

鉄筋コンクリートはりの曲げ強度に関する確率論的考察

日本道路公団試験所 正員 山中 治
函館工業高等専門学校 正員 O藤井 卓

1. まえがき

鉄筋コンクリート構造物の終局強度を求めることは、設計上はもちろんのこと既設構造物の耐荷力を検討する場合にも極めて重要である。鉄筋コンクリートはりの終局曲げ強度については、古くから多くの研究がなされ、現在では実用的な計算式が提案されており、欧米ではすでに終局強度設計法が一般化している。したがって、はりの断面寸法および材料強度が与えられれば、終局曲げ強度はそれらの計算式を用いて比較的容易に求めることが可能である。しかし、断面を構成する材料強度は確定的な値ではなく、相当にバラツキのあることが知られており、また、断面寸法も設計上の値と施工後の値では差のあることが知られている。すなわち、従来確定的な値を用いてきた断面寸法および材料強度は、あるバラツキを有する確率的な値、すなわち、ランダム値であり本来曲げ強度もまたあるバラツキを有する確率的な値である。従来の計算では、断面寸法および材料強度には確定値として期待値（平均値）を用いてバラツキがないものとしており、その結果もまた確定的であるが、これは材料強度等を確率値とした場合の特別な場合に相当する。

鉄筋コンクリートはりの曲げ強度を確率的にあつかった研究は、大きく二つに分けられる。その一つは実験結果に回帰分析を適用して計算強度の信頼性（誤差）について検討を加えたものであり、他の一つはバラツキを有する材料強度から計算により求めた強度のバラツキ等について検討した研究である。前者の例としては、T. Zsuttyの研究があり、¹⁾後者の例としてはJ. F. Costello、²⁾D. E. Allenの研究がある。³⁾Costelloは材料強度の確率分布を正規分布と仮定して、鉄筋コンクリート長方形はりの強度が指定した強度よりも小さい値となる確率を、積分を用いて計算する方法を提案した。また、Allenは材料強度等の確率分布を正規分布としてACI 規準の終局強度式を用い、鉄筋コンクリート長方形はりの曲げ強度をランダムサンプリングし、ACI 規準の規定にしたがった低鉄筋比の場合でも、はりの破壊がコンクリートの圧壊によって起りうることを示した。

本研究は、鉄筋コンクリートはりのうちスラブを想定した b/d の大きい単鉄筋長方形断面およびT形断面について、材料強度の期待値および変動係数の変化による曲げ強度の変動および破壊形式について確率論的に検討したものである。

2. 計算方法

はりの終局曲げ強度は、はりの破壊が鉄筋の引張破壊による場合は次式で計算できる。

$$M_{ut} = (1 - \beta k) d \cdot A_s \cdot \sigma_{sy}$$

ここに、 $k = \epsilon_{cB} / (\epsilon_{cB} + \epsilon_{sy})$ 、 d = 有効高さ、 A_s = 鉄筋断面積、 σ_{sy} = 鉄筋の降伏強度、 β = 定数。⁴⁾
また、はりの破壊がコンクリートの圧壊による場合は、次式で計算できる。

$$M_{uc} = \alpha k (1 - \beta k) b d^2 \sigma_{cB}$$

ここに、 $k = A (-1 + \sqrt{1 + 2/A})$ 、 $A = \frac{E_s \epsilon_{cB} d}{2 \alpha \sigma_{cB}}$ 、 b = はりの幅、 σ_{cB} = コンクリートの圧縮強度、 α = 定数。

また、コンクリートの圧縮強度および鉄筋の降伏強度を正規分布とし、^{5,6)}これらの期待値および標準偏差をそれぞれ EX_c 、 SD_c および EX_s 、 SD_s とすれば、それぞれの材料強度のランダム値は、次式で表わされる。

$$\sigma_{cB} = EX_c + SD_c \cdot Fn(R)$$

$$\sigma_{sy} = EX_s + SD_s \cdot Fn(R)$$

ここに、 $Fn(R)$ = 正規乱数、 R = 一様乱数、同一のランダム値 σ_{cB} および σ_{sy} に対して M_{ut} および M_{uc} が求

まり、終局曲げ強度は両者の小さい方の値となる。計算の手順としては、(1) 必要なデータの入力、(2) 材料強度のランダム値の発生、(3) 定数 α 、 β の決定、(4) $M_u = \min(M_{ut}, M_{uc})$ の計算、(5) 以上の計算を所要回繰り返して、ランダムサンプリングの実施、(6) 計算結果の印刷および曲げ強度のヒストグラムの作成である。

