

堆積層の特性について

北海道大学工学部 正 員 吉田 静男

二成層から鉛直方向に離れに位置に取水口が存在する場合、二層界面から取水口近くにかけて二層の中間的密度層が発達する場合がある。ここではこの層をメカニズム上「堆積層」と名づけ、その特性について論述してみる。

① はじめに

筆者はこれまで成層流中からの取水には堆積層（これまでは混合層と名づけていた）が発生、成長し流れ場を著しく変えてしまう可能性のあることを強調してきた。^{1,2,3}この堆積層は恐らく鉛直方向に連続密度分布が存在する場合でも dividing line から取水口にかけて発生するものと認められる。この堆積層に関してこれまで正面から取り組めた例は乏しいが、あまり問題にならなかった理由は、これまでの研究のほとんどが室内実験によるものであって、しかも取水時間が非常に短かく堆積層の成長が無視し得たからであろうと推測している。しかし本研究の応用面である「カーテンウォールを設置しての取水」「ダムからの取水」「沈殿槽過槽からの清水取水」等においては数時間から数日というオーダーの取水時間が普通であって、長時間取水の結果として発生・成長する堆積層を無視することはできない。それだけでなく、時間には要するものの、堆積層の驚くほどの成長を知れば、堆積層を除外して取水の問題を処理することは不可能であることが知られる。先にも述べた理由からこれまでの取水に関する研究は、たとえば、拡散、混合、さらには界面抵抗を無視した理想流体の取り扱いであったから dividing line の形状を決定する上に界面抵抗の入る余地は無く、表面降下量又は鉛直方向の密度分布の存在のみが必要とされた。たとえばこの方向の研究で先駆的な役割を果たした C.S. Yih の理論によれば、一様幅の水槽の一端底部に設けられた line sink による流れ場は Longa 式⁴⁾に $\psi' = \int_0^y \rho/\rho_0 dy$ という新しい流れ関数を導入し、適当に無次元化した次式により記述される。

$$(1) \quad \psi_{ss} + \psi_{\eta\eta} + F^{-2}\psi = -F^{-2}\eta$$

$$\text{ただし } F = U/d\sqrt{g\beta}, \quad U = \sqrt{P/\rho_0} U', \quad z = x/d, \quad \eta = y/d, \quad \psi = \psi'/U'd, \quad U' = \sqrt{P/\rho_0} u \\ v = \sqrt{P/\rho_0} v, \quad u' = -\partial\psi'/\partial y, \quad v' = -\partial\psi'/\partial x$$

さらに U は取水口から遠方での流速、 u', v' は流速の x, y の成分、 $\rho = \rho_0(1 - \beta y)$ は密度で ρ_0 は水路底部の密度、 β は y 方向密度勾配を示す。

(1)式は F がさわめて大なる場合（ F —流体と同一の流れになることを意味し、 F が小さくなるにつれて鉛直方向密度効果が現われはじめ、 $F = 0.318$ になると実数解がなくなる）となり、よどみ層の発生を示すようになる。これが界面抵抗を考慮なくとも dividing line 形状が維持される原因となっている。（この理論に対し Dehler の実験はよどみ層発生条件が $F = 0.28$ と Yih より小さい結果を得ていることは注目しておく必要がある。）しかし $F = 0.318 < 1$ という条件ではたとえ界面抵抗が本当に無視できるのであろうかという疑問が生ずるが、いまだ界面抵抗の見積りが行われていないことと実際のダムにはこの理論があまりあてはまらないという松村の指摘も考慮合わせると Yih の理論を完全なものとして受け入れるわけにはいかない。

一方筆者のいう堆積層は上述の dividing line と取水口近傍の間に概然に成長する中間密度層であって、その成長は堆積層のない時点での dividing line を著しく変えてしまうことにもなり、さらにこの堆積層の形状が界面抵抗を考慮することによって示しうることも分かっている。こうした実情をひかえ、これまでの理論では見られなかった dividing line における界面抵抗の評価を行ないさらに堆積層の効果を取り入れ、より正確な取水理論を完成させる上にも堆積層の特性を充分知ることが必要であろう。

