

開口リブ金剛床版の構造特性

北大工学部 正員 能町純雄
北見工業大学 同。大島俊之

1. まえがき

金剛床版の研究は、W. Pelican u. M. Esslinger¹⁾による直交異方性版としての研究、Honberg²⁾による格子構造としての研究²⁾、及 W. J. G. Bouwkamp and G. H. Powell³⁾の論文によるT板構造としての研究⁴⁾など多くの研究がなされています。

本論文は金剛床版のアーチプレートと開口リブにT板構造解析^{5), 6)}を適用して、両者の断面変形を考慮した解析方法、舗装の破壊問題、金剛床版の構造特性などをについて検討を加えたものである。本論文では周辺単純反張の横断面の構造について、主としてアーチプレートの橋軸直角方向の力の伝達に着目して計算した。歓価計算例として、金剛床版の一般的な開口リブの断面上に沿う計算例と、現在工事中の鉄道、跨線橋の断面上に沿う計算例を示し、モデル実験による結果と比較を行なう。

2. 理論概要⁴⁾

拘束要素の軸方向の剪断流 T、浮着力 S、
断面方向の曲げモーメント M、剪断力 X に対する
節点の変位と剛体式を、厚さ t の $2r, 2r+1$ 領域
要素につき次式を用いる。

$$\dot{T}_{2r, 2r+1} = \frac{N}{h} (2\ddot{U}_{2r} + \ddot{U}_{2r+1}) + (S_{2r, 2r+1} - S_{2r+1, 2r}) / h \quad (1)$$

$$\frac{1}{2} Gt h (\dot{U}_{2r} + \dot{U}_{2r+1}) + Gt (\dot{U}_{2r+1} - \dot{U}_{2r}) = S_{2r, 2r+1} - S_{2r+1, 2r} \quad (2)$$

$$\dot{T}_{2r+1, 2r} = \frac{N}{h} (2\ddot{U}_{2r+1} + \ddot{U}_{2r}) - (S_{2r, 2r+1} - S_{2r+1, 2r}) / h \quad (3)$$

$$S_{2r+1, 2r} = \frac{N}{h^2} (V_{2r+1} - V_{2r}) + \frac{Gt}{2} (\dot{U}_{2r+1} - \dot{U}_{2r}) + \frac{Gt h}{6} (2\ddot{U}_{2r} + \ddot{U}_{2r+1}) \quad (4)$$

$$S_{2r, 2r+1} = \frac{N}{h^2} (V_{2r+1} - V_{2r}) - \frac{Gt}{2} (\dot{U}_{2r+1} - \dot{U}_{2r}) - \frac{Gt h}{6} (2\ddot{U}_{2r+1} + \ddot{U}_{2r}) \quad (5)$$

$$M_{2r, 2r+1} = 2K (2\theta_{2r} + \theta_{2r+1} - 3\Delta W_r / h) \quad (6)$$

$$M_{2r+1, 2r} = 2K (2\theta_{2r+1} + \theta_{2r} - 3\Delta W_r / h) \quad (7)$$

$$X_{2r, 2r+1} = X_{2r+1, 2r} = -\frac{\epsilon K}{h} (\theta_{2r} + \theta_{2r+1} - 2\Delta W_r / h) \quad (8)$$

$$\text{他の要素についても同様の式を適用し、各節点につりあいをとる。16本の式を得る。(図2参照)}$$

$$\text{これらに部材回転角(リフタ) } R_{2r, 2r+1}, R_{2r+1, 2r+1}, R_{2r+1, 2r} \text{ の3個の未知数につりあい、2本の角方程式と1本の層方程式を求める。節点 } 2r \text{ に関するつりあい式と、節点 } 2r+1 \text{ に関するつりあい式の和と差をとくと、変位を } \Delta \dot{U} \text{ と } \nabla \dot{U} \text{ (} \Delta \dot{U} = \dot{U}_{2r+1} - \dot{U}_{2r}; \nabla \dot{U} = \dot{U}_{2r+1} + \dot{U}_{2r} \text{) を表現しなおし、さらに節口 } 2r \text{ の下側 } 2r', 2r+1' \text{ に関する未知量と部材回転角を消去すれば、次に8本の基本微分差分方程式を得る。これらの式を、橋軸直角方向 Fourier 变換、橋軸直角方向 Fourier 逆変換して、各節点の変形量が求められる。}$$

