

弾性横リブ上で連続する直交異方性鋼床版の一解法

北海道大学 正 員 渡辺 昇

北海道大学 正 員 ○佐藤 浩一

北海道大学 学生員 松元 照幸

1. まえがき

先に発表した論文は2本の主桁で単純支持された閉じリブ鋼床版(図-1)において中間支点が弾性横リブで支持された多径間連続直交異方性板の解析の場合に中間弾性支持部を切断し、代わりに線分布鉛直荷重を挿入し、W. Pelican u. M. Esslinger の解法である剛支承上の構造系と弾性支承上の構造系に分けて解析している方法と比較検討したものである。

本報告は中間弾性支持部にヒンジを挿入し、代わりに線分布曲げモーメントを挿入して解析を行なり、W. Pelican u. M. Esslinger の解法と比較検討したものである。

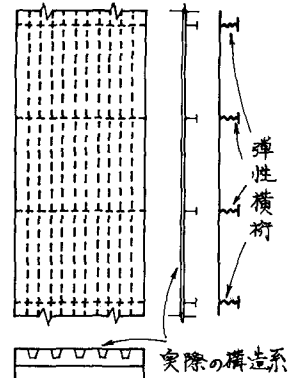


図-1

2. 解析の概要

解析するにあたり、図-2のように中間の弾性支持部にヒンジを挿入し、代わりに線分布曲げモーメント $\sin \frac{\pi}{a} b_i \cdot i X_{im} \cdot f_m \cdot \sin \frac{\pi}{a} x$ を挿入して行く方法である。ここで、 i, j は中間弾性支持部の数だけ変化する、 b_i は i 番目の支点から j 番目の支点までの長さであり、 $\sin \frac{\pi}{a} b_i \cdot i X_{im} \cdot f_m \cdot \sin \frac{\pi}{a} x$ は状態 j の時の i 番目の弾性支持部に挿入する不静定線分布曲げモーメントである。

3. 三径間連続直交異方性板の解析(直交条件を用いる)

三径間連続直交異方性板の場合の解析は図-2において、 $m=1, 2$ である。したがって、 $i=1, 2, j=1, 2$ である。図-3において、中間弾性支持部にヒンジを挿入して、不静定線分布曲げモーメント $\sin \frac{\pi}{a} b_i \cdot i X_{im} \cdot f_m \cdot \sin \frac{\pi}{a} x$ を挿入する(図-4参照)。 $i X_{im}$ の j は状態 j を表わし、 i はどの時の支点 i を表わし、 n は級数の項数を表わしている。このような不静定線分布曲げモーメントによる変形は図-5のようになる。ここで、 β, γ, δ について列挙すれば次の通りである。

$\alpha_n = \frac{\pi n}{a} \sqrt{\frac{B}{K_g}}$, K_g = 単位幅

当りの板の曲げ剛性,

$f_m = \frac{2}{a} \sin \frac{\pi}{a} \xi$ (集中荷重)

$f_m = \frac{1}{a} \cdot \frac{1}{n} \cdot \sin \frac{\pi}{a} \xi \cdot \sin \frac{\pi}{a} c$

(分布荷重), $F_m = B f_m$,

$C_w = \frac{K_g \alpha_n^2}{EJ(\frac{\pi^2}{a^2}) + 1}$, EJ は

横リブの曲げ剛性とすれば,

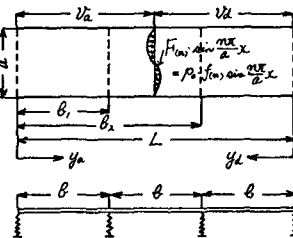
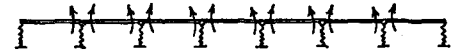
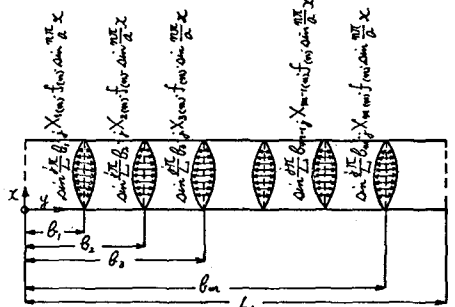


図-3



↑↑印の個所に不静定線分布曲げモーメント

$\sin \frac{\pi}{a} b_i \cdot i X_{im} \cdot f_m \cdot \sin \frac{\pi}{a} x$ を挿入する 図-2

