

線状熱源を有する舗装体の定常状態における温度分布

北大工学部 正員 ○森 吉 昭 博
 北大工学部 正員 深 井 一 郎
 北大工学部 学生員 岡 崎 隆 雄
 北大工学部 正員 菅 原 照 雄

1. まえがき

舗装体の路面または内部を直接加熱する方法は古来より数多く存在し、現在では舗装体中に電熱線を埋設する方法がさかんに用いられている。これらの目的は主として路面を加熱し、融雪または凍結防止効果を得ようとするものであるが、本研究ではこの目的の他にこれら埋設物の熱により舗装体の内部に生ずる温度応力を解析し、熱源の配置などについて検討することを最終目的とし、今回はその第一段階として舗装体内部の温度分布について検討を行ったものである。本論文は図-1 (a) に示す舗装構造を想定し、舗装表面上の空気の移動を考慮し、熱源のパワー、その位置および表層用混合物の熱伝導率を変化させて、定常状態における舗装体内部の温度分布とこれらの熱効率について論じ、線状熱源を有する舗装体の効率的な手法について考察している。

2. 基本式

熱伝導方程式は定常状態で温度を T 、熱伝導率を k 、熱発生率を q とすると次式で表現される。

$$\text{div}(k \text{ grad } T) + q = 0 \quad \text{----- (1)}$$

ここで汎関数として系の全熱エネルギーをとると次式が得られる。

$$\mathcal{X} = \int_V \left\{ \frac{1}{2} k (\text{grad } T)^2 - q T \right\} dV \quad \text{----- (2)}$$

解は汎関数を最小化する関数 T を求めると得られる。

ここで2次元要素内の座標と一般座標との関係は前者が節点では1、他の節点では0とすると次式で表わされる。

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_i & x_j & x_n \\ y_i & y_j & y_n \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \xi_i \\ \xi_j \\ \xi_n \end{pmatrix} \quad \text{----- (3)}$$

要素内の1点における温度 T は節点温度の1次結合として次のように表わされる。

$$T = \begin{bmatrix} \xi_i & \xi_j & \xi_n \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} T_i \\ T_j \\ T_n \end{Bmatrix} = [N] \{T\}^e \quad \text{----- (4)}$$

ここで添字 e は各要素における行列を表わす。

節点温度で表現した方程式(4)を式(2)に代入し、1個の要素で積分することにより、その要素の熱エネルギー、 $\mathcal{X}^e$ は節点温度のみの関数として表現される。全熱エネルギー、 $\mathcal{X}$ は個々の要素の熱エネルギー、 $\mathcal{X}^e$ の和として次式で表現される。

$$\mathcal{X} = \sum \mathcal{X}^e \quad \text{----- (5)}$$

この式より全熱エネルギー、 $\mathcal{X}$ を最小にするには要素の熱エネルギー、 $\mathcal{X}^e$ を最小にすればよく、これは節点温度についての $\mathcal{X}^e$ の微分を0にすれば得られる。ここで要素のエネルギー、 $\mathcal{X}^e$ は要素の節点に関する微分のみ依存すると仮定すると次式が得られる。

$$\left\{ \frac{\partial x^e}{\partial T_n} \right\} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial x^e}{\partial T_1} \\ \frac{\partial x^e}{\partial T_i} \\ \frac{\partial x^e}{\partial T_n} \end{Bmatrix} \quad \text{----- (6)}$$

これを全要素で実行し整理すると次式が得られる。

$$\left\{ \frac{\partial x}{\partial T_n} \right\} = \sum \left\{ \frac{\partial x^e}{\partial T_n} \right\} = [H] \{T\} - \{K\} = 0 \quad \text{----- (7)}$$

但し、 $[H]$ は熱伝導率行列、 $\{K\}$ は熱源ベクトルである。

今、外気温度を T_1 、外向きの法線方向を n 、熱伝導率を α とし、外部との境界で対流損失があると仮定するとその条件式は次式で表現される。

$$-k \frac{\partial T}{\partial n} = \alpha (T - T_1) \quad \text{----- (8)}$$

(8) 式の右辺を境界面に沿って積分し、境界面上での温度が節点温度で表現されることを利用すると

$$\left(\frac{T_i}{3} - \frac{T_j}{6} - \frac{T_1}{3} \right) \alpha \quad \text{----- (9)}$$