② 堆積層の観測結果

堆積層の観測をはじめて4年になるが、これまでに得た数多くの観測事実をもとにその特性の全貌が把握できるようになってきている。

実験は前回論文¹⁾に記述されているように幅8cm 深さ15cm 長さ7m、幅8cm 深さ4cm 長さ6m の水槽中の明瞭な二層をなす流体場と層界面から取水して行われた。取水開始以前に二層を作る際相当の混合をゆりしているが取水が開始されるとそのほとんどが取水されてしまう。しかし濃い混合液は中間密度層としてしばらく残留することになる。この間五時間以内の密度分布の一例を図に示せば Fig. 1 のごとくなり終始安定な密度構造を維持することなく変遷を続ける。この場合定常化を目的に塩水を補給することは非常に問題がある。たとえば取水中に取りこまれた塩分だけ補給しようとしても堆積層から淡水への拡散は非常に遅いことであるために数時間を経てもほとんど補給すればよいことになる。しかしその間に下層から堆積層への塩水混入があるため、堆積層と下層の密度構造は大きく変遷してしまっていて単に塩水を補給するだけでは初期状態を維持することはできない。従ってこの種の問題は非定常的な実験を行う以外にないが密度構造が非常にゆくりと善化するため、運動学的には各時刻ごとに定常化しているものと考えてよい。

堆積層内の密度が時間とともに高くなってゆき次第に下層の高密度に近づいてゆくメカニズムは色素トレーサの移動を追跡することによって推定することができる。調査の結果、意外に思える上流側での堆積層の高濃度化は Fig. 2 のごとく堆積層内での上流側への逆流が下層からの塩分拡散とみ合ふところに原因のあることが分かっている。堆積層密度構造は取水流量によっても変わってくるが一般的に大流量取水の場合ほど堆積層領域は小さくしかも短時間で高濃度化する。

③ K-H波と内部波

大流量取水の場合にだけ見られる特徴は堆積層と淡水の境界に発生する波動である。この波動はこれまで単に内部波として知られ、その伝播速度はいわゆる内部波の伝播速度式で表されるものであるとしてきたが、この伝播式ではまったく説明できない内波も存在することが分かった。この二種類の波動は非常に興味深い実験によってクーラン数がおよそ200 程度で別々に見ることが出来る。観察によると通常内部波と異なり内波は Kelvin-Helmholtz 不安定にともなうものであろうと推測できる。この K-H波は界面振振係数を算定する上に非常に重要な意味を持っていると思われる。こうした事情もあるので K-H波についてもう少し詳しく述べておくことにする。

Fig. 3 に堆積層界面の流線線図がある。観測によれば K-H波は堆積層界面にできるのではなく少し内部に少し無流面よりは上の領域にできるように見える。従って界面の波は K-H波の影響による変形であって、自ら伝播する能力は乏しい。一方 K-H波自身も伝播能力はなく近傍の平均流に乗って移動するだけであり K-H波にもとづく界面波も、それに伴って行動するものである。さらにこの K-H波は下流ほど消長は長く振幅は大きくなって、取水口ではその Crest が水面を越すほどになる。この K-H波の成長は集中端の成長とまったく同じものであると思われる。又取水流量が次第に増して淡水流れが乱れてくると通常内部波が K-H波に重畳するために K-H波が破壊されあまり寿命は長くない。しかし一度消滅しても、再び K-H波が生まれるという、くりかえしが見られる。