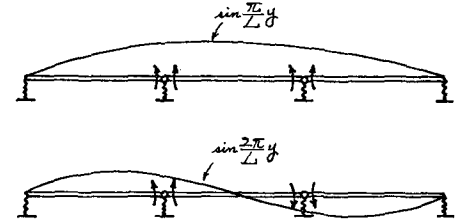


図-4

$$-_{11}\beta_{1/2} = _{11}\beta_{1/2} = K_1 \cdot \sin \frac{\pi}{a} b_1 \cdot 1 \cdot f_m \cdot \sin \frac{\pi}{a} x, \quad -_{12}\beta_{2/2} = _{12}\beta_{2/2} = K_1 \cdot \sin \frac{\pi}{a} b_2 \cdot 1 \cdot f_m \cdot \sin \frac{\pi}{a} x,$$

$$-_{21}\beta_{1/2} = _{21}\beta_{1/2} = K_1 \cdot \sin \frac{\pi}{a} b_1 \cdot 1 \cdot f_m \cdot \sin \frac{\pi}{a} x, \quad -_{22}\beta_{2/2} = _{22}\beta_{2/2} = K_1 \cdot \sin \frac{\pi}{a} b_2 \cdot 1 \cdot f_m \cdot \sin \frac{\pi}{a} x,$$

$$\begin{aligned}
11\delta_{1左} &= -K_2 \cdot \sin \frac{\pi}{2} b_1 \cdot f(n) \cdot \sin \frac{\pi}{a} x, 11\delta_{1右} = 11\delta_{2左} = K_2 \cdot \sin \frac{\pi}{2} b_1 \cdot f(n) \cdot \sin \frac{\pi}{a} x, \\
11\delta_{2右} &= -K_2 \cdot \sin \frac{\pi}{2} b_1 \cdot f(n) \cdot \sin \frac{\pi}{a} x, 12\delta_{2左} = -K_2 \cdot \sin \frac{\pi}{2} b_2 \cdot f(n) \cdot \sin \frac{\pi}{a} x, \\
12\delta_{2右} &= 12\delta_{1右} = K_2 \cdot \sin \frac{\pi}{2} b_2 \cdot f(n) \cdot \sin \frac{\pi}{a} x, 12\delta_{1左} = -K_2 \cdot \sin \frac{\pi}{2} b_2 \cdot f(n) \cdot \sin \frac{\pi}{a} x, \\
21\delta_{1左} &= -K_2 \cdot \sin \frac{3\pi}{2} b_1 \cdot f(n) \cdot \sin \frac{\pi}{a} x, 21\delta_{1右} = 21\delta_{2左} = K_2 \cdot \sin \frac{3\pi}{2} b_1 \cdot f(n) \cdot \sin \frac{\pi}{a} x, \\
21\delta_{2右} &= -K_2 \cdot \sin \frac{3\pi}{2} b_1 \cdot f(n) \cdot \sin \frac{\pi}{a} x, 22\delta_{2左} = -K_2 \cdot \sin \frac{3\pi}{2} b_2 \cdot f(n) \cdot \sin \frac{\pi}{a} x, \\
22\delta_{2右} &= 22\delta_{1左} = K_2 \cdot \sin \frac{3\pi}{2} b_2 \cdot f(n) \cdot \sin \frac{\pi}{a} x, 22\delta_{1右} = K_2 \cdot \sin \frac{3\pi}{2} b_2 \cdot f(n) \cdot \sin \frac{\pi}{a} x, \\
11\epsilon_{2左} &= K_3 \cdot \sin \frac{\pi}{2} b_1 \cdot f(n) \cdot \sin \frac{\pi}{a} x, 12\epsilon_{1右} = -K_3 \cdot \sin \frac{\pi}{2} b_2 \cdot f(n) \cdot \sin \frac{\pi}{a} x, \\
21\epsilon_{2左} &= K_3 \cdot \sin \frac{3\pi}{2} b_1 \cdot f(n) \cdot \sin \frac{\pi}{a} x, 22\epsilon_{1右} = -K_3 \cdot \sin \frac{3\pi}{2} b_2 \cdot f(n) \cdot \sin \frac{\pi}{a} x
\end{aligned}$$