が得られる。第1項および第2項は $[H]$ 行列へ、第3項は $\{K\}$ ベクトルにそれぞれ加算する。

線状熱源の熱効率率は以下のように定義する。

$$\text{熱効率率 } \eta = \sum_{m=1}^x \alpha (T_m - T_1) / \text{熱源のエネルギー} \quad \text{--- (10)}$$

ここで α は表面熱伝達率、 T_1 は外気温度、 T_m は表面の節点間の平均温度とする。

3. 数値例

図-1(a)に示す鋪装構造に線状熱源を挿入した時の温度分布を決定するため、鋪装構造ならびに熱源を(a)および(b)のように分割し、これに有限要素法を適用した。この分割幅は熱源間距離が7 cm、および14 cm では5 mm、28 cm では1 cmとした。

鋪装表面の凍結防止を考えると、鋪装内部の温度分布は以下のような因子により変化すると考えられる。

1. 表面熱伝達率、 α
2. 風速、 v
3. 外気温度、 T_1
4. アスファルト層と砂利層の境界温度、 T_2
5. 熱源のパワー、 W
6. 熱源間距離、 P
7. 熱源の深さ、 d
8. アスファルト層の厚さ、 h_1 と熱伝導率、 k_1
9. 砂利層の厚さ、 h_2 と熱伝導率、 k_2

本研究では以上の因子のうち外気温度、熱源のパワー、熱源間距離、およびアスファルト層の熱伝導率のみを変化させ、鋪装構造内部の温度分布ならびに熱効率率を北大大型計算機 FACOM 230-75 を用いて計算した。

計算は以下のような条件で行った。

表面熱伝達率、 $\alpha = 5.0 \text{ kcal}/\text{h} \cdot \text{m}^2 \cdot ^\circ\text{C}$ 、風速 $v = 0 \text{ m/sec}$ 、砂利層と路床層との境界温度、 $T_2 = 7^\circ\text{C}$ 、アスファルト層の厚さ、 $h_1 = 25 \text{ cm}$ 、砂利層の厚さ、 25 cm 、砂利層の熱伝導率、 $k_2 = 0.45 \text{ kcal}/\text{h} \cdot \text{m} \cdot ^\circ\text{C}$ と仮定した。

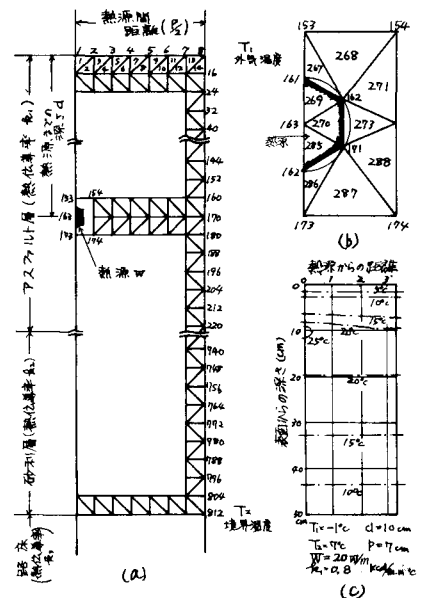


図-1 鋪装構造(a)、線状熱源(b)の要素分割および表層の鋪装構造内部の温度分布(c)

図-1 (c) は図中に示す条件のもとにおける温度分布を熱源上を縦座標の軸に、一方横軸を熱源からの距離として整理したものである。この条件では熱源の深さ付近で横方向の温度差が多少あるが、それ以外の深さでは表面を含めたとこでもこの差はみられない。また熱源の深さより浅いところでの等温線の間隔はそれより深いところのそれよりも狭く、温度勾配が著しく前者の方が大きいことを示している。

図-2 は図-1 (c) の結果を熱源上と熱源間中央部での温度分布で再整理したものである。これより、この条件では熱源の深さ付近で両者の温度差は最大で 5°C である。