$$\frac{h_2}{2} (N_1 + N_2) \nabla \ddot{U}_r + \frac{N_1 h_2}{12} (\Delta_r \nabla \ddot{U}_{r-1} + 6 \nabla \ddot{U}_r - \Delta_r \Delta \ddot{U}_r) - \frac{N_2 h_2}{12} \nabla \ddot{U}_r + \frac{Gt h_2}{4} (\Delta_r \nabla V_r - \Delta_r \Delta \ddot{U}_{r-1})$$

$$+ \frac{Gt h_2}{2h} (\Delta_r \nabla \ddot{U}_{r-1} - \Delta_r \Delta \ddot{U}_r) + \frac{3K}{h \cos \alpha} (\Delta_r \nabla \theta_r - \Delta_r \Delta \theta_{r-1}) - \frac{\epsilon K}{h^2 \cos \alpha} (\Delta_r \nabla W_{r-1} - \Delta_r \Delta W_r) = \sec \alpha \nabla P_r \quad (9)$$

$$\circ h_2 (\frac{N_1}{2} + \frac{N_2}{2}) \Delta \ddot{U}_r + \frac{N_1 h_2}{12} (\Delta_r \nabla \ddot{U}_r - \Delta_r \Delta \ddot{U}_{r-1} + 2 \Delta \ddot{U}_r) - \frac{N_2 h_2}{12} \Delta \ddot{U}_r + \frac{Gt h_2}{4} (\Delta_r \nabla \ddot{U}_{r-1} - \Delta_r \Delta \ddot{U}_r) - 2 \frac{Gt h_2}{h} \Delta \ddot{U}_r$$

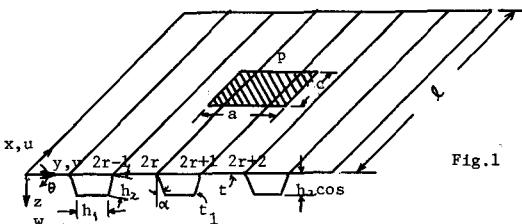


Fig. 1

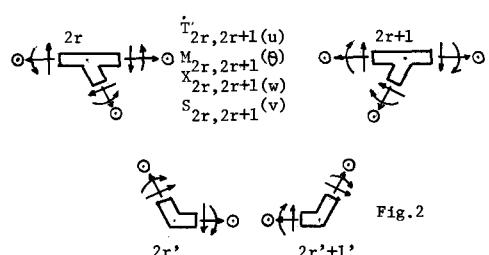


Fig. 2

$$= z, N = E t h (\nu = 0), K = \frac{E t^3}{12 h},$$

$$\dot{U} = \frac{d \dot{U}}{dx}, \Delta W_r = W_{2r+1} - W_{2r}.$$

他要素につきも同様の式を適用し、各節点につりあいをとる。16本の式を得る。(図2参照)。これらに部材回転角(リフタ) $R_{2r, 2r+1}, R_{2r+1, 2r+1}, R_{2r+1, 2r}$ の3個の未知数につりあい、2本の角方程式と1本の層方程式を求める。節点 $2r$ に関するつりあい式と、節点 $2r+1$ に関するつりあい式の和と差をとくと、変位を $\Delta \dot{U}$ と $\nabla \dot{U}$ ($\Delta \dot{U} = \dot{U}_{2r+1} - \dot{U}_{2r}; \nabla \dot{U} = \dot{U}_{2r+1} + \dot{U}_{2r}$) を表現しなおし、さらに節口 $2r$ の下側 $2r'$, $2r+1'$ に関する未知量と部材回転角を消去すれば、次に8本の基本微分差分方程式を得る。これらの式を、橋軸直角方向 Fourier 变換、橋軸直角方向 Fourier 逆変換して、各節点の変形量が求められる。