となる。また、 K_1, K_2, K_3 は

$$K_1 = \frac{1}{K_g} \cdot \frac{1}{\alpha n} \left\{ \frac{\cosh \alpha n b}{\sinh \alpha n b} - \frac{1}{\alpha n b + 2Cw} \right\} \quad (1)$$

$$K_2 = \frac{1}{K_g} \cdot \frac{1}{\alpha n^2} \cdot \frac{Cw}{\alpha n b + 2Cw} \cdot \frac{1}{b} \quad (2)$$

$$K_3 = \frac{1}{K_g} \cdot \frac{1}{\alpha n} \left\{ \frac{1}{\sinh \alpha n b} - \frac{1}{\alpha n b + 2Cw} \right\} \quad (3)$$

添字に1)で説明すれば、例えば12δ_{2右}は状態1の時の支点1のモーメントが作用する時の支点1の右側の撓み角を表わしている。また、状態1は図-5(a)と図-5(b)を加えたものであり、状態2は図-5(c)と図-5(d)を加えたものである。

次に、前述の諸式を利用して、Maxwell-Bettiの相反法則を用

$$\begin{aligned}
1) \text{ には } \int_0^a \left[\sin \frac{\pi}{2} b_1 \cdot 11X_1(n) \cdot f(n) \cdot \sin \frac{\pi}{a} x \cdot \{ -11\beta_{1左} + 11\beta_{1右} - 11\delta_{1左} + 11\delta_{1右} - 12\delta_{1左} + 12\delta_{1右} + 12\epsilon_{1右} \} + \right. \\
+ \sin \frac{\pi}{2} b_2 \cdot 11X_2(n) \cdot f(n) \cdot \sin \frac{\pi}{a} x \cdot \{ -12\beta_{2左} + 12\beta_{2右} - 12\delta_{2左} + 12\delta_{2右} - 11\delta_{2左} + 11\delta_{2右} - 11\epsilon_{2左} \} + \\
+ \sin \frac{3\pi}{2} b_1 \cdot 12X_1(n) \cdot f(n) \cdot \sin \frac{\pi}{a} x \cdot \{ -11\beta_{1左} + 11\beta_{1右} - 11\delta_{1左} + 11\delta_{1右} - 12\delta_{1左} + 12\delta_{1右} + 12\epsilon_{1右} \} + \\
+ \sin \frac{3\pi}{2} b_2 \cdot 12X_2(n) \cdot f(n) \cdot \sin \frac{\pi}{a} x \cdot \{ -12\beta_{2左} + 12\beta_{2右} - 12\delta_{2左} + 12\delta_{2右} - 11\delta_{2左} + 11\delta_{2右} - 11\epsilon_{2左} \} + \\
+ P \cdot f(n) \cdot \sin \frac{\pi}{a} x \cdot \delta_{10}(n) \Big] dx \equiv 0
\end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned}
\int_0^a \left[\sin \frac{\pi}{2} b_1 \cdot 21X_1(n) \cdot f(n) \cdot \sin \frac{\pi}{a} x \cdot \{ -21\beta_{1左} + 21\beta_{1右} - 21\delta_{1左} + 21\delta_{1右} - 22\delta_{1左} + 22\delta_{1右} + 22\epsilon_{1右} \} + \right. \\
+ \sin \frac{\pi}{2} b_2 \cdot 21X_2(n) \cdot f(n) \cdot \sin \frac{\pi}{a} x \cdot \{ -22\beta_{2左} + 22\beta_{2右} - 22\delta_{2左} + 22\delta_{2右} - 21\delta_{2左} + 21\delta_{2右} - 21\epsilon_{2左} \} + \\
+ \sin \frac{3\pi}{2} b_1 \cdot 22X_1(n) \cdot f(n) \cdot \sin \frac{\pi}{a} x \cdot \{ -21\beta_{1左} + 21\beta_{1右} - 21\delta_{1左} + 21\delta_{1右} - 22\delta_{1左} + 22\delta_{1右} + 22\epsilon_{1右} \} + \\
+ \sin \frac{3\pi}{2} b_2 \cdot 22X_2(n) \cdot f(n) \cdot \sin \frac{\pi}{a} x \cdot \{ -22\beta_{2左} + 22\beta_{2右} - 22\delta_{2左} + 22\delta_{2右} - 21\delta_{2左} + 21\delta_{2右} - 21\epsilon_{2左} \} + \\
+ P \cdot f(n) \cdot \sin \frac{\pi}{a} x \cdot \delta_{20}(n) \Big] dx \equiv 0
\end{aligned} \quad (5)$$

