

連続ラーメン構造の大変形振動解析について

北海道大学 正員 茅 村 仁

北海道大学 正員 ○三 上 隆

1. まえがき

サンフェルナンド地震によって、土木構造物(特に高速道路高架橋)が大きな被害を受けた。被害の受けた高架橋の内、下部構造が上部構造に比してスレンダーな構造形式の高架橋があり、この種の構造物の横振動(曲がり振動)を考えると、鉛直方向力(軸方向力)による付加的曲げモーメントの影響が考えられる。

本報告はその影響をみるべき4径連続ラーメン橋をモデルとして解析を行い、通常の曲がり振動による解析と比較して固有周期、地震応答値による応答値にどのような差を与えているのかを比較検討を行ったものである。解析はマトリックス解析法により多質点系に置換し解析を試みた。

2. 基礎方程式及び剛性マトリックスの誘導

応力とひずみとの関係は比例関係が成立し、曲中に伴うせん断応力によるせん断変形を無視すると軸力 N 、曲中モーメント M と軸変形 ϵ_x と曲率 κ との関係は次式で表わされる。

$$\begin{aligned} N &= EA\epsilon_x & (1) & \quad ; E = \text{弾性係数}, A = \text{断面積}, I = \text{断面二次モーメント} \\ M &= EI\kappa \end{aligned}$$

x 方向変位(部材軸方向変位)を u 、 y 方向変位を v とすると大変形理論により軸変形 ϵ_x 、曲率 κ は次式で表わされる。

$$\begin{aligned} \epsilon_x &= \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 \\ \kappa &= -\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \end{aligned} \quad (2)$$

部材内に貯えられるひずみエネルギー(U)は部材長を L とすると次式で与えられる。

$$U = \frac{1}{2} \int_0^L (EA\epsilon_x^2 + EI\kappa^2) dx \quad (3)$$

運動エネルギー(T)は密度を ρ とすると(4)で表わされる。

$$T = \frac{1}{2} \rho A \int_0^L \left\{ \left(\frac{\partial u}{\partial t} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial t} \right)^2 \right\} dx \quad (4)$$

式(3)に x での第1変分をとり、式(4)に時間 t での第1変分をとり部分積分を施しHamilton's principleを用いることにより次式が得られる。

$$\int_0^L \left[\frac{\partial}{\partial x} \left\{ \left(1 + \frac{\partial u}{\partial x} \right) N \right\} - \rho A \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \right] \delta u dx + \int_0^L \left[\frac{\partial^2 M}{\partial x^2} + \frac{\partial}{\partial x} \left(N \frac{\partial v}{\partial x} \right) - \rho A \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} \right] \delta v dx = 0 \quad (5)$$

上式は δu 、 δv の任意性より被積分項が0となる。従って

$$\frac{\partial}{\partial x} \left\{ \left(1 + \frac{\partial u}{\partial x} \right) N \right\} = \rho A \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (6.1)$$

$$\frac{\partial^2 M}{\partial x^2} + \frac{\partial}{\partial x} \left(N \frac{\partial v}{\partial x} \right) = \rho A \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} \quad (6.2)$$

式(6.1)、(6.2)は直線等断面部材の大変形を考慮した際の振動方程式である。式(6.1)を考慮すると問題が一層複雑化するので本報告は軸方向力を考慮した曲がり振動を考慮することにする。

剛性マトリックスは、式(3)で表わされるひずみエネルギーを用いたエネルギー原理、又は次の微分方程式、

境界条件より求められる。(図-1)

