac{2\pi}{n} (r - \frac{1}{2}) \quad (21)$$

$$\text{又, } n \cdot M_0 = -EI \cdot \delta'' \quad Q_0 = -EI \cdot \delta''' \quad (22)$$

この場合 βl が十分大きいので、次の様に簡略できる。すなわち 境界条件より

$$\delta_0 = -\frac{1}{2\beta^2 EI} (\beta M_0 + Q_0) \quad (23)$$

$$\theta_0 = \frac{1}{2\beta^2 EI} (2\beta M_0 + \theta_0) \quad (24)$$

$$\therefore M_0 = 2\beta EI (\beta \delta_0 + \theta_0) \quad (25)$$

$$Q_0 = -2\beta^2 EI (2\beta \delta_0 + \theta_0) \quad (26)$$

$$n M_0 + M_i = m \quad Q_0 = H \text{ より}$$

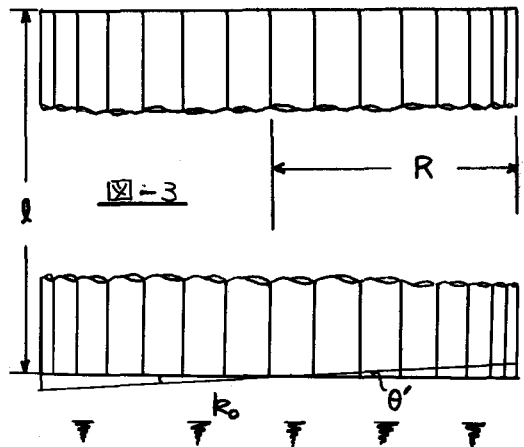
$$2\beta EI \cdot n (\beta \delta_0 + \theta_0) + \frac{EA \theta_0}{l} \cdot R^2 \sum_{r=1}^n \cos^2 \frac{2\pi}{n} (r - \frac{1}{2}) = m \quad (27)$$

$$2\beta^2 EI \cdot n (2\beta \delta_0 + \theta_0) = H \quad (28)$$

よって (25) (27) (28) より

δ_0, θ_0, M_0 を知る

従って (19) より変位を得る。又必要な断面力が計算できる。



2-2. 底地盤が軟弱な場合

右図、図-3の如く、底地盤の鋼管杭に対するバネ定数 k_0 (t/m) とすると

$$k_0 \cdot \theta' R \cdot \cos \frac{2\pi}{n} (r - \frac{1}{2}) = P_r \text{ (杭 } r \text{ の力)}$$

$$M_0 = \sum_{r=1}^n P_r \cdot R \cos \frac{2\pi}{n} (r - \frac{1}{2}) = k_0 \cdot \theta' \cdot R^2 \sum_{r=1}^n \cos^2 \frac{2\pi}{n} (r - \frac{1}{2})$$

$$\frac{l \cdot R}{EA} = \Delta l_r \text{ (杭のちぢみ)}$$

$$\therefore \frac{k_0 l}{EA} \theta' R \cos \frac{2\pi(r-\frac{1}{2})}{n} = \Delta l_r$$

$$\theta' R \cos \frac{2\pi(r-\frac{1}{2})}{n} + \Delta l_r = \theta' R \cos \frac{2\pi(r-\frac{1}{2})}{n} (1 + \frac{k_0 l}{EA}) = \theta_0 \cdot R \cos \frac{2\pi(r-\frac{1}{2})}{n}$$

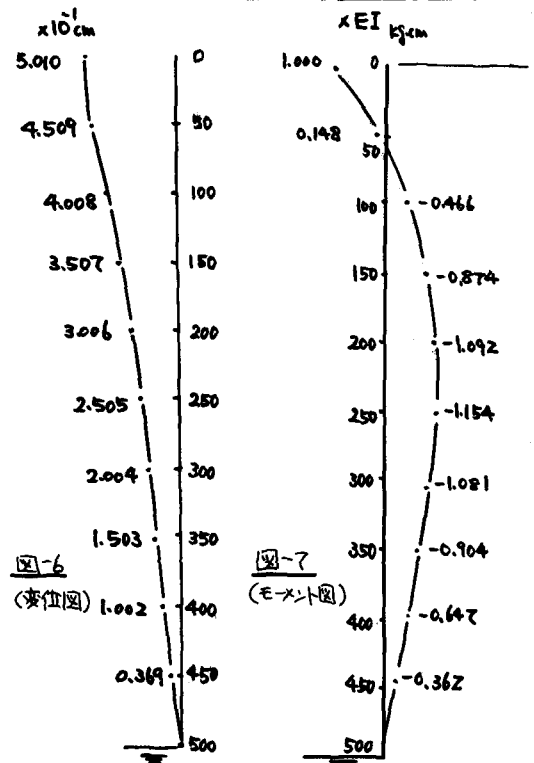
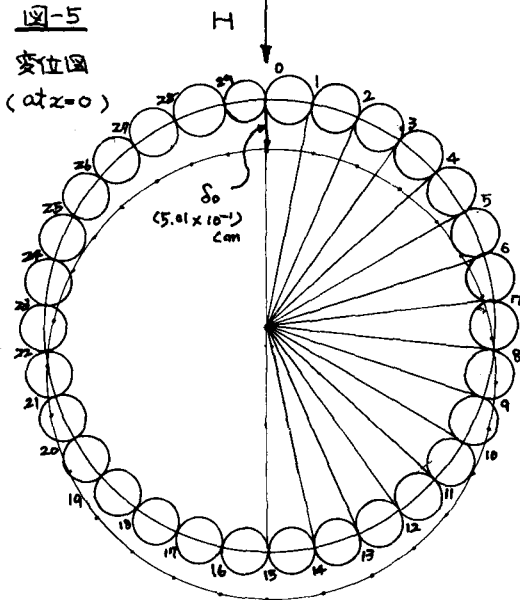
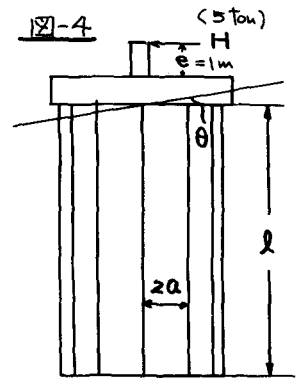
$$\text{杭の頂部では } \theta_0 = \theta' (1 + \frac{k_0 l}{EA})$$

$$\therefore M_0 = \frac{1}{(1 + \frac{k_0 l}{EA})} \times k_0 \theta_0 \cdot R^2 \sum_{r=1}^n \cos^2 \frac{2\pi(r-\frac{1}{2})}{n}$$

よて (27) 式中 $\frac{EA}{l}$ の代わりに $\frac{k_0}{(1 + \frac{k_0 l}{EA})}$ をおきかえるとよい。

3. 数値計算例

今、例として 図-4 の様に $H=5 \text{ ton}$ $l=5 \text{ m}$ $e=1 \text{ m}$
 $E=21 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$ $2a=60.96 \text{ cm}$ $I=806 \times 10^2 \text{ cm}^4$
 $k=20 \text{ kg/cm}^2$ $N=30 \text{ 本}$ について 変位図、
 モーメント図を示す。(図-5, 6, 7)



※ 参考文献:

S.P. TIMOSHENKO: Theory of plates and shells (Second Edition)

能町 松岡 澤田: 軸方向に圧縮力を受ける鋼管よりなる基礎の応力解析について (第11回道路会議一般論文集)

能町 澤田: 鋼管材によるセル型基礎の応力解析について (第12回道路会議一般論文集)

図-6

(変位図)

図-7

(モーメント図)