となり、式(4)、式(5)の $\{ \}$ の中を整理すれば、式(1)、式(2)、式(3)を用いて

$$-11\beta_{1左} + 11\beta_{1右} - 11\delta_{1左} + 11\delta_{1右} - 12\delta_{1左} + 12\delta_{1右} + 12\epsilon_{1右} = \sin \frac{\pi}{2} b_1 \cdot f(n) \cdot \sin \frac{\pi}{a} x \cdot \{ 2K_1 + 2K_2 - 2K_2 \left(\frac{\sin \frac{\pi}{2} b_2}{\sin \frac{\pi}{2} b_1} \right) - K_3 \left(\frac{\sin \frac{\pi}{2} b_2}{\sin \frac{\pi}{2} b_1} \right) \} \quad (6)$$

$$-12\beta_{2左} + 12\beta_{2右} - 12\delta_{2左} + 12\delta_{2右} - 11\delta_{2左} + 11\delta_{2右} - 11\epsilon_{2左} = \sin \frac{\pi}{2} b_2 \cdot f(n) \cdot \sin \frac{\pi}{a} x \cdot \{ 2K_1 + 2K_2 - 2K_2 \left(\frac{\sin \frac{\pi}{2} b_1}{\sin \frac{\pi}{2} b_2} \right) - K_3 \left(\frac{\sin \frac{\pi}{2} b_1}{\sin \frac{\pi}{2} b_2} \right) \} \quad (7)$$

$$-21\beta_{1左} + 21\beta_{1右} - 21\delta_{1左} + 21\delta_{1右} - 22\delta_{1左} + 22\delta_{1右} + 22\epsilon_{1右} = \sin \frac{3\pi}{2} b_1 \cdot f(n) \cdot \sin \frac{\pi}{a} x \cdot \{ 2K_1 + 2K_2 - 2K_2 \left(\frac{\sin \frac{3\pi}{2} b_2}{\sin \frac{3\pi}{2} b_1} \right) - K_3 \left(\frac{\sin \frac{3\pi}{2} b_2}{\sin \frac{3\pi}{2} b_1} \right) \} \quad (8)$$

$$-22\beta_{2左} + 22\beta_{2右} - 22\delta_{2左} + 22\delta_{2右} - 21\delta_{2左} + 21\delta_{2右} - 21\epsilon_{2左} = \sin \frac{3\pi}{2} b_2 \cdot f(n) \cdot \sin \frac{\pi}{a} x \cdot \{ 2K_1 + 2K_2 - 2K_2 \left(\frac{\sin \frac{3\pi}{2} b_1}{\sin \frac{3\pi}{2} b_2} \right) - K_3 \left(\frac{\sin \frac{3\pi}{2} b_1}{\sin \frac{3\pi}{2} b_2} \right) \} \quad (9)$$

となる、 $b_2 = 2b_1$ であるから、式(6)=式(7)、式(8)=式(9)となり、それぞれ A_1, A_2 とおく。

また、 $\delta_{10}(n)$ は図-5(a)、(b)より求まる。第2区間に載荷されている時の $\delta_{10}(n)$ は、次式のようになる。

$$\delta_{10}(n) = -\frac{1}{K_g} \cdot \frac{1}{\alpha n^2} \left[\frac{\sinh \alpha n (a-x)}{\sinh \alpha n b} - \frac{\alpha n (a-x) + Cw}{\alpha n b + 2Cw} \right] \cdot \sin \frac{\pi}{2} b_1 \cdot f(n) \cdot \sin \frac{\pi}{a} x -$$