微分方程式

$$E \frac{d^2 Y}{dx^2} = P_2 X - P(Y - V_1) - M_1$$

境界条件

$$x=0 \text{ で } y=V_1, \frac{dy}{dx} = \theta_1$$

$$x=L \text{ で } y=V_2, \frac{dy}{dx} = \theta_2$$

平衡方程式

$$M_1 + M_2 + P_2 L + P(V_2 - V_1) = 0$$

$$P_1 + P_2 = 0$$

(7)を解くことにより剛性マトリックスKが得られる。Kに含まれている軸方向力の項を級数展開し高次の項を無視すると、(8)が得られる。

$$K = K_E + K_G \quad (8)$$

但し K_E 弾性剛性マトリックス

K_G 幾何学的剛性マトリックス

自由振動方程式は式(9)となる。

$$[(K_E + K_G) - \omega^2 M] S_0 = 0 \quad (9)$$

マトリックス K_G は既知の軸方向力Pによって定まるので問題は通常の場合と同じになる。

3 解析例

解析モデルとして図-2に示す4径連続ラーメン橋を図-3のモデル(A), モデル(B)の9節点系, 12節点系に置換し解析をする。このラーメン橋は上部工はRC曲線箱桁で計算の際は3室箱桁を一本の曲り梁とし、境界条件は図-2で A_1, A_2 で橋軸、橋軸直角方向を共に free とし鉛直方向に対しては fixed とし、 $B_1 \sim B_3$ は完全固定、橋脚と桁の結合条件は剛結合とする。

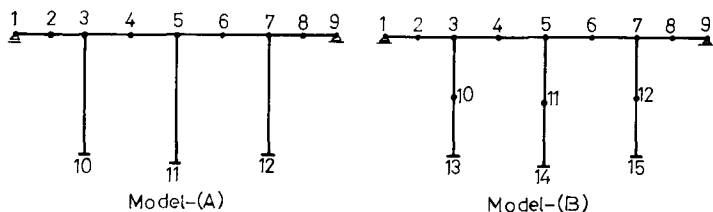
軸方向力(P)は上部工の自重を等分布荷重として載荷し実際の垂直部材の部材力を用いた。

応答計算に用いる地震記録波は次の3種類である。

- (i) S-282 Ofunado⁽¹⁾ Max-Acc = 78.5 gal
- (ii) S-480 Kinuura⁽²⁾ Max-Acc = 31.5 gal
- (iii) Tokachioki Max-Acc = 237.2 gal

以上の入力波を最大加速度が78.5 gal にするよう、圧縮、拡大して用いる。

図-3



Model-(A)

Model-(B)

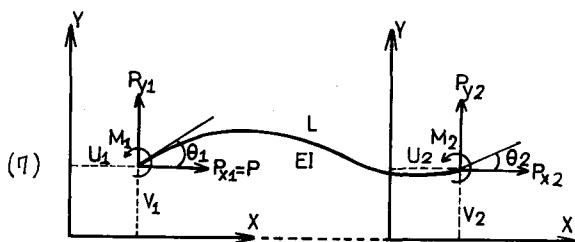


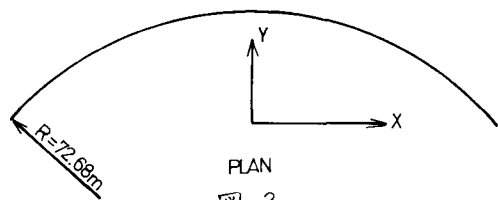
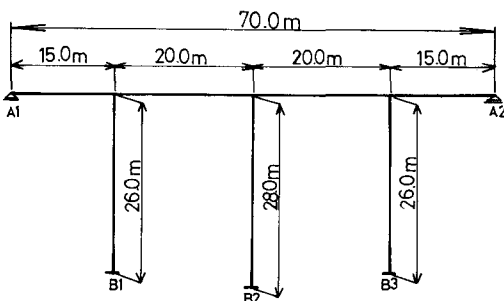
図-1