$$\frac{h_2}{2} (N_1 + N_2) \nabla \ddot{U}_r + \frac{N_1 h_2}{12} (\Delta_r \nabla \ddot{U}_{r-1} + 6 \nabla \ddot{U}_r - \Delta_r \Delta \ddot{U}_r) - \frac{N_2 h_2}{12} \nabla \ddot{U}_r + \frac{Gt h_2}{4} (\Delta_r \nabla V_r - \Delta_r \Delta \ddot{U}_{r-1})$$

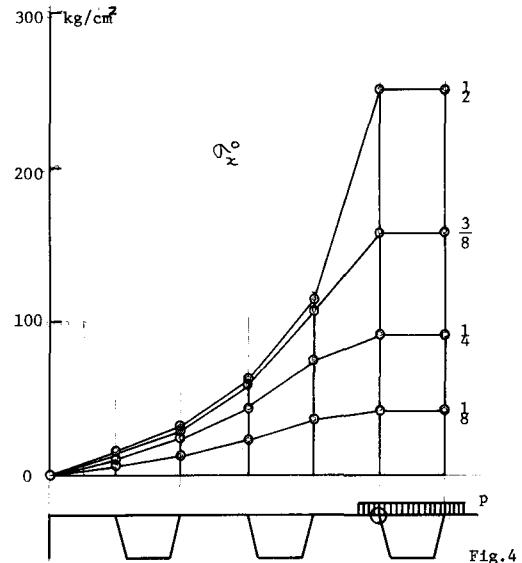
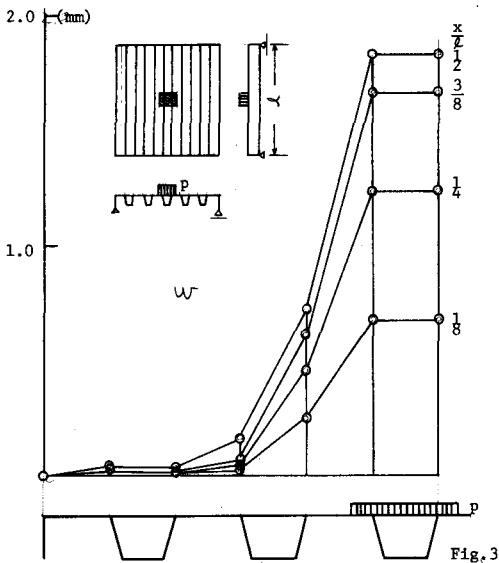
$$+ \frac{Gt h_2}{2h} (\Delta_r \nabla \ddot{U}_{r-1} - \Delta_r \Delta \ddot{U}_r) + \frac{3K}{h \cos \alpha} (\Delta_r \nabla \theta_r - \Delta_r \Delta \theta_{r-1}) - \frac{\epsilon K}{h^2 \cos \alpha} (\Delta_r \nabla W_{r-1} - \Delta_r \Delta W_r) = \sec \alpha \nabla P_r \quad (9)$$