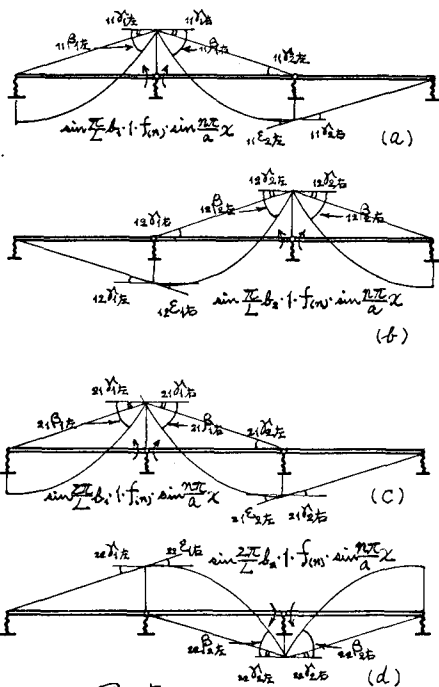


図-5

$$-\frac{1}{k_g} \frac{1}{\alpha_n^2} \frac{Cw}{\alpha_n b + 2Cw} \frac{b - \nu_2}{b} \sin \frac{\pi}{2} b_1 \cdot f_{(n)} \sin \frac{\pi}{2} x - \frac{1}{k_g} \frac{1}{\alpha_n^2} \left[\frac{\sinh \alpha_n \nu_2}{\sinh \alpha_n b} - \frac{\alpha_n \nu_2 + Cw}{\alpha_n b + 2Cw} \right] \sin \frac{\pi}{2} b_2 \cdot f_{(n)} \sin \frac{\pi}{2} x -$$

$$-\frac{1}{k_g} \frac{1}{\alpha_n^2} \frac{Cw}{\alpha_n b + 2Cw} \frac{\nu_2}{b} \sin \frac{\pi}{2} b_2 \cdot f_{(n)} \sin \frac{\pi}{2} x \equiv \delta'_{10(n)} \cdot f_{(n)} \sin \frac{\pi}{2} x \quad (10)$$

同様にして、 $\delta_{20(n)}$ は図-5 (C), (d) より求める。第二径間に載荷されるとき $\delta_{20(n)}$ は、

$$\delta_{20(n)} = -\frac{1}{k_g} \frac{1}{\alpha_n^2} \left[\frac{\sinh \alpha_n (b - \nu_2)}{\sinh \alpha_n b} - \frac{\alpha_n (b - \nu_2) + Cw}{\alpha_n b + 2Cw} \right] \sin \frac{\pi}{2} b_1 \cdot f_{(n)} \sin \frac{\pi}{2} x -$$

$$-\frac{1}{k_g} \frac{1}{\alpha_n^2} \frac{Cw}{\alpha_n b + 2Cw} \frac{b - \nu_2}{b} \sin \frac{\pi}{2} b_1 \cdot f_{(n)} \sin \frac{\pi}{2} x - \frac{1}{k_g} \frac{1}{\alpha_n^2} \left[\frac{\sinh \alpha_n \nu_2}{\sinh \alpha_n b} - \frac{\alpha_n \nu_2 + Cw}{\alpha_n b + 2Cw} \right] \sin \frac{\pi}{2} b_2 \cdot f_{(n)} \sin \frac{\pi}{2} x -$$

$$-\frac{1}{k_g} \frac{1}{\alpha_n^2} \frac{Cw}{\alpha_n b + 2Cw} \frac{\nu_2}{b} \sin \frac{\pi}{2} b_2 \cdot f_{(n)} \sin \frac{\pi}{2} x \equiv \delta'_{20(n)} \cdot f_{(n)} \sin \frac{\pi}{2} x \quad (11)$$

によって求まる。したがって、式(4)、式(5)は次のようになる。

$$\int_0^a \left\{ f_{(n)}^2 \sin^2 \frac{\pi}{2} x \sin^2 \frac{\pi}{2} b_1 \cdot {}_{11}X_{(n)} + f_{(n)}^2 \sin^2 \frac{\pi}{2} x \sin^2 \frac{\pi}{2} b_2 \cdot {}_{11}X_{2(n)} \right\} \cdot A_1 +$$

$$+ \left\{ f_{(n)}^2 \sin^2 \frac{\pi}{2} x \sin^2 \frac{\pi}{2} b_1 \sin^2 \frac{\pi}{2} b_2 \cdot {}_{12}X_{(n)} + f_{(n)}^2 \sin^2 \frac{\pi}{2} x \sin^2 \frac{\pi}{2} b_2 \sin^2 \frac{\pi}{2} b_2 \cdot {}_{12}X_{2(n)} \right\} \cdot A_1 + P \cdot f_{(n)} \sin \frac{\pi}{2} x \cdot \delta'_{10(n)} dx \equiv 0 \quad (4)'$$

$$\int_0^a \left\{ f_{(n)}^2 \sin^2 \frac{\pi}{2} x \sin^2 \frac{\pi}{2} b_1 \sin^2 \frac{\pi}{2} b_2 \cdot {}_{21}X_{(n)} + f_{(n)}^2 \sin^2 \frac{\pi}{2} x \sin^2 \frac{\pi}{2} b_2 \sin^2 \frac{\pi}{2} b_2 \cdot {}_{21}X_{2(n)} \right\} \cdot A_2 +$$

