

ポリゴン桁の一解法

北海道大学工学部 正員 能町 純雄
北海道開発コンサルタント 正員 金沢 義輝

1. まえがき

橋梁の架設例で、道路線形に合わせて、床版を曲線形、主桁をポリゴン線形とした連続桁け数多く見られる。ここで、主桁を床版と同一の曲線形にしないのは、製作上の手間を省くということが最大の理由であり、また断面計算においては、多くの場合複雑さを避けるため、ポリゴン折れ角を微小として無視し、単なる直線連続桁と仮定している。この点にかんがみて、本論文はポリゴン桁の一解法を、先ず手初めとして二径間連続の場合を取り上げ、中間支点における曲げモーメント、捩れモーメント及び曲げ捩れモーメントをも考慮した厳密解を検討したものである。

2. 仮定と解式

二径間連続ポリゴン桁において、同一径間で桁は一定断面とし、桁1, 2が中間支点Bで接線に対しなす角を α とする。また図-1のように座標系X-Yをとり、部材座標系における桁のたわみ角、捩れ角をそれぞれ φ , $\bar{\varphi}$ とし、同様に曲げモーメント、捩れモーメントをM, $\bar{M}$ とする。

ここでX軸まわりの回転を拘束し、Y軸まわりの回転角を θ_Y とすると、

$$\left. \begin{aligned} \varphi_{BA} &= \theta_Y \cdot \xi, & \varphi_{BC} &= \theta_Y \cdot \eta \\ \bar{\varphi}_{BA} &= \theta_Y \cdot \eta, & \bar{\varphi}_{BC} &= -\theta_Y \cdot \xi \end{aligned} \right\} \text{--- (1)}$$

のように表わされる。但し、 $\xi = \cos \alpha$, $\eta = \sin \alpha$ とする。

支点Bにおける断面力を求める。

a) 曲げモーメント

支点間の相対変位がないものとする、曲げモーメントは

$$\left. \begin{aligned} M_{BA} &= K_1(1.5)\varphi_{BA} + H_{BA} \\ M_{BC} &= K_2(1.5)\varphi_{BC} - H_{BC} \end{aligned} \right\} \text{----- (2)}$$

但し、

$$K_1 = \frac{2EI_1}{l_1}, \quad K_2 = \frac{2EI_2}{l_2}$$

$$H_{BA} = C_{BA} + \frac{C_{AB}}{2}, \quad H_{BC} = C_{BC} + \frac{C_{CB}}{2}$$

となる。

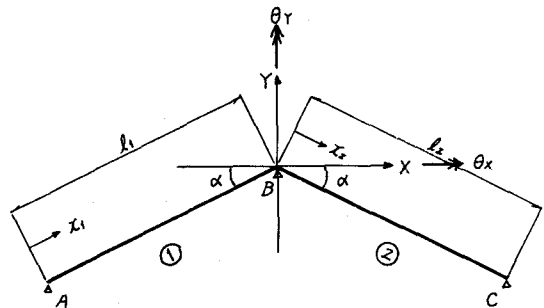


図-1. ポリゴン桁の座標系

b) 振れモーメント

そり拘束振れの基本式は

$$GJ \frac{d\bar{\varphi}}{dx} - EC_w \frac{d^3\bar{\varphi}}{dx^3} = \bar{M} \quad \text{---- (3)}$$

である。

境界条件を考慮し、 C_1, C_2 を未定係数とすると、桁1, 2の振れ角は

$$\left. \begin{aligned} \bar{\varphi}_1 &= \frac{\bar{M}_1}{GJ_1} x_1 + C_1 \cdot \sinh \lambda_1 x_1 + \bar{\varphi}_{t1} \\ \bar{\varphi}_2 &= \frac{\bar{M}_2}{GJ_2} (l_2 - x_2) + C_2 \cdot \sinh \lambda_2 (l_2 - x_2) + \bar{\varphi}_{t2} \end{aligned} \right\} \quad \text{---- (4)}$$

とあらわすことができる。但し、 $\lambda^2 = GJ/EC_w$, $\bar{\varphi}_t$ は荷重項。

ここで連続条件は

$$\left. \begin{aligned} (\bar{\varphi}_1)_{x_1=l_1} + (\bar{\varphi}_2)_{x_2=0} &= 0 \\ \left(\frac{d\bar{\varphi}_1}{dx_1} \right)_{x_1=l_1} &= \left(\frac{d\bar{\varphi}_2}{dx_2} \right)_{x_2=0} \\ EC_{w1} \left(\frac{d^2\bar{\varphi}_1}{dx_1^2} \right)_{x_1=l_1} &= EC_{w2} \left(\frac{d^2\bar{\varphi}_2}{dx_2^2} \right)_{x_2=0} \end{aligned} \right\} \quad \text{---- (5)}$$

