

線状熱源を有する舗装体の非定常状態における温度分布

北大工学部	正員	深井 一郎
古河電工(株)	正員	○鈴木 征勝
北大工学部	正員	森 吉 昭博
北大工学部	正員	菅 原 照雄

1. まえがき

アスファルト舗装およびコンクリート舗装の内部に線状熱源を挿入し、これらの舗装の表面を凍結させない工法が現在盛んに用いられている。この工法を用いた舗装の最大の利点としては任意の時間に熱を放出させることが可能であることがあげられる。このため、この工法は道路舗装のみならず建物周囲等幅広い利用範囲を備えており、またこの方式は操作が簡単で熱の制御も容易であることなどから寒地において特に重用されている。

このようにこの方式は広範囲に利用されていて、これを用いた舗装の内部に一部温度応力が生ずることなどが指摘されているにもかかわらず、このような状態における任意の時間における舗装内部の温度分布に関する研究例は皆無に等しい。このため本研究は以上の点に留意し、舗装表面に雪が存在しない場合で舗装表面が空気の対流により冷却する場合について、3層系の舗路構造モデルを想定し、各層の熱伝導率などを適当に設定し、熱源の電源を入れた時間、および切った時間を変化させ、このときの舗装内部の温度分布を有限要素法により求めた。

解析の結果、舗装内部の温度は舗装構成物の熱伝導率などの定数の値により著しく異なること、また電源のスイッチを入れたり、切ったりすると舗装内部の温度は場所によって可成り異なることなどが明らかにされた。

2. 基本式

始めに数値例の基礎となる関係式についてその概要を説明する。一般に非定常状態の熱伝導方程式は次のように表わされる。

$$\operatorname{div}(k \cdot \operatorname{grad} T) + q - C \frac{\partial T}{\partial t} = 0 \quad (1)$$

ここで T , k , C および q はそれぞれ温度、熱伝導率、熱容量、熱発生率を示す。また境界条件については外部との境界で対流損失を仮定すると次のような方程式にて表示される。

$$k \cdot \operatorname{grad} T + \alpha(T - T_i) = 0 \quad (2)$$

ただし T_i , α は外部温度、熱伝達率である。以上、式(1)および(2)を基にして汎関数を考之ると系としての全熱エネルギーは次のようになる。

$$\chi = \int_D \left\{ \frac{1}{2} k \cdot (\operatorname{grad} T)^2 - (q - C \frac{\partial T}{\partial t}) T \right\} dV + \int_S \left\{ \alpha \left(\frac{1}{2} T^2 - T_i T \right) \right\} dS \quad (3)$$

今の場合二次元問題として取扱うことが出来るので単位の厚さを考之、要素内の点を三角要素に分割し、要素内の1点における温度を定常状態の場合と同様に節点温度の1次結合として次のように表わすことが出来る。

$$T = [\xi_i, \xi_j, \xi_k] \cdot \begin{Bmatrix} T_i \\ T_j \\ T_k \end{Bmatrix} = [N] \{T\}^e \quad (4)$$

ここで赤字 e は各要素を意味し、各要素における節点番号は i, j, k の順とする。式(4)を式(3)に代入し、各要素ごとに節点温度 T_i で微分を行うと定常状態のときと同様に汎関数 χ を最小にすることが出来る。境界条件に関する式(3)の χ の2項は定常状態と同じなので以下 χ 1項についてのみ考察する。

$$[H] \{T\} + [p] \left\{ \frac{\partial T}{\partial t} \right\} - \{K\} = 0 \quad (5)$$

ただし $[H]$, $[P]$, $\{K\}$ はそれぞれ熱伝導率行列, 熱容量行列, および熱源ベクトルといわれているものである。
各三角要素の座標を (x_i, x_j, x_k) , (y_i, y_j, y_k) とすると熱伝導率行列 $[H]$ の成分 h_{ij}^e は

$$h_{ij}^e = \frac{k}{4\Delta} (b_i b_j + c_i c_j) \quad (6)$$

$$b_i = y_j - y_k, \quad c_i = x_j - x_k$$

$$\Delta = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 1 & x_i & y_i \\ 1 & x_j & y_j \\ 1 & x_k & y_k \end{vmatrix} \quad (7)$$