$$+ \left\{ f_{(n)}^2 \sin^2 \frac{\pi}{2} x \sin^2 \frac{\pi}{2} b_1 \cdot {}_{22}X_{(n)} + f_{(n)}^2 \sin^2 \frac{\pi}{2} x \sin^2 \frac{\pi}{2} b_2 \cdot {}_{22}X_{2(n)} \right\} \cdot A_2 + P \cdot f_{(n)} \sin \frac{\pi}{2} x \cdot \delta'_{20(n)} dx \equiv 0 \quad (5)'$$

式(4)', 式(5)'において、 ${}_{11}X_{(n)} = {}_{11}X_{2(n)}$, ${}_{12}X_{(n)} = {}_{12}X_{2(n)}$, ${}_{22}X_{(n)} = {}_{22}X_{2(n)}$, ${}_{21}X_{(n)} = {}_{21}X_{2(n)}$ であるから、また、 $\int_0^a \sin^2 \frac{\pi}{2} x dx = \frac{a}{2}$ であるから、

$${}_{11}X_{(n)} \cdot (\sin^2 \frac{\pi}{2} b_1 + \sin^2 \frac{\pi}{2} b_2) \cdot A_1 + {}_{12}X_{(n)} \cdot (\sin^2 \frac{\pi}{2} b_1 \sin^2 \frac{\pi}{2} b_2 + \sin^2 \frac{\pi}{2} b_2 \sin^2 \frac{\pi}{2} b_2) \cdot A_1 \equiv P \cdot \delta'_{10(n)} \quad (4)''$$

$${}_{12}X_{(n)} \cdot (\sin^2 \frac{\pi}{2} b_1 \sin^2 \frac{\pi}{2} b_2 + \sin^2 \frac{\pi}{2} b_2 \sin^2 \frac{\pi}{2} b_2) \cdot A_2 + {}_{22}X_{(n)} \cdot (\sin^2 \frac{\pi}{2} b_1 + \sin^2 \frac{\pi}{2} b_2) \cdot A_2 \equiv P \cdot \delta'_{20(n)} \quad (5)''$$

となる。直交条件より、 $\sin^2 \frac{\pi}{2} b_1 \sin^2 \frac{\pi}{2} b_2 + \sin^2 \frac{\pi}{2} b_2 \sin^2 \frac{\pi}{2} b_2 \equiv 0$ であるので、式(4)'', 式(5)'' はそれぞれ

$${}_{11}X_{(n)} \cdot (\sin^2 \frac{\pi}{2} b_1 + \sin^2 \frac{\pi}{2} b_2) \cdot A_1 \equiv P \cdot \delta'_{10(n)} \quad (12), \quad {}_{22}X_{(n)} \cdot (\sin^2 \frac{\pi}{2} b_1 + \sin^2 \frac{\pi}{2} b_2) \cdot A_2 \equiv P \cdot \delta'_{20(n)} \quad (13)$$

式(12)、式(13)をまとめれば、

$${}_j X_{(n)} = {}_{jj} X_{(n)} = \frac{P \cdot \delta'_{j0(n)} (\nu_2)}{A_j \cdot \sum_{i=1}^m \sin^2 \frac{i\pi}{2} b_i} \quad (14) \quad \text{三径間連続直交異方性板の場合の不静定線分布曲げモーメントを求める式である。}$$

本解析法は仕事連立方程式を解く場合に逆マトリックスを求める必要がなくなる。

4. 多径間連続直交異方性板の解析(直交条件を用いる)

一般に多径間連続直交異方性板((m+1)径間の場合、図-2参照)は三径間連続直交異方性板の解析を拡張して行うことができる。すなわち、Maxwell-Betti の相反法則を用いれば、式(4)、式(5)に相当する式は