図-3 は図-1 (c) に示した条件で熱源間の距離のみを単に変化させ、熱源上の温度分布を示した。熱源間距離が長くなるに伴い、熱源付近の温度は低くなり、この変化量は熱源間距離が 7 cm から 14 cm に変化したときの方が 14 cm から 28 cm に変化した時よりも大きく、前者では 9°C 、後者では 4°C である。またアスファルト層と砂利層との境界面における温度変化量は前者で 8.5°C 、後者で 3.5°C と熱源付近の差とほぼ同一である。また表面温度は3者共ほぼ同一であるため、熱源より上の温度勾配は熱源間距離が短いものほど大である。一方熱源より下のアスファルト層の温度勾配は、熱源間距離の短いものが少し大きいが、それらの差はほとんどない。砂利層の温度勾配もアスファルト層におけるそれとほぼ同じ傾向を示すが、熱源間距離が 28 cm の場合アスファルト層と砂利層との境界面温度は砂利層と路床層との境界温度 7°C より 0.5°C 低い値が得られている。このため、この状態では下からの熱の移動があると考えられる。

図-4 は図-1 (c) に示した条件で熱源のパワーのみを単に変化させ、熱源上の温度分布を示したものである。パワーを 5 W 増加すると熱源付近では約 $6\sim 7^{\circ}\text{C}$ の温度上昇をもたらし、その結果アスファルト層および砂利層では共に温度勾配が著しく大きくなる傾向にある。特にこの傾向は表面温度がパワーによってもそれほど差が生じないため熱源より上のアスファルト層において著しい。アスファルト層の熱源より下の部分の温度勾配を図-3 と比較すると、前者は2倍位の差がみられるが、後者ではその差はほとんどみられない。以上の結果より熱源のパワーを大きくすることによりアスファルト層にはかなり大きな温度勾配が生ずるためアスファルト層の上部には温度応力が生じやすいことを示唆していると考えられる。

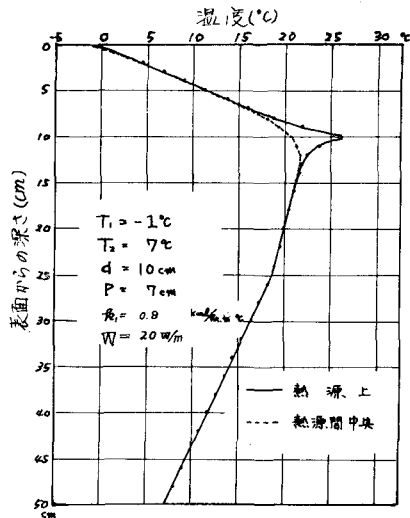


図-2 熱源上および熱源間中央部における温度分布

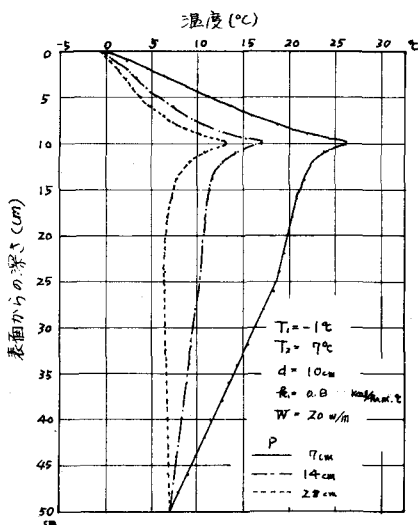


図-3 熱源間距離を変化させたときの熱源上の温度分布

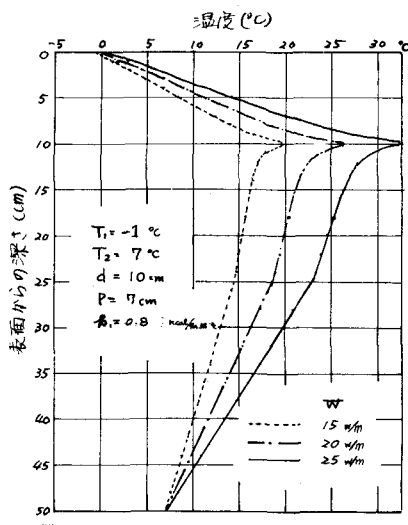


図-4 熱源のパワーを変化させたときの熱源上の温度分布

図-5は図-1(c)に示した条件でアスファルト層の熱伝導率のみを単に変化させ、熱源上の温度分布を示したものである。熱伝導率の増加に伴い、熱源上の温度勾配は次第に減少するが、アスファルト層と砂利層との境界温度は砂利層と路床層との境界温度よりも低くなり、熱源より下のアスファルト層および砂利層の温度勾配も小さくなる。