である。式(4)を(5)に代入して整理すると、振れモーメントは

$$\left. \begin{aligned} \bar{M}_1 &= \frac{(\bar{\varphi}_{BA} - \bar{\varphi}_{t,BA}) - f_1}{e_1} \\ \bar{M}_2 &= \frac{(\bar{\varphi}_{BC} - \bar{\varphi}_{t,BC}) - f_2}{e_2} \end{aligned} \right\} \quad \text{---- (6)}$$

但し、

$$d_1 = \left(\frac{J_1}{J_2} - \frac{J_1}{J_2} \lambda_2 l_2 \coth \lambda_2 l_2 + 1 \right) \sinh \lambda_1 l_1 - \lambda_1 l_1 \cosh \lambda_1 l_1$$

$$d_2 = \left(\frac{J_2}{J_1} - \frac{J_2}{J_1} \lambda_1 l_1 \coth \lambda_1 l_1 + 1 \right) \sinh \lambda_2 l_2 - \lambda_2 l_1 \cosh \lambda_2 l_2$$

$$e_1 = \frac{l_1}{GJ_1} - \frac{l_1 - l_2}{d_1 GJ_1} \sinh \lambda_1 l_1$$

$$e_2 = \frac{l_2}{GJ_2} + \frac{l_1 - l_2}{d_2 GJ_2} \sinh \lambda_2 l_2$$

$$f_1 = \frac{l_2}{d_1} (\bar{\varphi}'_{t,BA} - \bar{\varphi}'_{t,BC}) \sinh \lambda_1 l_1$$

$$f_2 = \frac{l_1}{d_2} (\bar{\varphi}'_{t,BA} - \bar{\varphi}'_{t,BC}) \sinh \lambda_2 l_2$$

$$\bar{\varphi}_{t,BA} = (\bar{\varphi}_{t1})_{x_1=l_1}, \quad \bar{\varphi}_{t,BC} = (\bar{\varphi}_{t2})_{x_2=0}$$

$\bar{\varphi}_{\pm 1}$, $\bar{\varphi}_{\pm 2}$ は外力としての振れ荷重 t_1 , t_2 により定まり.

$$\bar{\varphi}_{\pm 1} = \frac{2}{l_1} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{S_m[t_1]}{GJ_1 \left(\frac{m\pi}{l_1}\right)^2 + EC_{\omega 1} \left(\frac{m\pi}{l_1}\right)^4} \sin \frac{m\pi}{l_1} x_1$$

$$\bar{\varphi}_{\pm 2} = \frac{2}{l_2} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{S_m[t_2]}{GJ_2 \left(\frac{m\pi}{l_2}\right)^2 + EC_{\omega 2} \left(\frac{m\pi}{l_2}\right)^4} \sin \frac{m\pi}{l_2} x_2$$

$$S_m[t] = \int_0^l t \cdot \sin \frac{m\pi}{l} x \cdot dx$$

で決定される.

支束BにおけるY軸まわりのモーメントの釣合いを考える.

図-2. より

$$(M_{BA} + \bar{M}_{BC})\xi + (\bar{M}_{BA} - \bar{M}_{BC})\eta = 0$$

---- (7)

但し.

$$\bar{M}_{BA} = \bar{M}_1 - m_{BA}$$

$$\bar{M}_{BC} = \bar{M}_2 - m_{BC}$$

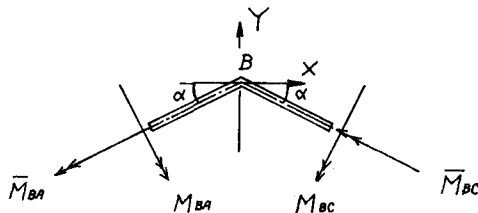


図-2. 支束Bの端モーメント

m は荷重項.

式(1), (2), (6) を式(7) に代入すると
未知回転角 θ_r は次のようにあらわされる.

$$\theta_r = \frac{-(H_{BA} - H_{BC})\xi + \left(\frac{f_1}{e_1} - \frac{f_2}{e_2}\right)\eta + (m_{BA} - m_{BC})\eta}{1.5(K_1 + K_2)\xi^2 + \left(\frac{1}{e_1} + \frac{1}{e_2}\right)\eta^2} \quad \text{---- (8)}$$

以上により、中間支束における曲げモーメント、振れモーメント、曲げ振れモーメントが厳密に求められる。

3. あとがき

二径間連続ポリゴン桁を厳密に解析できることを示したが、これにより多径間連続の場合についても解析可能になったものと思われる。

尚、数値計算例については、当日会場にて発表する予定である。

参考文献

能町純雄；ポリゴン線形を有する連続バリについて，土木学会北海道支部 技術資料 第18号