$$\left. \begin{aligned} \int_0^a \left[\sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^m {}_{ij} X_{(n)} \sin^2 \frac{i\pi}{2} b_i \cdot f_{(n)} \sin \frac{\pi}{2} x \cdot B_i + P \cdot f_{(n)} \sin \frac{\pi}{2} x \cdot \delta'_{10(n)} \right] dx &\equiv 0 \\ \int_0^a \left[\sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^m {}_{ij} X_{(n)} \sin^2 \frac{i\pi}{2} b_i \cdot f_{(n)} \sin \frac{\pi}{2} x \cdot {}_2 B_i + P \cdot f_{(n)} \sin \frac{\pi}{2} x \cdot \delta'_{20(n)} \right] dx &\equiv 0 \\ \vdots &\vdots \\ \int_0^a \left[\sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^m {}_{mj} X_{(n)} \sin^2 \frac{i\pi}{2} b_i \cdot f_{(n)} \sin \frac{\pi}{2} x \cdot {}_m B_i + P \cdot f_{(n)} \sin \frac{\pi}{2} x \cdot \delta'_{m0(n)} \right] dx &\equiv 0 \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

の m 本の仕事連立方程式が得られる。式(15)における ${}_m B_i$ ($i=1, 2, \dots, m$) は

$${}_m B_i = -{}_m B_{i+1} + {}_{i+1} B_{i+1} - {}_{i+1} X_{i+1} + {}_{i+1} X_{i+1} - {}_{i+1} X_{i+1} + {}_{i+1} X_{i+1} - {}_{i+1} X_{i+1} - {}_{i+1} X_{i+1} + {}_{i+1} X_{i+1} + {}_{i+1} X_{i+1} + {}_{i+1} X_{i+1}$$

$$= f_{(n)} \sin \frac{\pi}{2} x \sin^2 \frac{i\pi}{2} b_i \cdot \{2K_1 + 2K_2 - (2K_2 + K_3) \cdot \cos \frac{i\pi}{2} b_i\} \equiv f_{(n)} \sin \frac{\pi}{2} x \sin^2 \frac{i\pi}{2} b_i \cdot K_m \quad (16)$$

式(15)は式(16)を用いて $\int_0^a \left[\sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^m {}_{ij} X_{(n)} \cdot f_{(n)}^2 \sin^2 \frac{\pi}{2} x \cdot K_i \cdot \sin^2 \frac{i\pi}{2} b_i \sin^2 \frac{j\pi}{2} b_j + P \cdot f_{(n)} \sin \frac{\pi}{2} x \cdot \delta'_{j0(n)} \right] dx \equiv 0$

と表し、 $i=1, 2, \dots, m$, また、 $\delta'_{j0(n)} = \delta'_{j0(n)} / f_{(n)} \sin \frac{\pi}{2} x$ の形で表示できるので、上式は $\int_0^a \sin^2 \frac{\pi}{2} x dx = \frac{a}{2}$

と利用して $\sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^m {}_{ij} X_{(n)} \cdot K_i \cdot \sin^2 \frac{i\pi}{2} b_i \sin^2 \frac{j\pi}{2} b_j + P \cdot \delta'_{j0(n)} \equiv 0 \quad (15)'$

直交条件 $\sum_{i=1}^m \sin^2 \frac{i\pi}{2} b_i \sin^2 \frac{j\pi}{2} b_j = 0$ (j ≠ i) より

$${}_j X_{(n)} = {}_{jj} X_{(n)} = - \frac{P \cdot \delta'_{j0(n)} (\nu_2)}{\sum_{i=1}^m K_i \sin^2 \frac{i\pi}{2} b_i} \quad (17) \quad (m+1) \text{径間連続直交異方性板の場合の不静定線分布曲げモーメントを求める式である。} \quad j=1, 2, \dots, m$$

不静定線分布曲げモーメントが求まれば、たわみ曲面 $w_{(n)}(x, y)$ は、重ね合せにより

$$w_{(n)}(x, y) = w_{0(n)}(x, y) + \sum_{j=1}^m w_{j(n)}(x, y) \cdot {}_j X_{(n)} \quad (18)$$

と求まる。

5. 数値計算例

図-6 のような三径間連続直交異方性板を例にとり数値計算を行なった。用いた寸法、断面諸元は図-6 の通りである。また、 $K_y = 8.4892 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2/\text{cm}$, $EJ = 5.075 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$, $H = 1.65717 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2/\text{cm}$, $P_0 = 80 \text{ kg/cm}^2$, 板厚 = 0.23 cm, $n = 98$ とした。