で与えられ, Δ は i, j, k を頂点とする三角形の面積に相当している。また熱容量行列の成分 p_{ij}^e および熱源ベクトル $\{K\}$ の成分 k_i^e は下記の通りである。

$$p_{ij}^e = \frac{c\Delta}{12} \begin{cases} 2 & i=j \\ 1 & i \neq j \end{cases}, \quad k_i^e = \frac{q\Delta}{3} \quad (8)$$

さて式(6)で $\{T\}$ は時間間隔 Δt で線形的に変化すると仮定し時間微分を差分表示で置き換えると時間 t での温度 $\{T\}_t$ は次のように表わすことが出来る。

$$\{T\}_t = \{T\}_{t-\Delta t} + \left\{ \frac{\partial T}{\partial t} \right\}_t + \left\{ \frac{\partial T}{\partial t} \right\}_{t-\Delta t} \frac{\Delta t}{2} \quad (9)$$

よって

$$\left\{ \frac{\partial T}{\partial t} \right\}_t = - \left\{ \frac{\partial T}{\partial t} \right\}_{t-\Delta t} + \frac{\{T\}_t - \{T\}_{t-\Delta t}}{\Delta t} \quad (10)$$

となる。従って式(6)中の時間項 $\left\{ \frac{\partial T}{\partial t} \right\}$ を式(10)によつて置換することによつて次式を得る。

$$([H] + \frac{2}{\Delta t} [P]) \{T\}_t = [P] \left(\left\{ \frac{\partial T}{\partial t} \right\}_{t-\Delta t} + \frac{2}{\Delta t} \{T\}_{t-\Delta t} \right) + \{K\}_t \quad (11)$$

先に省略した境界条件に關する項は定常状態と同じく

$$\left(\frac{T_1}{3} - \frac{T_2}{6} - \frac{T_3}{3} \right) \alpha$$

で与えられるので式(11)は $[H]$ 行列に, $\{K\}$ ベクトルに加えることにより考慮することが出来る。

3. 数値例

図-1 に非定常温度分布を計算するための構造を示す。構造の詳細および有限要素法を適用するための分割方法等は定常のときと同様なので省略する。

舗路表面の非定常の温度分布を考える場合、定常状態のときの問題点は同様に大切であるが新たに非定常のみに影響をもつ熱容量についての考慮が必要になってくる。本研究ではこれら幾つかの因子のうち(1)路床の固定温度(2)アスファルトおよび砂利層の熱伝導率, 熱容量を変化させ, その影響について考察を行なった。他の定数として表面伝達率 α を $5.0 \text{ kcal/hr}\cdot\text{m}^2\cdot\text{C}$, 熱発生率 q を 20 W/m^2 , 風速を 0 と仮定した。

図-2(a), (b), (c) は路床の温度を 7C に固定し, 図示した熱伝導率 k , および熱容量 C の値に仮定した場合の地中各部の温度分布の時間的経過を示したものである。

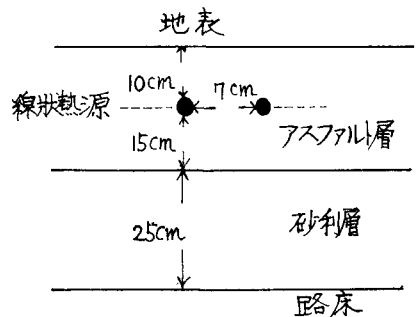


図-1 舗路構造

(a)の条件では熱源を印加後1時間ごとに表面温度は変化しないが熱源では8°C程急昇している。その後の時間経過と共に表面での上昇が初まるが、しかしその時点で熱源の温度の上昇の割合が減っている。熱源附近の温度分布はほぼ対称であるが熱源付近の勾配が大きいので、熱源の印加直後に、この部分に熱応力が生じやすいことが予想される。次に熱容量Cの値のみを2にしたものが(b)である。この場合も(a)と同様な傾向をもつが更に増大している。また(c)は(b)にて熱伝導率Kを2倍した場合の温度分布である、全体として熱は等しくなるが表面の温度上昇の割合は比して熱源附近ではその割合が小さい。(d)では(c)と同一の条件で路床の温度を2にした場合の分布である。温度分布は一様になり、その為にながら熱源附近の温度勾配は減小している。熱応力の点からは路床の温度よりも熱伝導率、熱容量の影響が大きいと考えられる。またアスファルトと砂利との境界の温度変化はいずれの場合でも表面の変化の割合より少ないと結論出来る。