MATRIX- K_E

MATRIX- K_G

$\frac{EA}{L}$	0	0	$-\frac{EA}{L}$	0	0	0	0	0	0	0	0
0	$\frac{12EI}{L^3}$	$\frac{6EI}{L^2}$	0	$-\frac{12EI}{L^3}$	$\frac{6EI}{L^2}$	0	$-\frac{6P}{5L}$	$-\frac{P}{10}$	0	$\frac{6P}{5L}$	$-\frac{P}{10}$
0	$\frac{6EI}{L^2}$	$\frac{4EI}{L}$	0	$-\frac{6EI}{L^2}$	$\frac{2EI}{L}$	0	$-\frac{P}{10}$	$-\frac{2P}{15}$	0	$\frac{P}{10}$	$\frac{PL}{30}$
$-\frac{EA}{L}$	0	0	$\frac{EA}{L}$	0	0	0	0	0	0	0	0
0	$-\frac{12EI}{L^3}$	$-\frac{6EI}{L^2}$	0	$\frac{12EI}{L^3}$	$\frac{6EI}{L^2}$	0	$\frac{6P}{5L}$	$\frac{P}{10}$	0	$-\frac{6P}{5L}$	$\frac{P}{10}$
0	$\frac{6EI}{L^2}$	$\frac{2EI}{L}$	0	$-\frac{6EI}{L^2}$	$\frac{4EI}{L}$	0	$-\frac{P}{10}$	$\frac{PL}{30}$	0	$\frac{P}{10}$	$-\frac{2PL}{15}$

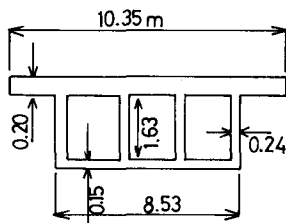
ELEVATION



PLAN

図-2

図-2 SECTION



減衰定数は2%とし、解析での入力方向は橋軸方向、橋軸直角方向の2通りを考えた。

結果は表-1.1に対称振動の固有周期、表-1.2に逆対称振動の固有周期を示す。又それに対応するモードを図-5.1と図-5.2にそれぞれ示す。

表 1-1

PERIOD	Model-(A)		Model-(B)	
	P=0	P≠0	P=0	P≠0
1.st	1.76830	1.83115	1.77844	1.91771
2.nd	0.24855	0.24863	0.24942	0.24960

(sec)

表 1-2

PERIOD	Model-(A)		Model-(B)	
	P=0	P≠0	P=0	P≠0
1.st	2.08560	2.14827	2.09285	2.23548
2.nd	1.05494	1.06795	1.06777	1.10111

(sec)

表においてP=0とは通常の曲げ振動の値を、P≠0は軸方向力考慮した場合の値であり以下の表においても同様である。

3-入力波に対する応答計算の結果は表2-1、2-2に9質点系モデルの橋軸直角方向入力に対する最大曲げモーメント、最大変位の応答値を表3.1、3.2に12質点系モデルの橋軸方向入力に対する応答値を、表4.1、4.2に橋軸直角方向入力に対する応答値を示す。

MAX-MOMENT (tm)

INPUT	POINT-10		POINT-11	
	P=0	P≠0	P=0	P≠0
OFUNADO	109.4	112.1	88.8	90.9
KINUURA	132.2	143.6	107.2	116.4
TOKACHIOKI	123.0	126.7	99.8	102.7

表 2-1

MAX-DISPLACEMENT ($\times 10^{-1}m$)

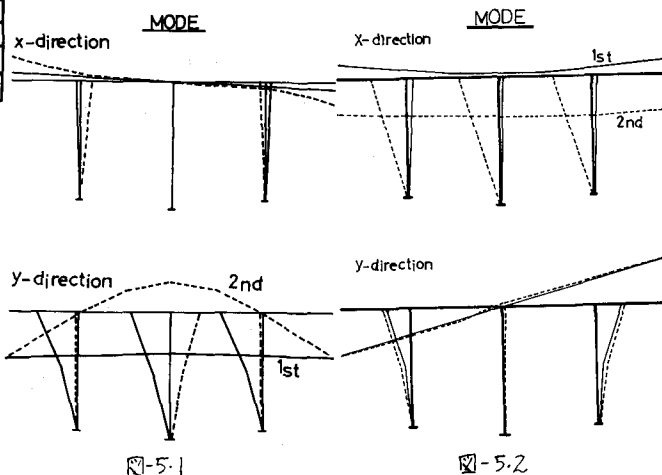
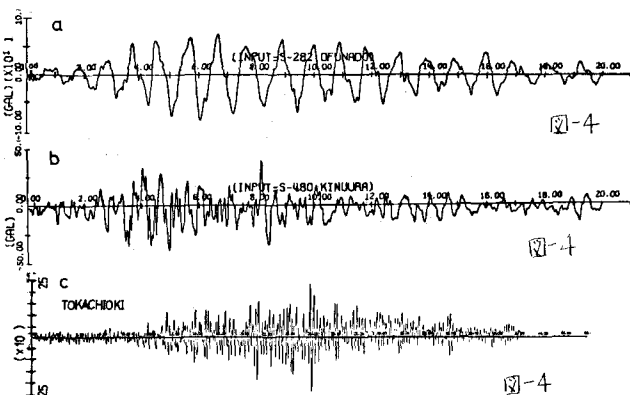
INPUT	POINT-3		POINT-4		POINT-5	
	P=0	P≠0	P=0	P≠0	P=0	P≠0
OFUNADO	0.522	0.515	0.521	0.514	0.520	0.513
KINUURA	0.631	0.660	0.630	0.659	0.630	0.659
TOKACHIOKI	0.588	0.583	0.587	0.582	0.587	0.582