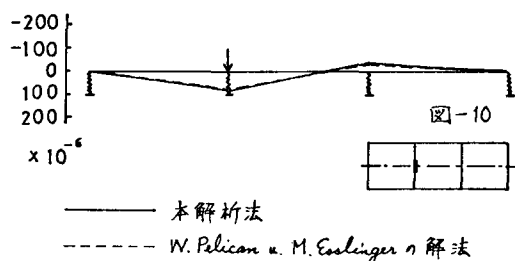
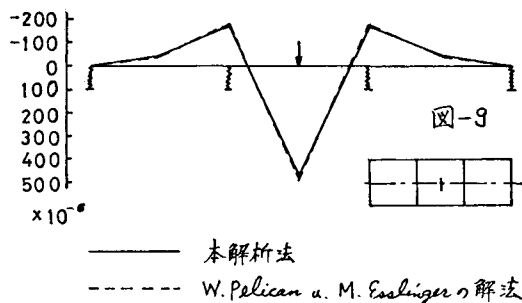
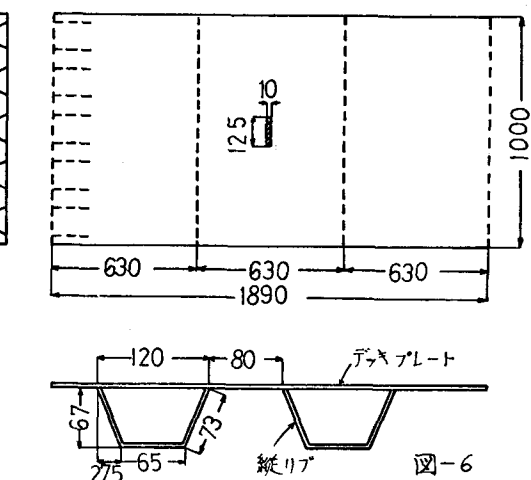
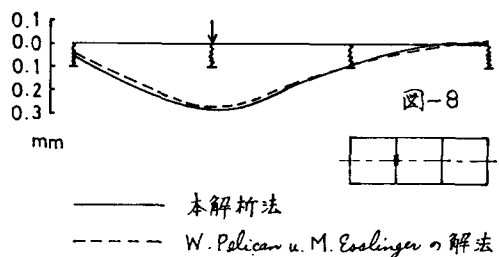
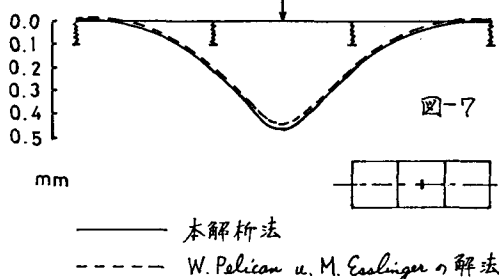


図-7 は中央径間中央に載荷した時のたわみである。
図-8 は弾性横桁中央に載荷した時のたわみである。
図-9 は中央径間中央に載荷した時のひずみである。
図-10 は弾性横桁中央に載荷した時のひずみである。
図-7 ~ 図-10 において、本解析法と W. Pelican u. M. Esslinger の解法はほぼ一致していることがわかる。

6. あとがき

本解析法は弾性横桁で支持された直交異方性板の解析を剛支承上の構造系と弾性支承上の構造系に分けたり、境界条件に弾性横桁を考慮して微分方程式を解き、その解を基本にして、中間弾性支点部にヒンジを挿入し、不特定線分布曲げモーメント（組荷重群） $\sin \frac{\pi z}{2b} \sin \frac{\pi y}{2a} f(x)$ を挿入し、仕事連立方程式をつくり、要素 δz 以外は全部零要素となるように直交条件を用いて解析するので、逆マトリックスを求める必要はない。

本解析法と W. Pelican u. M. Esslinger の解法はほぼ一致していることが数値計算の結果判明した。

本研究については、日本鋼管株式会社のご援助と得たので謝意を表した。

最後に、本報告における数値計算には、北海道大学大型計算機センターの Facom 230-60 を用いた。

- 参考文献 1). 渡辺昇・佐藤浩一・松元照幸：弾性桁上の連続直交異方性板の解析 土木学会第29回年次学術講演会講演概要集 I-79
2). 渡辺昇：橋の影響線の理論と計算法，現代社
3). 国広哲男・藤原純：直交異方性板理論による鋼床版実用設計法，土木研究所報告 130 号の 1, 690 号（補遺）
4). W. Pelican u. M. Esslinger : Die Stahlfahrbahn Berechnung und Konstruktion, M.A.N. Forschungsgesellschaft Nr. 7, 1957