

道路網探索手法に関する考察

苫小牧工業高等専門学校 正員 ○ 榎谷 有三
北海道大学大学院 学生員 長瀬 靖
北海道大学工学部 正員 加来 照俊

1. まえがき

各ノード(交通の着着地点)間のOD交通量(需要交通量)とノード間を結合する計画・設計可能な道路網を与えられたとき、これらの交通量を効率的に処理するにはどのような道路網形態が望ましいかという道路網探索問題に対してはいままで多くの研究がなされてきた。この問題に対するアプローチとしておおまかに分けると2つの方法がある。1つはScott, Hershdonfer等の整数計画問題、混合整数計画問題として定式化し最適解を得るための方法論を開発するものである。他方1つは、Bellheimer, 佐佐木, 飯田等のForward法, Backward法あるいはBacktrack法、さらにはこれらの方法に類似した手法を用いて具体的な問題に対する適用性を考慮したアルゴリズムを開発する方法である。著者等この問題に対して、道路ネットワーク構成に関する概念的な構造、特にリンクとリンク区間交通量との関係に把握する事を目的として前者の方法に対する混合整数計画問題より考察した。しかし、この方法によるアプローチは問題に対する理論的正確さを有しているが、実際の道路網に対する適用において計算上種々の困難をもたらし。従って、前者の方法による定式化を十分踏えた上で現実の大きな道路ネットワークへも適用できる探索手法が望まれる。これらの事を鑑み、本稿はBellheimerの方法に多大の示唆を得る道路網の探索手法について考察するものである。

2. 道路網探索アルゴリズムについて

Bellheimerは、各ノード間のOD交通量とノード間を結合する計画・建設可能な道路網を与えたとき、固定費用(リンク建設費用)と変動費用(リンク走行費用)との和からなる目的関数を最小にする道路網探索について考察した。さらに、問題の設定において制約条件は交通量に関する条件のみを考慮している。その解法は、図-1で示されるフローチャートに沿ったアルゴリズムを用いて行われる。ここで、リンク除去手順、付加手順はあるリンクをある計算段階における道路網から除くか、あるいは加えるかを判定する基準として用いられる。その改善変数を計算する。この改善変数は、リンクの建設費用とそのリンクを走行する利用者の費用との差を計算し、解の収束を早める。

この方法は各リンクの容量制約がない、すなわちリンク建設費用はリンク需要交通量に無関係に一定とされている。しかし、実際にはリンク需要交通量によってリンクの必要車線数は異なり、それと伴ってリンク建設費用も異なったものになる。そうすると、前述のリンク除去・付加手順で計算される改善変数も異なった値を有するようになる。

本稿はこれらの事を考慮し、前述のようにある需要交通量(OD交通量)を効率的に処理するにはどのような道路網が探索されるか、ある制約条件下で目的関数を最大なり最小にするかについて、図-1で示されるBellheimerのアルゴリズムを通じて考察する。与えられた建設可能な最大道路網 M 個のノード($n \in N$)と m 個のリンク($a_j \in A$)をもつネットワーク $G(N, A)$ とし、この道路網に q 個のOD交通が存在するものと

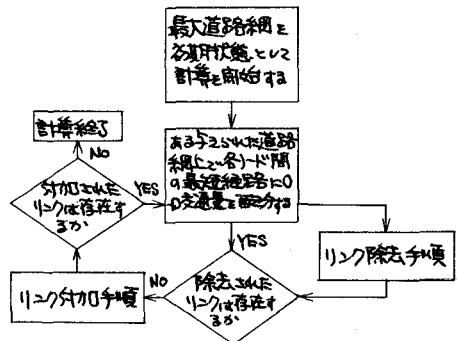


図-1 フローチャート

す。制約条件として、各OD交通にオールオプナツツング法で最短経路のみを配分する。さらに、各リンクの容量制約条件として(1)式を考える。ここで、各リンクはリンクの需要交通量に合っただけ車線数を建設する

$$X_{ij} = \sum_{k=1}^n \delta_{ij}^k \cdot Y^k \leq C_{ij} \cdot x_{ij} \quad \text{--- (1)}$$