$$\circ h_2 (\frac{N_1}{2} + \frac{N_2}{2}) \Delta \ddot{U}_r + \frac{N_1 h_2}{12} (\Delta_r \nabla \ddot{U}_r - \Delta_r \Delta \ddot{U}_{r-1} + 2 \Delta \ddot{U}_r) - \frac{N_2 h_2}{12} \Delta \ddot{U}_r + \frac{Gt h_2}{4} (\Delta_r \nabla \ddot{U}_{r-1} - \Delta_r \Delta \ddot{U}_r) - 2 \frac{Gt h_2}{h} \Delta \ddot{U}_r$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{Gt h_2}{z h} (\Delta_r \nabla \dot{U}_r - \Delta^2_r \Delta \dot{U}_{k-1} - 4 \Delta \dot{U}_r) + \frac{3K}{h \cos \alpha} (\Delta^2_r \nabla \theta_{k-1} + 4 \nabla \theta_r - \Delta_r \Delta \theta_r) - \frac{12K}{h \cos \alpha} (\nabla \theta_r - \frac{z}{h} \Delta W_r) \\
& - \frac{\epsilon K}{h^2 \cos \alpha} (\Delta_r \nabla W_r - \Delta^2_r \Delta W_{k-1} - 4 \Delta W_r) - \frac{12K_1}{h \cos \alpha} (\gamma_1 - 2\beta_1, \gamma_1 - 2\beta_2) \nabla \theta_r - \frac{12K_1}{h \cos \alpha} (\gamma_2 - 2\beta_1, \gamma_2 - 2\beta_2) \Delta W_r = \text{Sec} \alpha \cdot \Delta P_r \\
\circ & \frac{N}{z h^2} (\Delta^2_r \nabla V_{k-1} - \Delta_r \Delta V_r) + \frac{Gt}{4} (\Delta_r \nabla \dot{U}_r - \Delta^2_r \Delta \dot{U}_{k-1}) + \frac{Gt h}{12} (\Delta^2_r \nabla \ddot{U}_{k-1} + 6 \nabla \ddot{U}_r - \Delta_r \Delta \ddot{U}_r) + \frac{Gt h}{2} \nabla \ddot{U}_r \\
& + \frac{\epsilon K_2}{h^2} \text{Sec} \alpha (1 + \gamma_1 - 4\alpha_1, \gamma_1 - 4\alpha_2) \nabla \theta_r + \frac{\epsilon K_2}{h^2} \text{Sec} \alpha (\gamma_2 - 4\alpha_1, \gamma_2 - 4\alpha_3) \Delta W_r - \frac{3K}{h} (\Delta^2_r \nabla \theta_{k-1} + 4 \nabla \theta_r - \Delta_r \Delta \theta_r) \tan \alpha \\
& + \frac{\epsilon K}{h^2} \tan \alpha (\Delta_r \nabla W_r - \Delta^2_r \Delta W_{k-1} - 4 \Delta W_r) + \frac{12K}{h} \tan \alpha (\nabla \theta_r - \frac{z}{h} \Delta W_r) = -\tan \alpha \cdot \Delta P_r \quad (11) \\
\circ & \frac{N}{z h^2} (\Delta_r \nabla V_r - \Delta^2_r \Delta V_{k-1} - 4 \Delta V_r) + \frac{Gt}{4} (\Delta^2_r \nabla \dot{U}_{k-1} - \Delta_r \Delta \dot{U}_r) + \frac{Gt h}{12} (\Delta_r \nabla \ddot{U}_r - \Delta^2_r \Delta \ddot{U}_{k-1} + 2 \Delta \ddot{U}_r) - \frac{2N}{h^2} \Delta V_r \\
& + \frac{Gt h}{6} \Delta \ddot{U}_r + \frac{\epsilon K_2}{h^2} \text{Sec} \alpha (1 + \delta_1) \Delta \theta_r - \frac{3K}{h} \tan \alpha (\Delta_r \nabla \theta_r - \Delta^2_r \Delta \theta_{k-1}) + \frac{\epsilon K}{h^2} \tan \alpha (\Delta^2_r \nabla W_{k-1} - \Delta_r \Delta W_r) = -\tan \alpha \cdot \nabla P_r \quad (12) \\
