

短径間吊橋の最適設計とスチーの效果について

室蘭工業大学 正員 杉本博之

1. まえがき

吊橋の設計は、多くの要素から成っており、その厳密な最適設計は非常に難しい問題である。しかし、吊橋は一般にその構造の規模が大きいだけに、最適設計法の応用は効果があると思われる。

筆者は、すでにSUMITによる有限変形を考慮したトラス構造体の最適設計⁽¹⁾、吊橋の最適設計に関する基礎的考察⁽²⁾を若干の計算例と共に発表している。本論文は、さらに、モデル化した短径間吊橋を例にとりタワー・スチーの位置を適当に変化させて、最適性、タワー・スチーの効果、斜張橋との関連性等の特性を考察しにものである。

許容応力度等細部の規程は、本州四国連絡橋上部構造設計基準(案)(昭和48年9月)、道路橋示方書(昭和47年)に従う。

2. 有限変形法

吊橋では、死荷重はケーブルおよびハンガーで支持されると考えるので、初期応力を考慮した剛性マトリクスが必要である。右図に示すように、初期応力 F_{ij} を受けて釣り合っている部材 ij に、付加節点力 X_i, X_j, Y_i, Y_j が作用した場合、変形後の状態で平衡および適合条件を満足する部材剛性マトリクスは次のようになる。

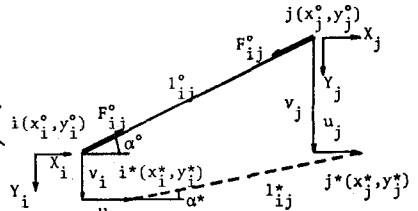


図-1

$$P_{ij} = \left\{ \frac{EA}{l_{ij}^0} A_{ij}^* B_{ij} + \frac{F_{ij}^0}{l_{ij}^*} A_{ij}^0 B_{ij} + \frac{F_{ij}^0}{l_{ij}^*} G \right\} X_{ij} \quad (1)$$

ここで、 E : ヤング率、 A : 部材断面積、 $P_{ij} = (X_i \ Y_i \ X_j \ Y_j)^T$ 、 $X_{ij} = (u_i \ v_i \ u_j \ v_j)^T$ 、 $A^0 = (\cos \alpha^0 \ -\sin \alpha^0 \ -\cos \alpha^0 \ \sin \alpha^0)^T$ 、 $A^* = (-\cos \alpha^* \ \sin \alpha^* \ \cos \alpha^* \ -\sin \alpha^*)^T$ 、 $B = (-\cos \tilde{\alpha} \ \sin \tilde{\alpha} \ \cos \tilde{\alpha} \ -\sin \tilde{\alpha})$ 、

$$G = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \sin \tilde{\alpha} = \frac{Y_j - Y_i + (-v_j + v_i)/2}{(l_{ij}^0 + l_{ij}^*)/2}, \quad \cos \tilde{\alpha} = \frac{X_j - X_i + (u_j - u_i)/2}{(l_{ij}^0 + l_{ij}^*)/2} \quad (2)$$

構造体全体の剛性マトリクスは、境界条件を考慮して、各部材ごとに式(1)を埋め合わせることによって得られるので、有限変形を考慮する場合、その解法は単純繰り返し計算法を用いる。式(2)において、変位の変を0とすると微小変形理論となる。

3. 設計条件

吊橋は、図-2. a, bの区間、180mおよび300mの構造を対象とし、タワー・スチーは、タワーと結ばれる補剛トラス上弦材の格点の位置によりI, II, ..., Vと示し、構造解析上の仮定として、死荷重はすべてケーブルによって支持され、その8割はハンガーにより伝達され、ハンガーにも初期応力がかかる。

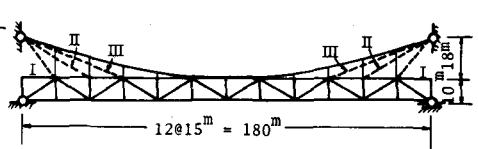


図-2. a タイプA

member	σ_a (kg/cm ²)	E (kg/cm ²)
stay, cable	5600	2.0×10^6
hanger	5600	1.4×10^6
truss	SM58	2.1×10^6