3. 計算結果および考察

(1) 曲げ強度に与える材料強度の期待値およびバラツキの影響

コンクリート強度の期待値の影響は、Fig.1に示すように極わめて小さく、長方形およびT形断面ともにほぼ同じような傾向にある。Fig.2は鉄筋降伏強度の期待値の影響を示したものである。この場合の鉄筋比は、長方形およびT形断面に対してそれぞれつりあい鉄筋比の11.4%および12.7%であり、後述のようにはりの破壊は全て鉄筋の降伏によって生ずるので、鉄筋の降伏強度のはりの曲げ強度の期待値への影響は大きく、また、曲げ強度のバラツキも鉄筋の降伏強度の増加にともなって増えている。この傾向は長方形断面よりも曲げ強度の大きいT形断面において著しい。Fig.3はコンクリート強度のバラツキの影響を示すが、曲げ強度の期待値へはほとんど影響せず、曲げ強度のバラツキに対してもCVS=5%および10%に対して、それぞれCVM=5~6%および9.8~10.6%であって、コンクリート強度のバラツキの影響が極わめて少ないことを示している。Fig.4は鉄筋の降伏強度のバラツキの影響を示したものである。曲げ強度の期待値への影響はほとんどなく、また、コンクリート強度のバラツキの影響もほとんどないことがわかる。しかし、曲げ強度のバラツキへの影響は極わめて大きく、また、曲げ強度の変動係数はほぼ鉄筋の降伏強度の変動係数に等しいことを示している。このことは前述のように扱った断面の鉄筋比が十分に小さいからにほかならない。

(2) 破壊形式に与える鉄筋比および材料強度の影響

鉄筋比および材料強度のバラツキの変化にともなう曲げ強度の期待値およびバラツキの影響、および破壊形式の変化を長方形およびT形断面について示すと、それぞれFig.5およびFig.6のようである。長方形断面において、曲げ強度の期待値と変動係数は鉄筋比の増大とともに増加しており、 $p/p_o = 10\%$ 程度の低鉄筋比では、曲げ強度のバラツキは鉄筋の降伏強度のバラツキにほぼ等しく、 $p/p_o = 100\%$ 付近でははりの破壊のうちコンクリートの圧壊および鉄筋の降伏が約50%ずつ生ずるため、曲げ強度の変動係数はコンクリート強度および鉄筋の降伏強度のバラツキの平均値に近い値となっている。このことはT形断面にもみられ、はりの破壊が100%コンクリートの圧壊によって起る場合は、曲げ強度の変動係数はコンクリート強度の変動係数にほぼ等しくなっている(Fig.6)。長方形断面においては、コンクリートの圧壊によるはりの破壊はCVS=10%の場合 $p/p_o \geq 0.75$ で生じ、また、CVS=5%では $p/p_o \geq 0.85$ で生じている。ACI規準によれば、はりの引張破壊を保証するためには、 $p/p_o \leq 0.75$ となっているが、鉄筋コンクリート橋のスラブでは一般に $p/p_o \leq 0.3$ 程度を用いており、CVS=10%とし極端に品質の悪いコンクリートでCVC=30%程度としても $p/p_o \leq 0.3$ 程度では、圧縮破壊は生じないとみてよいと思われる。また、ACI規準ではモーメントの再配分を考慮した極限設計において、塑性ヒンジの回転容量を確保するには $p/p_o \leq 0.5$ としているが、通常の鉄筋コンクリート橋のスラブではこの条件も十分満すものと思われる。

一方、T形断面において圧縮破壊はCVS=5%では $p/p_o \geq 0.4$ 、また、CVS=10%では $p/p_o \geq 0.6$ から生じている。ACI規準では引張破壊を保証するために、 $p_w = A_s/b_o d$ 、 $p_f = A_{s_f}/b_o d$ 、 A_{s_f} =フランジに相当する鉄筋断面積とし、 $(p_w - p_f)/p_o \leq 0.75$ としているが、これを換算すると $p/p_o \leq 0.5$ となりCVS=10%とバラツキの大きい場合は、引張破壊を完全には保証できない場合もありうることを示している。また、 $b_o = 250$ 、 $b = 50$ 、 $t = 18$ 、 $d = 100$ 、 $A_s = 10 - D32 = 79.4 \text{ cm}^2$ 程度の通常にみられる鉄筋コンクリートTけた橋の主けたにおいては、 $\sigma_{oB} = 240$ 、 $\sigma_{By} = 2400$ とすれば実際の p/p_o は約0.06となり、 $(p/p_o)_{\max} = 0.37$ であるから、引張破壊は十分に保証されと考えられる。また、十分な回転容量を保証するACI規準 $(p_w - p_f)/p_o \leq 0.5$ に相当するのは $p/p_o \leq 0.32$ であるから、通常の設計では十分な延性が保証できると思われる。