図-3は図-2(d)の場合の表面、熱源点および上記の境界の3点について熱源を印加後の時間経過を図示したものである。実線は熱源を、点線は表面を、鎖線は境界を表わしている。また3点の線は路床の固定温を参考までにして示してある。熱源附近の温度は印加直後に急激に増加し、その後増加の割合が減っているが、外の2点ではほぼ直線的な上昇が続いている。(b)は60分で加熱を停止した場合の上記3点の温度分布を示している。停止後は熱源の温度は直ちに低下するが表面では時間遅れの為、その後には最大値に達する。熱効率を高める為の一つ

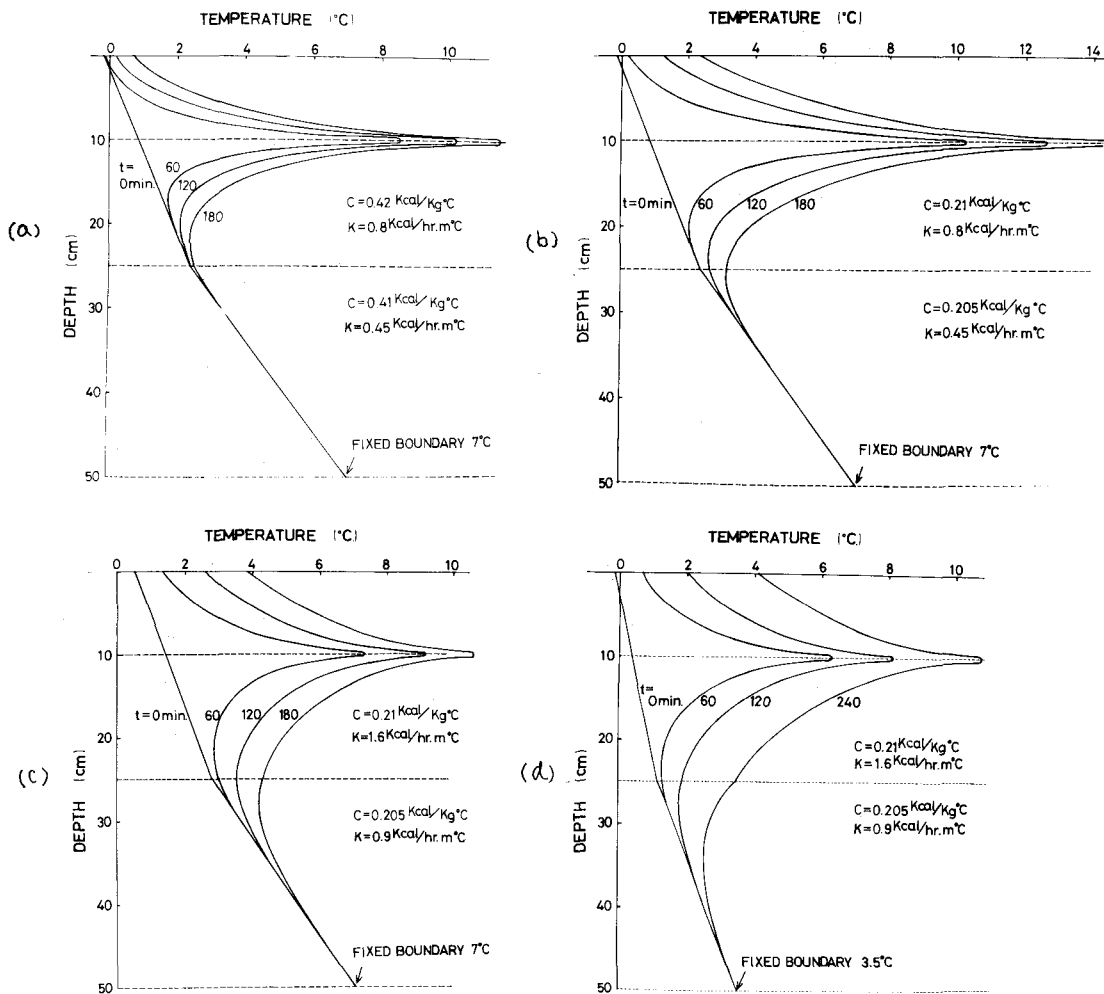


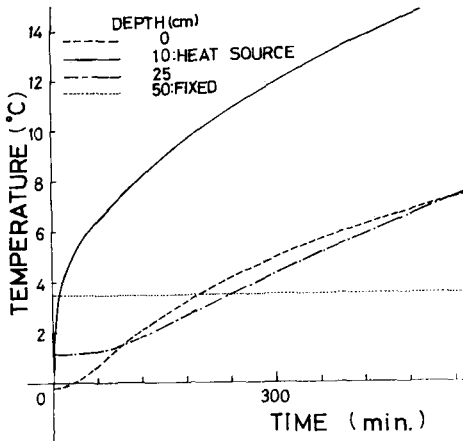
図-2 熱源の印加後の時間経過をパラメータとした地中に於ける温度分布

のめどになるが実際には風速等により決定されるであろう。図-4は熱源を1時間ごとに印加・停止とを交互に行つた時の温度分布を図示している。(a)はその空間的な分布を、(b)では時間経過を表わしている。熱源の印加ごとと熱源の温度の最大値の上昇の割合に比べて表面での、その割合は少ない。また(a)より熱源の印加直後の温度勾配が大きくなることがわかる。

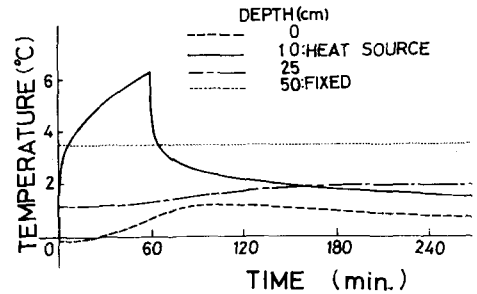
4. 結論

- I 非定常温度分布に関して熱容量および熱伝導率の影響は大きい。それに比して路床の温度の影響は小さい。