表-1

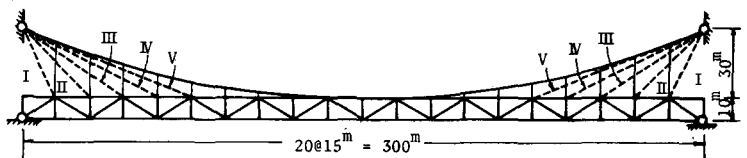


図-2. b タイプB

存在するとする。断面は、タフステイ、ケーブル、ハンガー、上弦材、腹材、下弦材それぞれが等断面とし、6あるいは5(タフステイが無い場合)設計変数と考慮している。各部材のヤング率、許容応力度を表-1に示した。補剛トラスの各部材は正方形断面とする。活荷重は、補剛トラスの上弦材の端点に集中荷重(タイプAで100t、タイプBで150t)として作用し、5連荷重として移動させる。

4. 最適設計法

4-1 目的関数

吊橋の最適設計における目的関数は、コストまで考慮すると非常に複雑になる。本論文では、式(3)で表わされる総体積を目的関数とした。

$$V = \sum_{i=1}^n l_i A_i \quad (3)$$

一般に、ケーブルと補剛トラスでは、そのコストの大きく違ふことと予想されるが、実際には、単位重量当りのコストの比は1.1前後であるので式(3)は妥当であると思われる。

4-2 最適設計法

本論文で用いた最適設計法は、部材断面値と変位の両方を同時に収束させる繰り返し全応力設計法、および、全応力設計の結果の最適性の検討を行ない、必要であれば設計変数を修正するという方法⁽²⁾である。流れ図を図-3に示した。

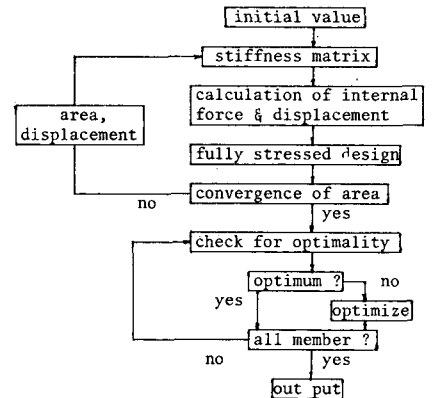


図-3 最適設計の流れ図

5. 計算結果および考察

数値計算の結果は、タイプA、Bそれぞれにおいて、有限変形の影響を考慮し、死荷重0.4t/mで、タフステイの位置0.1である吊橋の全応力設計の結果を基準値とし、他の値はその基準値に対する比で表わしている。タイプA、Bの基準値を表-2に示した。

member	A(cm ²)	B(cm ²)
stay	51.55	86.68
cable	272.45	504.05
hunger	15.64	18.34
u.chord	395.28	719.38
w.member	338.89	493.70
l.chord	282.52	527.07
V (m ³)	29.296	81.972

表-2 基準値

5-1 SUMTによる結果との比較

i) タイプA-II, 微小変形, 死荷重2t/m; この問題は、前述の最適性の検討の結果、全応力設計の最適に属する問題である。全応力設計および同じ問題とぶしMTで解いた結果を表-3に示した。両者はほとんど一致している。

ii) タイプA-II, 有限変形, 死荷重1t/m; タイプA-0~A-III, B-0~B-Vの問題の内、このタイプA-IIは、死荷重の小さい範囲で、タフステイとケーブルの両部材が、応力的に余裕のある断面のみの目的関数を減少し得ることを示した。全応力設計の結果、およびタフステイあるいはケーブルのみを修正した結果を表-4に示した。総体積はケーブルの断面を修正した方が小さい。同じ問題をSUMTにより解いた結果を左欄に示した。それは、ケーブルのみの応力的に余裕のある断面であり、当然、最適橋の全応力設計の結果に、ケーブルのみの修正を加えた結果と一致している。