表 2-2

MAX-DISPLACEMENT ($\times 10^{-1}m$)

INPUT	POINT-3		POINT-4		POINT-5		POINT-10		POINT-11	
	P=0	P≠0	P=0	P≠0	P=0	P≠0	P=0	P≠0	P=0	P≠0
OFUNADO	0.468	0.457	0.481	0.470	0.485	0.474	0.227	0.222	0.242	0.237
KINUURA	0.396	0.392	0.390	0.384	0.388	0.381	0.185	0.183	0.193	0.191
TOKACHIOKI	0.376	0.425	0.371	0.422	0.369	0.420	0.176	0.200	0.184	0.210

表 3.2



MAX-MOMENT (tm)

INPUT	POINT-13		POINT-14	
	P=0	P≠0	P=0	P≠0
OFUNADO	101.3	102.9	94.0	95.7
KINUURA	85.0	87.9	77.7	80.4
TOKACHIOKI	83.6	92.2	76.5	84.6

表 3-1

MAX-MOMENT (tm)

INPUT	POINT-13		POINT-14	
	P=0	P≠0	P=0	P≠0
OFUNADO	122.2	131.6	99.2	107.4
KINUURA	142.0	161.5	115.3	128.1
TOKACHIOKI	127.4	135.7	103.4	110.7

表 4.1

MAX-DISPLACEMENT ($\times 10^{-1} \text{m}$)

INPUT	POINT-3		POINT-4		POINT-5		POINT-10		POINT-11	
	P=0	P $\neq$ 0	P=0	P $\neq$ 0	P=0	P $\neq$ 0	P=0	P $\neq$ 0	P=0	P $\neq$ 0
OFUNADO	0.517	0.533	0.519	0.534	0.520	0.535	0.176	0.186	0.172	0.176
KINUURA	0.776	0.649	0.776	0.652	0.776	0.653	0.264	0.220	0.256	0.214
TOKACHIOKI	0.584	0.600	0.587	0.602	0.586	0.603	0.199	0.203	0.195	0.198

表 4.2

以上の解析結果をまとめると

- (1). 軸方向力(P)の固有周期に与える影響は低次固有周期に及ぼす影響が大きく、高次固有周期に移行する程影響が少なくなる。
- (2). 軸方向力の最大曲げモーメント応答値に及ぼす影響は10%前後、通常のせじげ振動より大きな値を示している。
- (3). 軸方向力の最大応答変位に与える影響は曲げモーメントに及ぼす影響程顕著でない。
- (4). この解析での質点数の増加は曲げモーメント応答に及ぼす影響が大きく、12質点系、軸方向力考慮、軸直交角方向入力のもとで影響が大きくなる。

参考文献

- (1) 土田肇、倉田栄一、須藤克子 港湾地床強震観測年報(1969) 港湾技研資料 NO 100 1970
- (2) " " " 港湾地床強震観測年報(1968) 港湾技研資料 NO 98 1970
- (3) 茅村、三上 構造物の横振動に与える軸方向力の影響について
土木学会第29回年次学術講演会講演要旨集