(3) 曲げ強度の分布およびバラツキの強度低減係数への影響

ランダムサンプリングした曲げ強度のヒストグラムの一例を示すと、Fig.7のとおりであるが、その分布形はほぼ正規分布と考えられる(Fig.8)。ACI規準によれば、材料強度に確定値として期待値を用いて求めた曲げ強度(M_u')に低減係数($\phi=0.9$)を乗じて、終局曲げ強度(M_u)とするよう規定しており、低減係数は材料強度および断面寸法のバラツキが考慮されているとしている。ところで、曲げ強度の確率分布を正規分布とし、($M_u'-n$ 倍の標準偏差)が $\phi M_u'$ より小さくないとすれば、すなわち、 $(1-\phi) M_u' \geq n\sigma = n \cdot CVM \cdot M_u'$ とすれば、 $\phi \leq 1-n \cdot CVM$ をうる。また、終局荷重を例えば $U=1.35D+2.25L$ ⁸⁾とすれば、安全率は $F=(1.35+2.25L/D)/\phi(1+L/D)$ で表わされるが、 $n=1, 2, 3$ のそれぞれに対して、 $\phi=0.9$ とした場合の必要な曲げ強度の変動係数(CVM)およびCVMを5%とした時の必要な低減係数および安全率を求めると表-1のとおりである。

材料強度のバラツキのみを考慮し最小の場合でもその変動係数は、鉄筋で5% コンクリートで10%であり、この場合の曲げ強度の変動係数は、前述のように引張破壊で5%、圧縮破壊で10%、つまり鉄筋比付近では7.5%程度である。したがって、曲げ強度の変動係数として5%をとった場合、計算値よりも小さい曲げ強度の生ずる確率は2.3%となる。また、通常の鉄筋コンクリートTげた橋では、活荷重と死荷重の比は1.3程度であるが、この場合の安全率は表-1に示すようにみかけ上は差はないが、実際の曲げ強度の計算値を下まわる確率に大差のあることが知られる。したがって、材料強度のバラツキを単なる定数を用いて表わす強度低減係数には再検討の余地があると思われる。

4. むすび

本文は長方形およびT形断面を有する鉄筋コンクリートはりの終局曲げ強度に及ぼすコンクリート強度および鉄筋の降伏強度の期待値およびバラツキについて検討を加えたものであるが、結論として以下のことが言える。

(1) 材料強度のバラツキ、特に鉄筋の降伏強度のバラツキは、実用される低鉄筋比において、曲げ強度のバラツキに大きく影響する。

(2) ACI規準に規定する最大鉄筋比以下でもはりの圧縮破壊は相当生ずるが、実用される低鉄筋比では材料強度のバラツキが極端に悪い場合でも、ほぼ引張破壊が保証されると考えられる。