\circ & \frac{N}{12} (\Delta^2_r \nabla \ddot{U}_{k-1} + 6 \nabla \ddot{U}_r - \Delta_r \Delta \ddot{U}_r) + \frac{1}{2} (N + N_1 + 2N_2) \nabla \ddot{U}_r - \frac{h_2}{2} (N_1 + N_2) \nabla \ddot{W}_r + \frac{Gt}{4} (\Delta_r \nabla \ddot{U}_r - \Delta^2_r \Delta \ddot{U}_{k-1}) \\
& + \frac{Gt}{2h} (\Delta^2_r \nabla \dot{U}_{k-1} - \Delta_r \Delta \dot{U}_r) = 0 \quad (13) \quad \circ \frac{N}{12} (\Delta_r \nabla \ddot{U}_r - \Delta^2_r \Delta \ddot{U}_{k-1} + 2 \Delta \ddot{U}_r) + \frac{1}{2} (N + N_1 + 6N_2) \Delta \ddot{U}_r \\
& - h_2 (\frac{N_2}{2} + \frac{N_1}{6}) \Delta \ddot{W}_r + \frac{Gt}{4} (\Delta^2_r \nabla \ddot{U}_{k-1} - \Delta_r \Delta \ddot{U}_r) - \frac{2Gt}{h} \Delta \dot{U}_r + \frac{Gt}{2h} (\Delta_r \nabla \dot{U}_r - \Delta^2_r \Delta \dot{U}_{k-1} - 4 \Delta \dot{U}_r) = 0 \quad (14) \\
\circ & K (\Delta_r \nabla \theta_{k-1} + \epsilon \nabla \theta_r - \Delta_r \Delta \theta_r) + (6K + 4K_2 - 12K_2 \alpha_2 + 2K_2 \gamma_1 - 12K_2 \alpha_1, \gamma_1) \nabla \theta_r + (2K_2 \gamma_2 - 12K_2 \alpha_1, \gamma_2 - \frac{12K}{h} \\
& - 12K_2 \alpha_3) \Delta W_r - \frac{3K}{h} (\Delta_r \nabla W_r - \Delta^2_r \Delta W_{k-1} - 4 \Delta W_r) + (C_{2r,2k+1} + C_{2r+1,2r}) + (\bar{C}_{2r,2r+1} + \bar{C}_{2r+1,2r+2}) = 0 \quad (15) \\
K (\Delta_r \nabla \theta_r - \Delta^2_r \Delta \theta_{k-1} + 2 \Delta \theta_r) + (2K + 4K_2 + 2K_2 \delta_1) \Delta \theta_r - \frac{3K}{h} (\Delta^2_r \nabla W_{k-1} - \Delta_r \Delta W_r) + (C_{2r+1,2r} - C_{2r,2r+1}) \\
+ (\bar{C}_{2r+1,2r+2} - \bar{C}_{2r,2r-1}) = 0 \quad (16) \quad \text{E} = E t_1 h_1, \quad N_1 = E t_1 h_1, \quad N_2 = E t_1 h_2, \quad \bar{N} = E t_1 \bar{h}, \quad K_2 = \frac{E t_1^3}{12 h_2}, \\
K_1 = \frac{E t_1^3}{12 h_1}, \quad K = \frac{E t_1^3}{12 h}, \quad \alpha_1 = (\frac{\epsilon K_2}{h_2} - \frac{12K_1}{h_1} \sin \alpha) / K_1, \quad \alpha_2 = 24K_1 \sin \alpha / (h_1^2 K_1), \quad \alpha_3 = 24K_1 \sin \alpha / (h_1^2 K_1), \\
K_1 = \frac{24K_2}{h_2} + \frac{48K_2 h_2 \sin^2 \alpha}{h_1^2}, \quad \beta_1 = -2h_2 \sin \alpha (\frac{\epsilon K_2}{h_2} - \frac{12K_1}{h_1} \sin \alpha) / (h_1 K_1), \quad \beta_2 = -12K_2 \sin \alpha / (h_1 K_1), \\
\beta_3 = \frac{1}{h_1} - \frac{z h_2 \sin \alpha \cdot 24K_1 \sin \alpha}{h_1^2 K_1}, \quad \gamma_0 = 12K_1 \beta_1 + 12K_2 \alpha_1 - \epsilon K_1 - 4K_2, \quad \gamma_1 = (2K_2 - 12K_1 \beta_2 - 12K_2 \alpha_2) / \gamma_0, \\
\gamma_2 = -12(K_1 \beta_3 + K_3 \alpha_3) / \gamma_0, \quad \Delta^2_r \nabla T(k-1) = \Delta^2_r T(r) + \Delta^2_r T(k-1), \quad \Delta_r \nabla T(r) = \Delta_r T(r+1) + \Delta_r T(r), \quad \Delta_r T(r) = T(r+1) - T(r-1).
\end{aligned}$$