以上より、4.で説明した全応力設計の結果を利用する最適設計法は、有効であると思われる。計算時間は、SUMTよりはるかに少なくて済む。

member	SUMT	fully
stay	76.17	77.53
cable	148.11	147.37
hunger	8.70	8.43
u.chord	366.75	369.88
w.member	405.82	400.98
l.chord	249.59	253.20
V	28,465	28,413

表-3 A-II, ρ , $\rho = 2 \text{ t/m}$

member	SUMT	fully	stay	cable
stay	81.42	92.50	152.50*	79.59
cable	139.94	79.03	70.04	139.03**
hunger	7.90	4.69	4.10	6.16
u.chord	363.63	369.00	326.90	364.87
w.member	402.29	426.10	437.48	402.21
l.chord	252.07	279.69	269.51	251.13
V	28,212	28,566	28,270	28,176

表-4 A-II, ρ , $\rho = 1 \text{ t/m}$

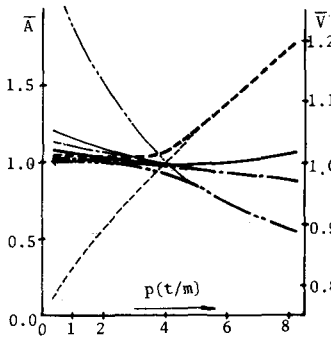


図-3. a タイプA-I

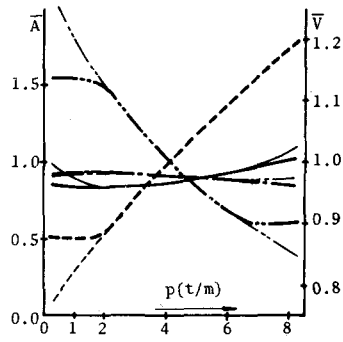


図-3. b タイプA-II

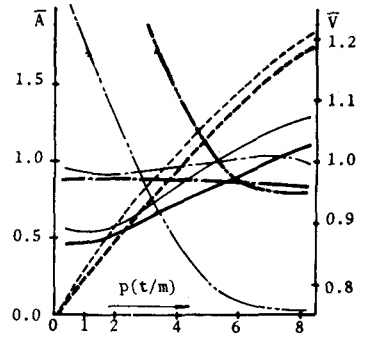


図-3. c タイプA-III

——; 総体積, ----, ケーブル断面積, ---; 補剛トラス上弦材断面積, - - -; タワーステイ断面積

5-2 各設計変数, その最適性と死荷重の関係

タイプA, B共に同じ傾向を示すので, タイプAの有限変形の影響を考慮した場合の結果を図-3に示す。図中, 細線は全応力設計, 太線は最適化されたものである。タイプA-Iでは, 死荷重が 0.5×10^6 を境に大きい範囲で全応力設計が最適, 小さい範囲でケーブル応力的に余裕のある断面の方が最適となる。また, 死荷重が 0.5×10^6 で最小の総体積を与える。タイプA-IIでは, 死荷重が 0.5×10^6 , 6.5×10^6 を境に, 6.5×10^6 より大きい範囲ではタワーステイが, 0.5×10^6 より小さい範囲ではケーブル応力的に余裕のある断面となり, その間では全応力設計が最適となる。最小の総体積は, 死荷重が 0.5×10^6 で与えられる。タイプA-IIIでは前述のタイプとは異なり, 死荷重の全範囲でタワーステイ応力的に余裕のある断面となり, また, 総体積に極小値を持たない。