- II 温度分布の勾配は熱源の付近が大きく、また熱源印加直後が大きい。それに比例して熱応力も増大する。
- III 熱源の印加時間を変えることにより効率を上げることが出来るが、風の影響等が重要な要素となる。
- IV 本方法は任意の初期温度を假定して計算出来るので実測値との比較も可能であるが、特に非定常の時のみ影響する熱容量値の設定が大切である。

終りに計算に協力された佐々木正規、整集値の両君に感謝する。計算にあつては北大大型計算機FACOM 230-75を使用した。



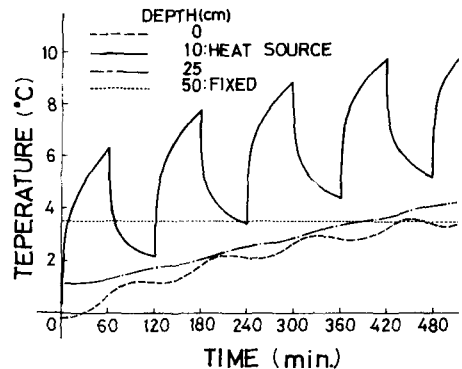
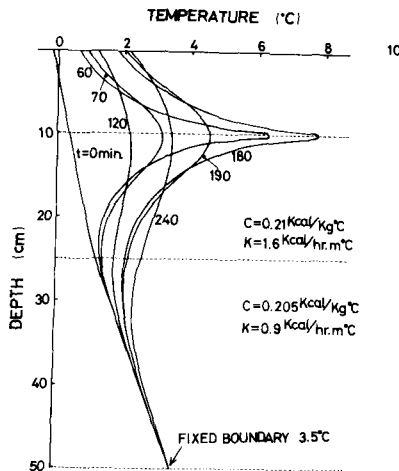
ASPHALT : $C=0.21 \text{ Kcal/Kg}^\circ\text{C}$, $K=1.6 \text{ Kcal/hr.m}^\circ\text{C}$
GRAVEL : $C=0.205 \text{ Kcal/Kg}^\circ\text{C}$, $K=0.9 \text{ Kcal/hr.m}^\circ\text{C}$



(a) 熱源を印加したままの温度分布

(b) 熱源を印加後1時間後に停止したときの温度分布

図-3 地表・熱源およびアスファルトおよび砂利の境界における非定常温度分布



(a) 地中の温度分布

(b) 地表・熱源および境界の温度分布

図-4 熱源の印加および停止を1時間ごとに反復した場合の非定常温度分布