3. 數値計算例

1) 一般的断面の計算: $E = 2.1 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$, $V = 0.0$, $G = 8.1 \times 10^5 \text{ kg/cm}^2$, $l = 300 \text{ cm}$, $t = t_1 = 10 \text{ mm}$, $h = h_1 = 30 \text{ cm}$, $h_1 = h_2 = 20 \text{ cm}$, $\alpha = 14.48^\circ$, $M = 45$ 項, 中央部分分布荷重 ($p = 8 \text{ kg/cm}^2$, $a \times c = 50 \times 20 \text{ cm}^2$)。



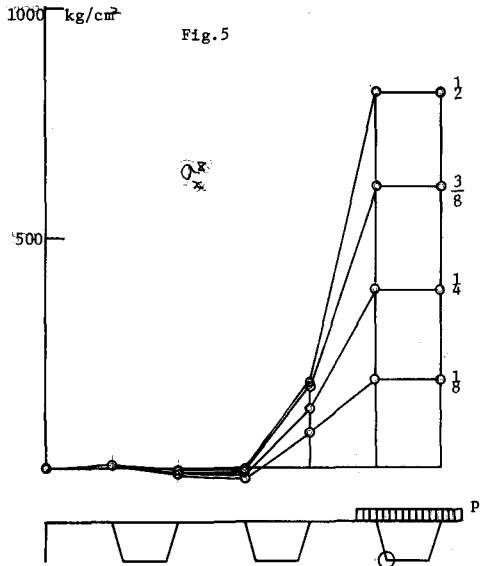


Fig. 5

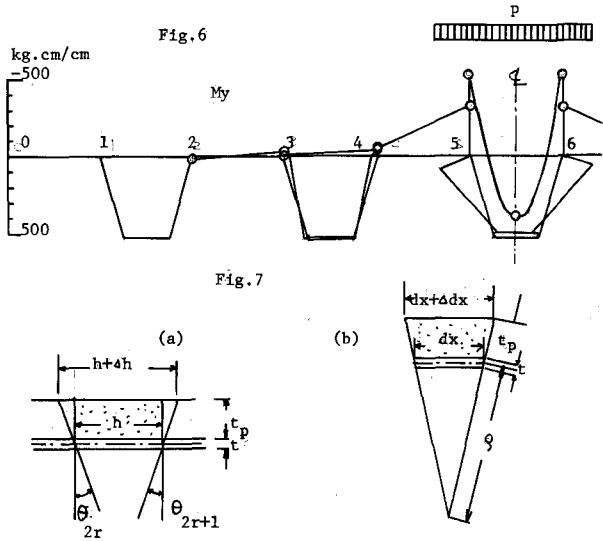


Fig. 6

Fig. 7

鋪装表面の引張歪の計算の式が式(1)と式(2)、二通りの方法が考えられる。鋪装を弾性体とし、アスファルトと一緒にしたとき変形するものとする(=これは鋪装の破壊に近いこと、支持条件とともに安全側へ仮定)、Fig. 7(a)のようないずれアスファルトの左端角に着目して $\varepsilon_B = (\theta_{2r+1} - \theta_{2r}) \cdot t_p / h + 1 = 1$ の場合 $\varepsilon_{B,\max} = 0.9480 \times 10^{-3}$ となる。