(3) 定数で与えられているACI規準の強度低減係数は、材料強度のバラツキを考慮するには不十分であり、荷重係数の問題とあわせて今後検討を要すると思われる。

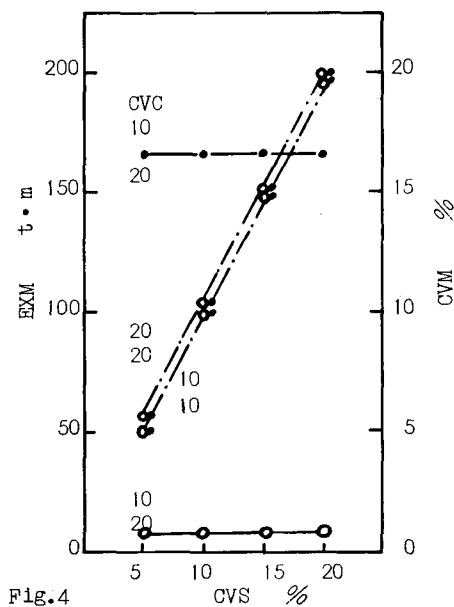
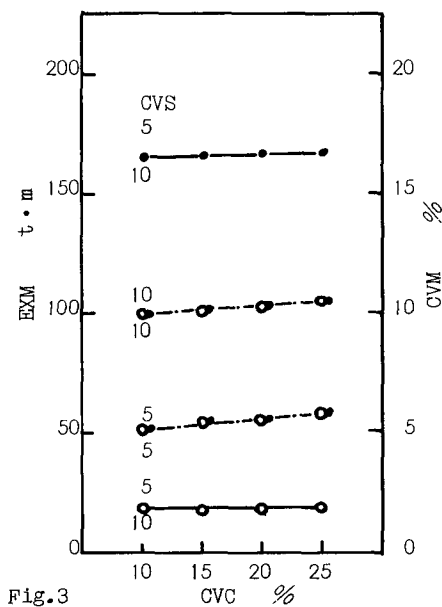
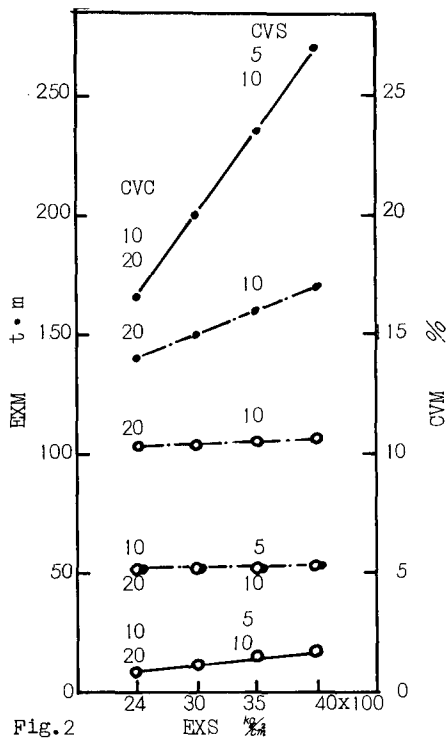
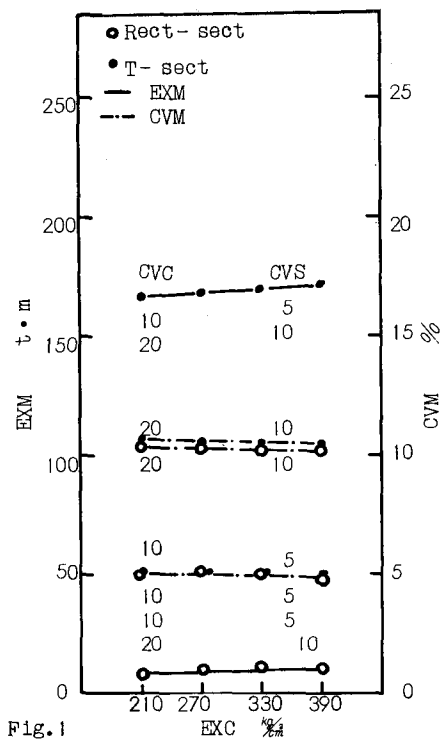
本研究は材料強度のバラツキのみに着目して、はりの曲げ強度に検討を加えたが、断面寸法等も本来ランダム値であり、今後更に検討を要する課題である。

参考文献

- 1) Zsutty, T.: Error statistics for reinforced concrete beams, J. of Str. Div., ASCE, vol. 89, No. ST6, pp235~270, Dec. 1963
- 2) Costello, J.F. and K-h. Chu: Failure probabilities of reinforced concrete beams, J. of Str. Div., ASCE, vol. 95, No. ST10, pp2281~2304, Oct. 1969
- 3) Allen, D.E.: Probabilistic study of reinforced concrete in bending, J. of ACI, vol. 67, No. 12, pp989~993, Dec. 1970
- 4) 横道英雄: コンクリート橋, 技報堂, 1972
- 5) 前川, 藤井, 太田: 長年月を経た鉄筋コンクリート橋の調査, セメントコンクリート, No. 290, pp15~20, 4月 1971
- 6) 藤井, 太田, 前川: シミュレーションによる既設鉄筋コンクリート橋の耐力力の評価, 土木学会論文報告集, No. 226, pp73~80, 6月 1974
- 7) Building code requirements for reinforced concrete (ACI 318-63) 1963 および (ACI 318-71) 1971

8) Strength and serviceability criteria, Reinforced concrete bridge members, Ultimate design
Bureau of Public Roads, Oct. 1969

9) Commentary on Building code requirements for reinforced concrete (ACI 318-63) , 1965