ここで、 X_{ij} ; リンク ij の区間交通量 Y^k ; オル番号のOD交通量

δ_{ij}^k ; オル番号のOD交通量からリンク ij が最短経路として含むとき1、そうでないとき

0 となる定数とする

C_{ij} ; 問題を簡単にするため交通容量は車線数に比例するとし1車線当りの交通容量

x_{ij} ; リンク ij の必要車線数

と考える。ここで、リンク ij の必要車線数は左辺の区間交通量から求められる。目的関数としては、道路利用者の走行便益と道路建設の経済性の均衡とを考慮した(2)式、すなわち道路利用者費用と道路建設費用とを和を最小にすると考えた。この式で右辺の2項は、リンクの建設費用が車線数とともに段階的に増加するとし2項は、

$$T = 365 \cdot q \cdot U \cdot \sum_{i,j=1}^n \sum_{k=1}^n \delta_{ij}^k \cdot Y^k \cdot d_{ij} + K \sum_{i,j=1}^n (H + \alpha(x_{ij} - 1)) \cdot d_{ij} \quad \text{--- (2)}$$

ここで、 q ; 単位時間交通量を年平均日交通量に換算するための係数

U ; 単位距離・台当りの道路利用者費用(円/km・台)

K ; 道路の耐用年数と利率による算定される資本回収係数

H ; 1車線単位距離当りの建設費用(円/km)

α ; 1車線増加させようが必要単位距離当りの建設費用(円/km)

d_{ij} ; リンク ij の距離(km)

本問題の解法アルゴリズムは図-1に示されたフローチャートに沿って考えたと次のようにある。

- 1) 建設可能な最大道路網 G_0 及び各OD交通ごとの最短経路を求め、その経路にオールオプナツツング法で各OD交通量を配分して(2)式の目的関数値を計算する。
- 2) 上記計算段階での道路網 G_0 に対して1と同様に各OD交通の最短経路を求め(2)式の値を求める。
- 3) リンク除去手順

① 段階 l において除去されるリンクの集合 A_l^0 、除去されたリンクの集合 A_l^1 とする。($A = A_l^0 \cap A_l^1$)

② 道路網 G_{l-1} からあるリンク a_{ij} ($a_{ij} \in A_l^0$) を除去した道路網 $G_{l(ij)} (= G_{l-1} - a_{ij})$ で、 G_{l-1} において最短経路として a_{ij} を含むOD交通に対して最短経路を求める。

③ リンク除去の基準として用いられる改善変数 Δ_{ij} (3)式で求める。この Δ_{ij} は、 G_{l-1} のリンク a_{ij} に配分されている区間交通量 R_{ij} がリンク a_{ij} を除去した $G_{l(ij)}$ における最短経路に配分されるとする仮定に基づき、リンク除去で節約された建設費用と走行距離の増加に伴う利用者費用の増加とを比較という形である。

$$\Delta_{ij} = 365 \cdot q \cdot A \sum_{k \in R_{ij}} \delta_{ij}^k \cdot Y^k (r_{ij}^k - r_{ij}^{k'}) + K \sum_{m \in A_{ij}} (M_{ij}^m - M_{ij}^{m'}) + K(H + \alpha(x_{ij} - 1)) \cdot d_{ij} \quad \text{--- (3)}$$

ここで R_{ij} ; 道路網 G_{l-1} において、リンク a_{ij} を走行ルート(最短経路)として含むOD交通の集合
すなわち、 $\delta_{ij}^k = 1$ となるOD交通の集合

r_{ij}^k ; G_{l-1} におけるOD交通 k の最短距離 $r_{ij}^{k'}$; $G_{l(ij)}$ におけるOD交通 k の最短距離

M_{ij}^m ; $(= \{H + \alpha(x_{ij}^m - 1)\} \cdot d_{ij})$ G_{l-1} におけるリンク a_{ij} の建設費用

$M_{ij}^{m'}$; $(= \{H + \alpha(x_{ij}^{m'} - 1)\} \cdot d_{ij})$ $G_{l(ij)}$ におけるリンク a_{ij} の建設費用

x_{ij}^m ; G_{l-1} におけるリンク a_{ij} の必要車線数 $x_{ij}^{m'}$; $G_{l(ij)}$ におけるリンク a_{ij} の必要車線数

A_{ij} ; $A_{ij} = A_{ij}^0 \cup A_{ij}^1$ とし2項を求め、その値が次のようになる。

A_{ij}^0 ; R_{ij} の各OD交通が G_{l-1} において走行ルートとして含むリンクの集合で、リンク a_{ij} を除く

A_{ij}^1 ; R_{ij} の各OD交通が $G_{l(ij)}$ において走行ルートとして含むリンクの集合。

この Δ_{ij} が正の値があることは、リンク a_{ij} を除去することによって増加する利用者費用よりセリンク建設費用が高いことを意味し、リンクを除去することによって目的関数を改善することという意味である。