一方断面方向の曲げモーメントに着目して、その曲率の關係から微小部分の比例關係より、Fig. 7(b)のように $\varepsilon_K = \frac{12 M_y}{E t^3} t_p$ を得る。 $= 2 M_y$ に節点の両側の負の曲げモーメントを代入して、その平均をとると、 $\bar{\varepsilon}_{K,\max} = 1.670 \times 10^{-2}$ となる。一方文献8)におけるアスファルトの低温時の破断歪は $1 \sim 2 \times 10^{-3}$ と与えられてくる。

2) 舞臺橋の断面による計算:

本橋は三絶間直線鋼板橋である。その荷重と橋軸には主として部分は式(1)と式(2)。次に断面積元は式(1)と式(2)周辺単純支持として計算される。 $E = 2.1 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$, $V = 0.0$, $G = 8.1 \times 10^5 \text{ kg/cm}^2$, $l = 287.5 \text{ cm}$, $t = 12 \text{ mm}$, $t_1 = 8 \text{ mm}$, $h = 32 \text{ cm}$, $T_h = 28 \text{ cm}$, $M = 45$ 個、中央支持集中荷重 8t。図には左端ヒンジ下側への力によって示すが、アスファルトの最大应力 $\sigma_{x,\max}^0 = 227 \text{ kg/cm}^2$ であった。

Fig. 8

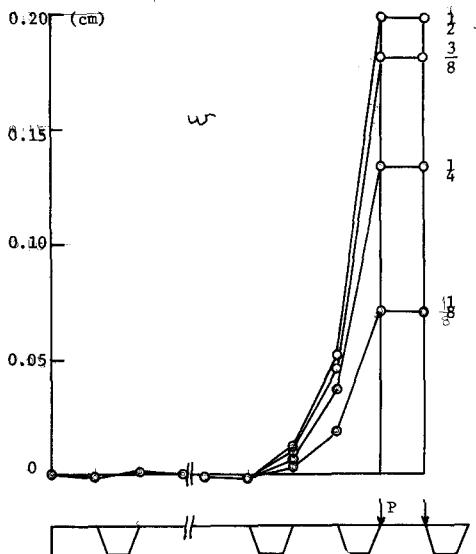
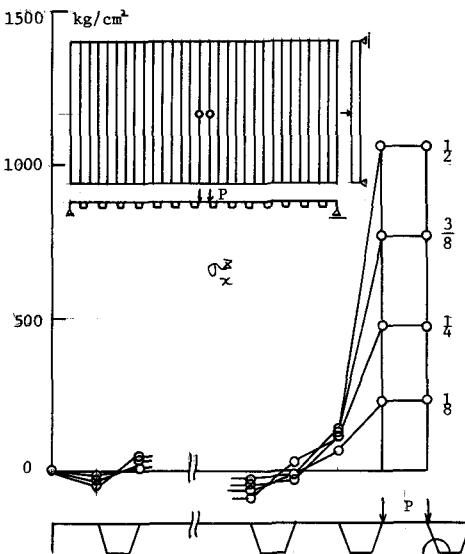


Fig. 9



4. 実験結果との比較

次に断面方向理論と実験の比較を行なつた。 $E = 2.1 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$, $V = 0.0$, $G = 8.1 \times 10^5 \text{ kg/cm}^2$, $l = 150 \text{ cm}$, $t = t_1 = 1 \text{ mm}$, $h = h_1 = 10 \text{ cm}$, $h_2 = 8.06 \text{ cm}$, $h_3 = 8 \text{ cm}$, $M = 20 \text{ t}$, 中央の集中荷重 $P = 1 \text{ t}$ 。