このように, タワーステイを有する吊橋では, タワーステイの位置, 死荷重の大きさによりその最適性は複雑に変化する。

5-3 総体積と死荷重の関係

5-2と一部重複するが, 総体積と死荷重の関係を図-4に示す。図中, 点線は全応力設計の結果, 実線は最適化されたものである。また, 0はタワーステイが無い場合である。死荷重の減少に伴い, 最適化の効果は大きくなる。また, 前述のように, タイプA-III, B-V以外では, 死荷重に対して極小値を持ち, その極小値を与える死荷重は, 全応力設計が最適となる下限値(それより小さい死荷重では, ケーブル応力的に余裕のある断面となる。)である。これは, 死荷重をも設計変数に含むと, 全応力設計が最適となることを示している。

5-4 タワーステイの位置の効果

図-5に, タワーステイの位置に対する総体積の変化と, 各死荷重 γ にまとめて示す。図中, ●はタイプA, ○はタイプBを示す。また点線は全応力設計, 実線は最適化されたものである。すべて有限変形の影響を考慮

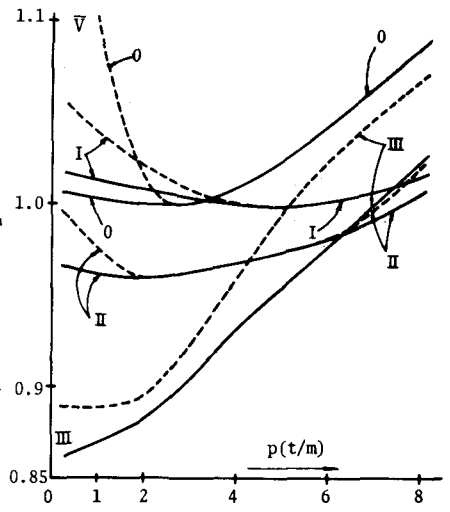


図-4. a 総体積と死荷重(タイプA)

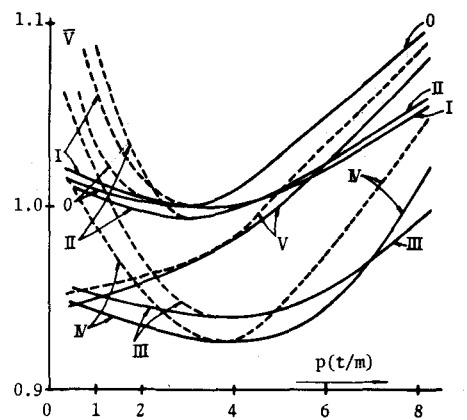


図-4. b 総体積と死荷重(タイプB)