④この Δ_{ij} の計算は A_e の要素であるすべてのリンクに対して行う。

⑤もし、正の値を取るリンクがあるときにはその中で一番大きい値を取るリンクを G_{l-1} から除去した道路網 G_l に変換して手順②へ進む。すなわちこのリンクが負の値を取るときには、道路網を G_e として手順④へ進む。このとき、この手順で除去されたリンクの集合は A_e 、除去されたリンクの集合は A_f ($A = A_e \cap A_f$)とする。

4) リンク付加手順

この手順はリンク除去手順を終えて得られた道路網 G_e に、その手順で除去されたリンクを再び付加することによって生ずる建設費用の増加と利用者費用の減少とを比較という形で行われる。従って、除去手順と同様の計算が行われる。

①道路網 G_e にリンク $a_{ij} \in A_f$ を付加した道路網 G_{f+ij} において各OD交通に対して最短距離を計算し、リンク a_{ij} を道路として含むOD交通の集合 R_{ij} を求める。

②リンク a_{ij} を付加したことによって生ずる利用者費用の変化 V_{ij} を(4)式で求める。

$$V_{ij} = \sum_{R_{ij}} (r_{ij}^k - r_{ij}^{k'}) \quad (4)$$

ここで r_{ij}^k : G_e におけるOD交通 k の最短距離
 $r_{ij}^{k'}$: G_{f+ij} におけるOD交通 k の最短距離

③リンク付加の基準として用いられる改善変数 δ_{ij} を(5)式で求める。

$$\delta_{ij} = 365 \cdot g \cdot A \sum_{R_{ij}} S_{ij}^k \cdot Y^k \cdot \{ \max[0, V_{ij}] \} - K \sum_{a_{mn} \in A_f} (M_{mn}^k - M_{mn}^{k'}) - K(H + \alpha(x_{ij} - 1)) \cdot dij \quad (5)$$

ここで M_{mn}^k : G_e におけるリンク a_{mn} の建設費用
 $M_{mn}^{k'}$: G_{f+ij} におけるリンク a_{mn} の建設費用

④この δ_{ij} の計算は A_f の要素であるすべてのリンクに対して行う。

⑤もし、正の値を取るリンクがあるときにはその中で一番大きい値を取るリンクを G_e に付加した道路網 G_{f+} に変換して手順②へ進む。すなわちこのリンクが負の値を取るときには、これ以上目的関数を改善することができないので計算を終了する。このとき、この手順の最後に得られている道路網 G_e を求める最適道路網 G_{opt} となる。

以上の基本的手順があるが、本アルゴリズムの特徴はリンクの除去・付加によって生ずる建設費用の変化と利用者費用の変化とを比較という形で目的関数がどのような方向に展開される。さらに、図-2にこれらの計算フローチャートを示した。