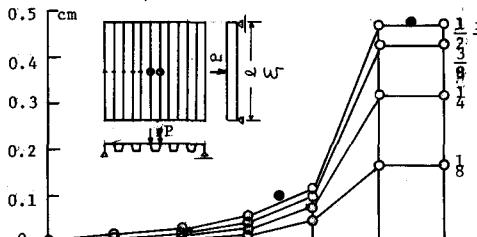


Fig. 10

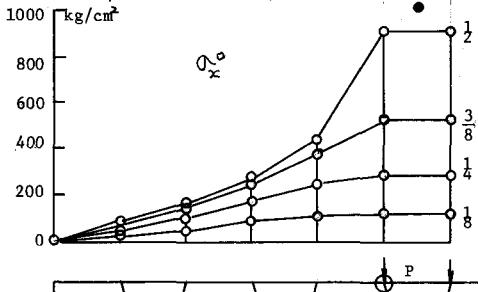


Fig. 11

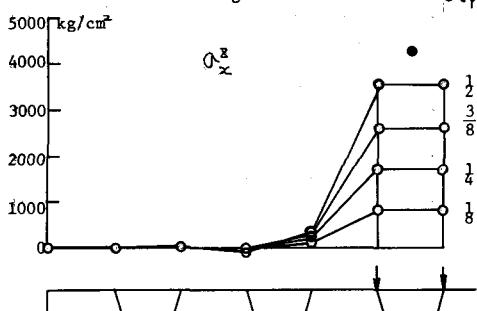


Fig. 12

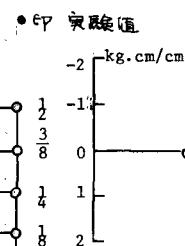


Fig. 13

(断面方向の曲げモーメントはテーキフートにて二面にストレインゲージを貼って測定した。)

5. まとめ

以上に数値計算例を通してタイヤ荷重が集中的にたりに作用する場合、荷重束縛理論と実験結果との比較を行なつた。また、合計3本のタイヤはほとんど力を発揮しない傾向にある。これは文献3)でもその傾向が見られる。

数値計算例1)における舗装の破壊的原因とは舗装表面の引張歪について考察した。(文献9)参照)

理論と実験の比較(文献3)を含めて考えると、実験値は一般に理論値の $1/2 \sim 1/3$ の値を示す。しかし、載荷タイヤの近くに主筋へどうぞ剛性の大きな部材があるときは部材に直角の断面方向曲げモーメントが集中する傾向があるのが注意を要する。

鋼床板の経済設計についても若干の考察を行なつたが、これは別途機会に發表したい。¹⁰⁾

最後に実験模型をいたした土木渡辺先生、土木第三橋の資料をいたした倒川路南康、竹田俊明係長に感謝を致します。

本論文の数値計算は北大 FACOM 230-75, 東大 HITAC 8800/8700, 工芸工大 OKITAC 4500 を使用して行なつた。

- 参考文献
- 1) 國玄, 滕原: 土木研究所報告 137号 a 1 (1969)
 - 2) 渡辺昇: 格子骨組の理論と計算 (技術堂)
 - 3) J. G. Bouwkamp and G. H. Powell: Structural Behavior of an Orthotropic Steel Deck Bridge (1967) ユウケニ技術
 - 4) 能町, 大島: 土木学会第30回年次学術講演会 講演集 工部 (1975)
 - 5) 能町: 土木学会論文集 第146号 (1967)
 - 6) 尾崎: 土木学会論文報告集 第179号 (1970)
 - 7) Nomachi and Matsuoka: Proc. of the 20th Japan National Congress for Appl. Mech. (1970)
 - 8) 菅原, 工藤, 有福: 土木材料Ⅲ(アスベスト) 井立出版 (1974)
 - 9) 南雲, 小島, 坪内: 鋼床板舗装の実態: 土木技術資料 17-3 (1975)
 - 10) 能町: 鋼床板テーキフートの極限強さについて: 土木学会北海道支部技術資料 第15号 (1959)