図-6は図-1(c)の条件で熱源間距離および外気温度を変化させたときの熱効率を示したものである。佐藤¹⁾らは等角写像の手法を線状熱源を有する舗装体の温度分布の算定に導入し、熱源上の表面の熱流と熱源間中央部表面の熱流の比を効率と考え、図-6のような処理を行っている。しかし、彼の手法においては外気温度ならびに表面の対流効果および層状の舗装体効果などが考慮されていないために正確な熱効率の算定という点では少し無理な面があった。本研究では以上の点の他に任意点の温度が比較的簡単に解かれ、またこれを利用して表面全体の熱効率を考慮しているため、かなり精度が高くなっていると思われる。

外気温度および熱源のパワーが同一であれば熱源の深さと熱源間距離の比、 d/p 、の増加は効率の減少をもたらす。また外気温度の上昇および熱源のパワーの増加は d/p の比に関係なく効率の減少をもたらす。外気温度 3°C の下降は熱効率を2%以上増加させるが、この割合は d/p の減少と共に急激に大きくなる。また熱源のパワー5Wの変化も熱効率を2%以上も増加させるため、マクロにみれば熱源のパワーを5W減少させたときの熱効率は外気温度が約 3°C 下降したときのそれとほぼ同じと考えてよいと思われる。

4. 結論

- 熱源より上部のアスファルト層の温度勾配は舗装構造物中で一着大きく、この傾向は熱源間距離の減少、熱源のパワーの増加、アスファルト層の熱伝導率の減少に伴い顕著である。
- アスファルト層の表面の熱効率は外気温度の上昇および熱源の深さと熱源間距離の比が減少すると増加する傾向にある。マクロにみれば熱源のパワーを減少させたときの熱効率は外気温度をある程度下降させたときのそれに対応すると思われる。
- 今後さらに種々の条件について温度分布ならびに熱効率を算出し、実験値とのつき合せをし、定数の設定をさらに正確に行う必要があろう。

本研究の計算にあたっては佐々木正規、馬場浩弥両君の協力を得た。ここに感謝の意を表する。

参考文献

- 佐藤幸彦、杉山昌、富永晋一、青木市太郎：古河電工時報第36号，PP 2，昭和39年

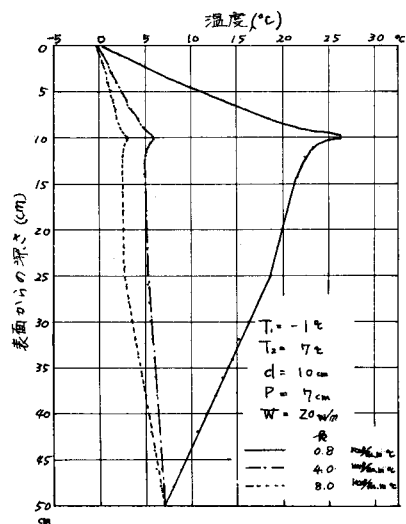


図-5 アスファルト層の熱伝導率を変化させたときの熱源上の温度分布

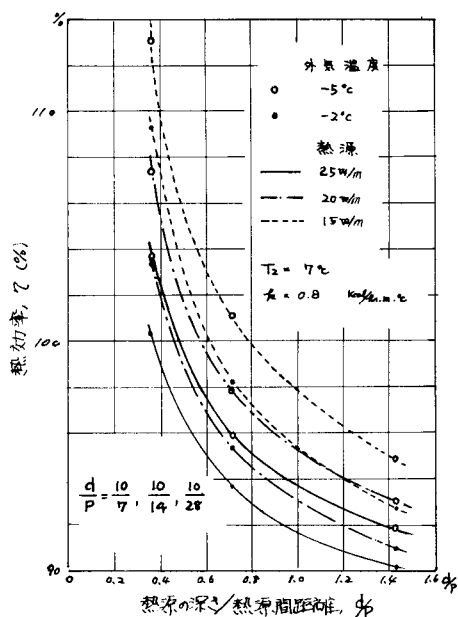


図-6 外気温度および熱源のパワーを変化させたときの熱効率と熱源の深さと熱源間距離の比との関係