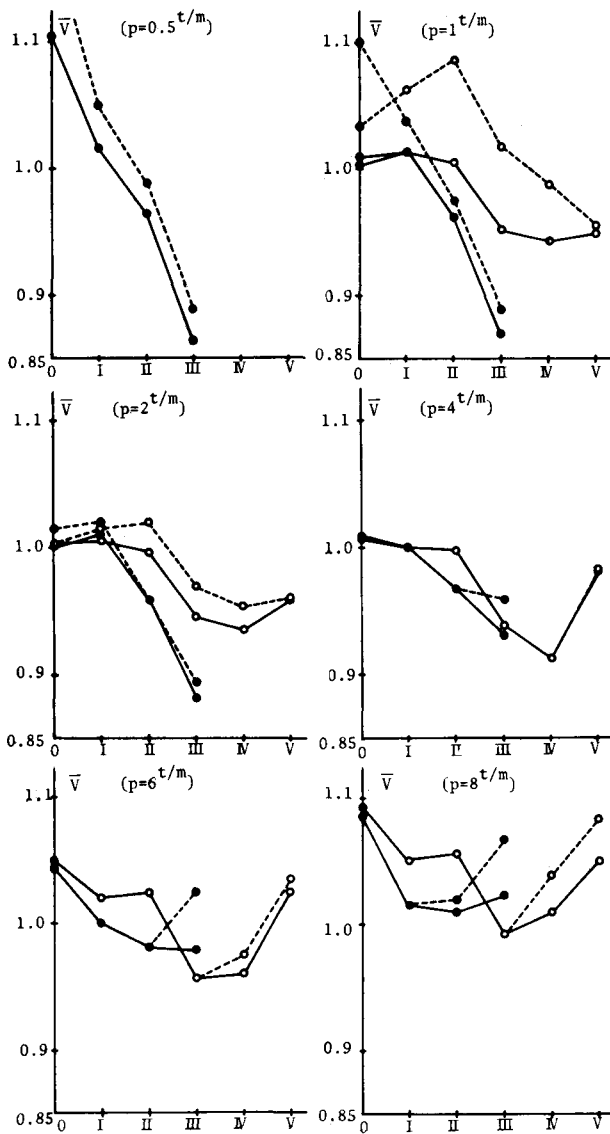


図-5 総体積とタワーステイの位置

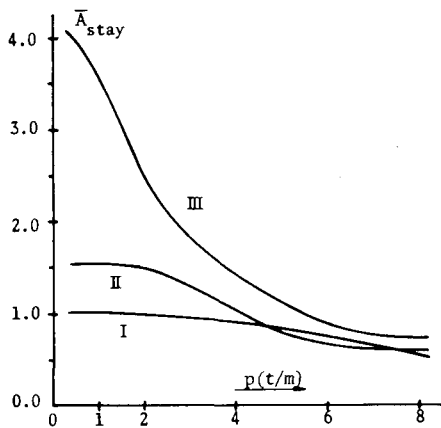


図-6. c タワーステイ断面積 (A)

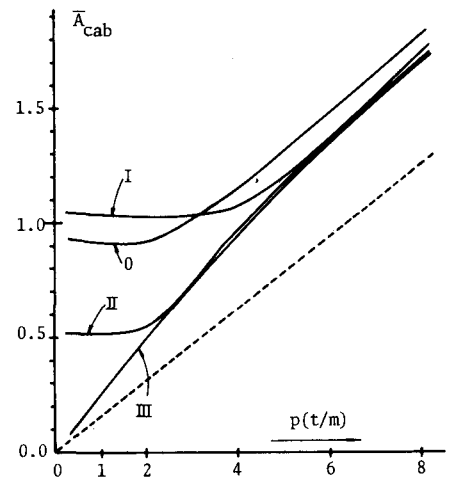


図-6. a ケーブル断面積 (A)

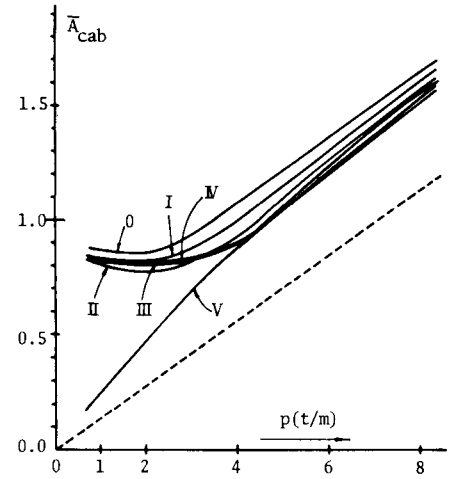


図-6. b ケーブル断面積 (B)

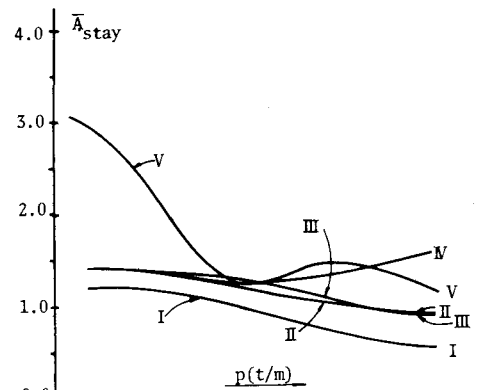


図-6. d タワーステイ断面積 (B)