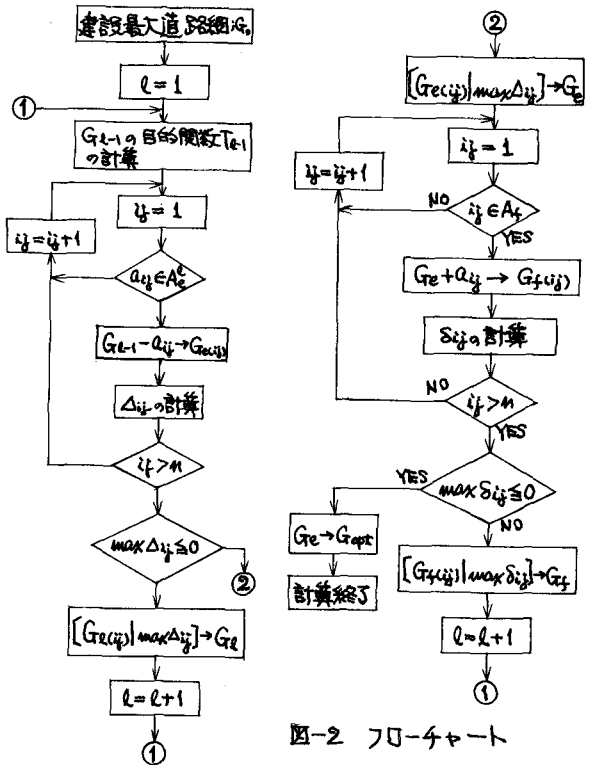


図-2 フローチャート

3. 計算例

図-3の建設可能な最大道路網、表-1の需要交通量(0日交通量)およびリンク距離を与えて、前節のアルゴリズムを用いて最適道路網の探索を試みる。なお、表-1における右半分は0日交通量(台/時)があり、左半分はリンク距離(km)、 ∞ は道路間にリンクが存在しないことを示す。さらに、各リンクの車線数と交通容量(台/時)、建設費用(億円/km)との関係を表-2に示した。前節の如く、各0日交通はある探索された道路網において最短経路にオールオアアッシングで配分され、また各リンクはリンク区間交通量に見合った車線数が建設されるものとする。(2),(3),(5)式等を用いて求まる時間係数、資本回収係数(耐用年数30年、利率6%とする)、利用者費用(円/km台)は、それぞれ18.28, 0.07265, 40と求まる。

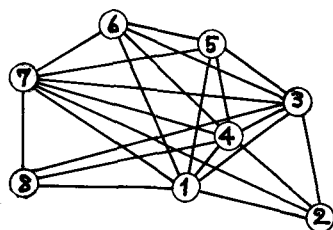


図-3 最大道路網

表-1 0日交通量およびリンク距離

	1	2	3	4	5	6	7	8
1		100	100	1100	1200	50	50	400
2	11.5		200	250	0	0	50	0
3	11.0	8.5		1700	800	50	50	100
4	5.0	9.5	6.5		400	100	750	200
5	11.0	00	8.0	7.0		0	600	0
6	12.0	00	15.0	11.0	8.0		200	0
7	12.5	23.5	26.5	19.5	14.5	8.0		300
8	11.0	00	21.0	15.0	00	00	7.0	

表-2 車線数と交通容量、建設費用との関係

車線数	1	2	3	4	5
交通容量	1000	2000	3000	4000	5000
建設費用	5	7	9	11	13

最大道路網における目的関数値659.9億円が得られたので除去手順が順次行われる。除去手順において、まずステップ1ではリンク Q_{ij} が除去され、さらに計算を続行するとステップ2でリンク Q_{ij} が除去されたので、ステップ3において Δq_{ij} が正の値となり図-4に示される道路網が探索された。次に付加手順が行われるが、この例において δ_{ij} の値はすべて正の値となり図-2に示される除去手順で得られた道路網が最適道路網となる。このときの建設費用、利用者費用はそれぞれ、94.4億円、466.0億円となり、目的関数値として540.4億円となる値が得られた。

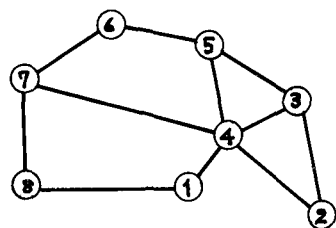


図-4 最適道路網

4. あとがき

以上本稿は、ある需要交通量を効率的に処理するための道路網探索アルゴリズムについて目的関数と建設費用と利用者費用との和からなる総費用として考察した。その際、目的関数を小さくする方向へ改善する改善変数となるリンクの除去・付加とそれ以外の手順において考え、対象となるすべてのリンクに対してこの計算を行なう方法をとった。しかし、この方法によって得られた最終ステップの道路網が必ずしも全体的最適解がある保証はなく、ある局所的最適解に落ち込むことも考えられる。従って、今後はこのような事象をなるべく避けるようなアルゴリズムを改善して頂かねばならない。また、各リンクはリンク区間交通量に見合ったリンクの車線数を建設する考えたが、リンクの建設可能な車線数に限られている場合についても考えなくてはならない。さらに、著者等が考察した混合変数計画問題へも表現し得るアルゴリズムへと拡張してゆきたい。

参考文献

- 1) ALLEN J. SCOTT; THE OPTIMAL NETWORK PROBLEM: SOME COMPUTATION PROCEDURE, Trans. Res. Vol. 13
- 2) A.M. HERSHKORFER; OPTIMAL ROUTING OF URBAN TRAFFIC, M.I.T. 1965
- 3) JOHN W. BILLHIMER; Network Design with Fixed and Variable Cost Element, Trans. Sci. Vol. 7 1973
- 4) 佐々木 前島忠文; 道路網構築に関する一考察, 土木学会論文報告集, 第163号, 1969
- 5) 飯田泰政; 最適道路ネットワークの構成手法, 土木学会論文報告集, 第241号, 1975
- 6) 石井 谷 長 義 他; 道路網構築法に関する研究, 第14回日本道路学会論文発表, 1975
- 7) 石井 谷 有 三; 道路ネットワーク構成に関する基礎的研究, 苫小牧高専紀要第11号(投稿中)

1969