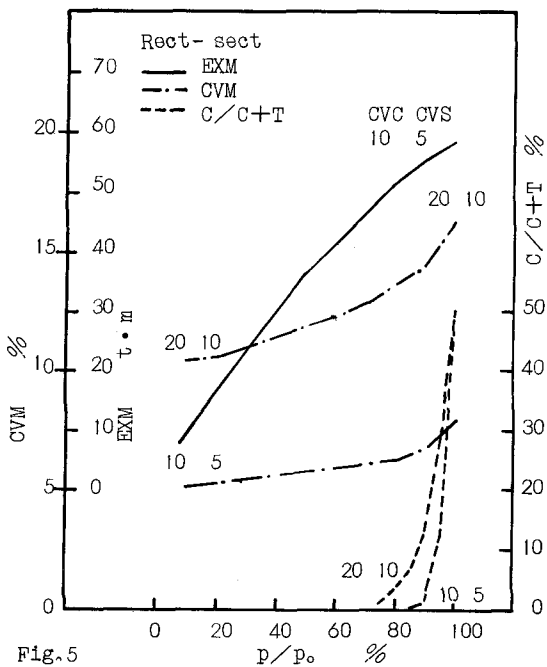


Fig. 5

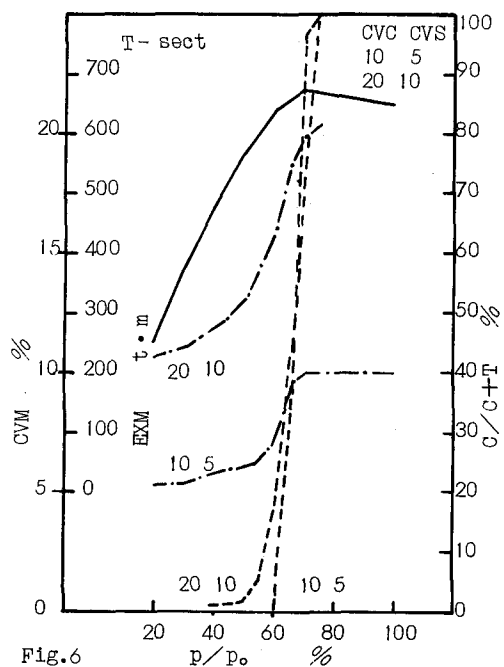


Fig. 6

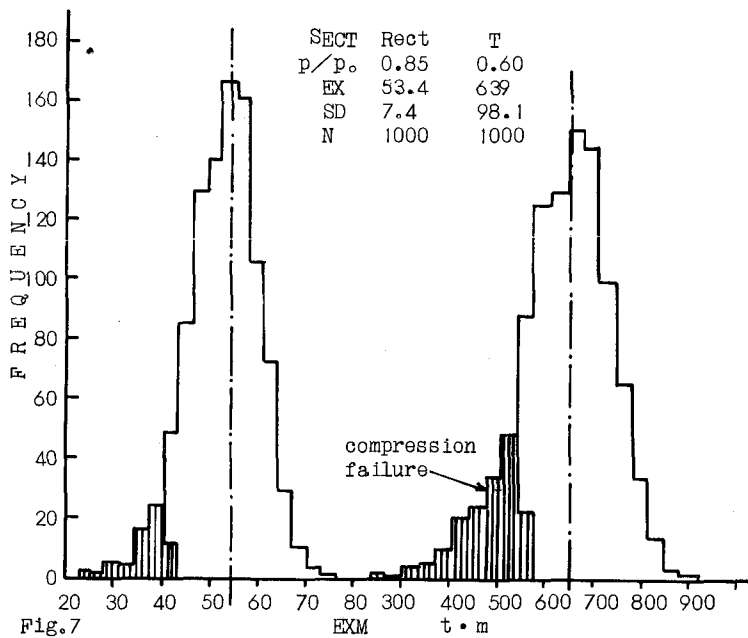


Fig. 7

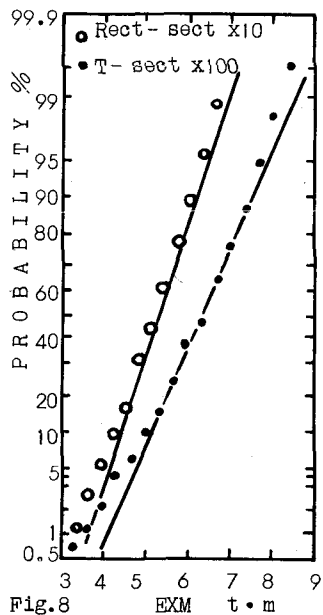


Fig. 8

Table-1

n	$\Pr(\mu \leq \phi \mu)$	CVM, $\phi=0.9$	ϕ , CVM=5%	F, L/D=1.3
1	1.6E-1, (1/6.3)	10%	0.95	2.0
2	2.3E-2, (1/44)	5	0.90	2.1
3	1.4E-3, (1/714)	3.3	0.85	2.2