しに場合である。

タイプAでは、死荷重の4t/mまでは、タフステイの交角中央部の方に位置しに方が良ことを示しているが、6t/mではⅡあるいはⅢ、8t/mではⅡあるいはⅠに取り付けに方が良ことを示している。タイプBでも同様に、1t/mではⅣあるいはⅤ、2t/m、4t/mではⅣ、6t/mではⅢあるいはⅣ、8t/mではⅢとなる。このように、一般に死荷重の少ない範囲では交角中央部の方に、大きい範囲では交点の方にタフステイを取り付けに方が効果的であることをわける。また、タフステイを設けることにより、ほとんどのケースで総体積は減少しているが、死荷重の1t/m、あるいは2t/mの0とⅠの関係のように、タフステイの無い場合より増加することもある。

5-5 ケーブルとタフステイ断面積の相関関係

死荷重に対応する各ケーブル、タフステイの断面積を図-6に示した。図-6. a, bにおける点線は、死荷重による初期応力に対応する断面積である。

まず、タイプA-0~A-Ⅱ、B-0~B-Ⅳに注目する。ケーブル断面積は、前述の最少の総体積を与える死荷重を境に、大きい範囲では点線にほぼ平行となり、小さい範囲では応力的に余裕のある断面となり、横軸に平行となる。これは、ケーブル部材の死荷重分担能力が、死荷重の大小に関係していることを示していると思われる。タフステイの断面積は、ケーブルの断面積と逆の傾向を示しているが、基準値のケーブルと比べて非常に小さい(2割弱)ので、実際の変化は少ない。

次に、タイプA-Ⅲ、B-Ⅴでは、上のタイプとは性格が異なる。まず、ケーブル断面積は、死荷重の減少に従い点線に漸近し0に収束している。一方、タフステイ断面積は、ケーブル断面積の減少に伴い急速に増加する。死荷重の小さい範囲では、タフステイの死荷重分担能力が増加し、ケーブルはほとんどそれを有しないことを示している。つまり、タフステイの交角中央部に位置する場合、死荷重にだけ支持する構造としては、吊橋よりも斜張橋的構造の方が適していると思われる。

5-6 有限変形を考慮することの影響

図-7は、微少変形理論、有限変形理論それぞれによる最適設計の結果の総体積を示したものである。実線は有限変形理論、一点鎖線は微少変形理論である。一般に、スパンの長い程、等スパンであれば死荷重の小さい(ケーブル張力が小さい)程、変形の影響が大きくなることを予想される。図より、死荷重の減少に従い有限変形理論による結果と微少変形理論による結果との差は拡大してくる。しかし、例えばタイプA-ⅠとB-Ⅰを比較するとスパン長による影響はあまり出ていない。タイプAとBで基準値(表-1)に大きな差はあるが、この結果は注目される。

また、タフステイの最適位置にあるタイプA-Ⅲ、B-Ⅴは他のタイプとは異なり、総体積の死荷重に対して極少値を持つ。また、変形の影響を考慮する効果はほとんど現れられない。

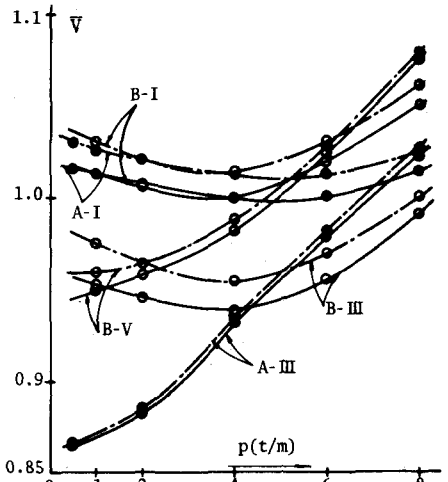


図-7 微少変形理論と有限変形理論

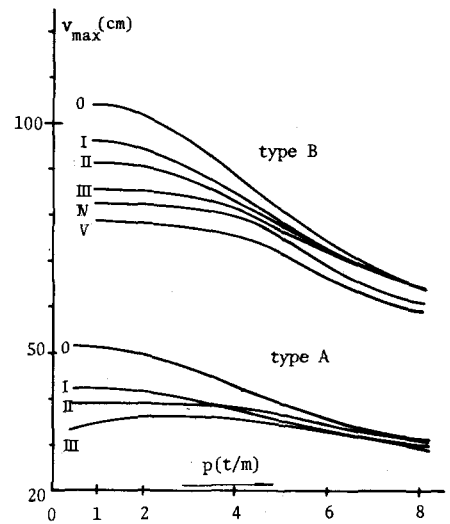


図-8 最大垂直変位

5-7 最大変位

有限変形を考慮し、最適化された後の最大変位(補剛トラス上弦材の交点中央格点)と死荷重の関係を図-8にした。

死荷重の小さい範囲では、それぞれのタワースティの位置に応じて一定値に収束している。また、大きい範囲では、タワースティの位置に関係なく一定値に収束している。

また、タワースティの断面積の増加の、最も効果的(単位体積当りの最大変位の変化量の最も大きい)に、最大変位を減少させることわかった。

6. 結 論

スパンが180m, および300mのモデル化された短径吊橋を例にとり、タワースティの位置を適当に変化させて、種々の最適設計の観点より見に特性を説明した。本論文より得られた結論と簡易さによると次のようになる。

(1) 本論文で説明した有限変形を考慮した最適設計法、つまり、部材断面積と節点変位と同時に収束させる繰り返し全応力設計を行ない、得られた設計より、各部材の断面積を強制的に増加し、他の部材は全応力設計を行ない、その時の目的関数の増減より最適性の検討を行ない、必要であれば部材断面を修正するという方法は、特に本論文で対象とした吊橋のように、構造の規模が非常に大きくて、SUMMIT等の非線形計画法の効果的に適用が難しい構造物には有効であると思われる。

(2) 最適性の検討の結果、タワースティは交点中央の方に位置する場合は、死荷重の大きさに関係なく、タワースティは応力的に余裕のある断面となる。その他の場合は、死荷重の大きい範囲でタワースティ、小さい範囲でケーブル、それぞれ応力的に余裕のある断面となり、その中間では全応力設計が最適となる。

(3) 死荷重の大きさを設計変数に含め、それに制限が無い場合は、ケーブルは応力的に余裕を持ち始める死荷重の最適所であり、全応力設計が最適となる。これは、床版および床組の設計に利用できる。

(4) 本論文で取ったスパン長では、一般的にタワースティを設置することにより、総体積は減少した。その位置は、死荷重の小さい範囲では交点中央の方に、大きい範囲では交点の方に設置した方が効果的である。

(5) タワースティは、タイプA-Ⅲ、B-Vのように、交点中央の方にいる場合で、死荷重に比べて大きな荷重が載荷される場合は、吊橋よりも斜張橋的構造の方が適している。

(6) タイプA-Ⅲ、B-V以外では、有限変形の影響を考慮することの効果は比較的大きく、死荷重が減少するほど、微少変形理論による設計との差は大きくなる。また、スパンが大きくなることによるその効果はほとんど見られなかった。

(7) 変位を修正する場合は、タワースティの断面を修正するのが効果的である。

7. あとがき

今後、側径間の影響、タワースティの初期張力の影響、スパンより長大化する場合の有限変形の影響、耐風耐震等地の荷重条件との関連性などを中心に、スティの効果、斜張橋との関連性等を検討する予定である。

本論文の作成に当り、本州四国連絡橋公団 吉田 修氏に資料の提供と受け、また、室蘭工業大学 技官 昆野 茂氏に図面作成の協力を得たことを付記し、衷心感謝の意を表する。

本論文の計算は、北海道大学大型計算機センターのFACOM 230-75を使用した。

参 考 文 献

- (1) 杉本博之；有限変形を考慮したトラス構造物の最適設計，工学会北海道支部論文報告集，第31号 1975，2.
- (2) 杉本博之；吊橋の最適設計に関する基礎的研究，工学会第30回年次学術講演会講演概要集，1975，10.