K-H波の破壊は単に消滅するのでなく、無流面をつぎやぶって堆積層内部に分散するという非常に興味あ

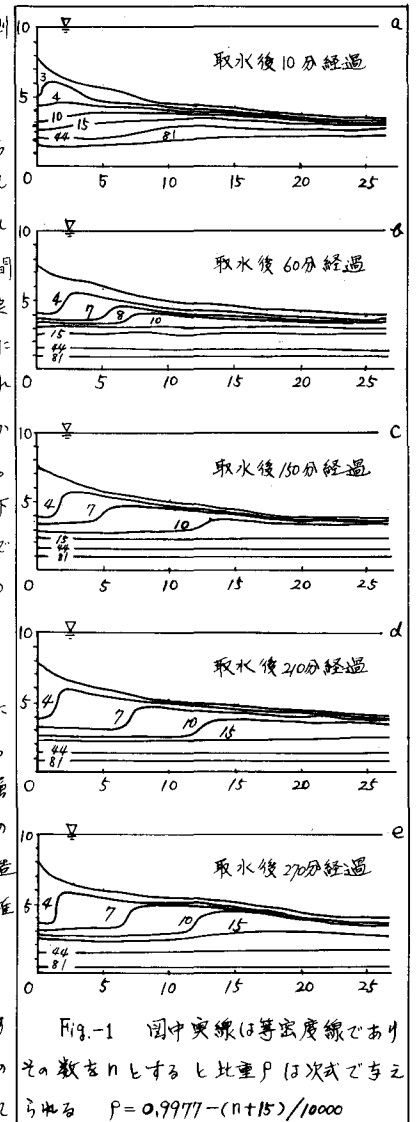


Fig. 1 図中実線は等密度線でありその数を n とすると比重 ρ は次式で与えられる $\rho = 0.9977 - (n + 15) / 10000$

る形をとる。こうした K-H 波のふるまいは塩水楔にも見られるが、上述した水塊の分散の機構は、これとよく分かつた塩水楔分散の一原因となり得るであろう。

さてこれと堆積層の特徴を并列的に述べてきたが、これらの特徴から堆積層が塩水楔に非常に似ていることが分かる。この類似性を決定づけるもう一つの特性がある。それは取水口近傍で堆積層密度を使用した内部フルード数がほぼ 1 になるという事実である。厳密に取水口で 1 にならない理由は Fig. 4 に示すごとく表面形状がせまの少し上流側で急変を開始し、それに伴って界面も急上昇するため内部フルード数が 1 を越えてしまうところにある。しかし $F > 1$ の領域は非常にせまいので堆積層を塩水楔と同じ取扱としてもよいであろう。次に堆積層を塩水楔とほぼ同じ特性を有するものと見て理論考察を行、てみよう。

[4] 堆積層形状を支配する運動方程式

二成層からの取水の様子を Fig. 5 に示すような二次元モデルで表現することが出来る。図中 h_1, h_2, h_3 はそれぞれ淡水層、堆積層、塩水層である。密度 ρ については一般性をとるため鉛直方向に連続的に変化する式で示されるものとしよう。

$$(2) \quad \rho_1 = \bar{\rho} \left\{ 1 + \frac{a}{\bar{\rho}} (h_2 + h_3 + \frac{\rho_1}{2} - g) \right\}$$

$$(3) \quad \rho_2 = \bar{\rho} \left\{ 1 + \frac{a}{\bar{\rho}} (h_3 + \frac{\rho_2}{2} - g) \right\}$$

$$(4) \quad \rho_3 = \bar{\rho} \left\{ 1 + C \left(\frac{1}{2} - \frac{\rho_3}{\bar{\rho}} \right) \right\}$$

ここに $a = (\rho_a - \rho_u) / \bar{\rho}$, $\alpha = (\rho_b - \rho_u) / \bar{\rho}$, $C = (\rho_b - \rho_u) / \bar{\rho}$

Suffix b は底部, u は表面を意味する。

さて流方向 (x 軸) の速度に比して鉛直方向速度が無視出来る程度であるとすれば各層について次の方程式が成立する。

$$(5) \quad u \frac{\partial u}{\partial x} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial y} (A_y \frac{\partial u}{\partial x}) \quad (x \text{ 成分})$$

$$(6) \quad 0 = -g - \frac{\partial p}{\partial y} \quad (y \text{ 成分})$$

ここに A_y は滑動拡散係数の y 成分である。(6) 式を使用して各層の p を求めると次のようになる。

$$(7) \quad p_1 = p_0 + g \int_y^{h_1+h_2+h_3} \rho_1 dy = p_0 + g \bar{\rho} \left\{ 1 + \frac{a}{2\bar{\rho}} (h_2 + h_3 - g) \right\} (h_1 + h_2 + h_3 - g)$$

$$(8) \quad p_2 = p_0 + \bar{\rho} g h_1 + g \int_y^{h_2+h_3} \rho_2 dy \\ = p_0 + \bar{\rho} g h_1 + g \bar{\rho} \left\{ 1 + \frac{a}{2\bar{\rho}} (h_3 - g) \right\} (h_2 + h_3 - g)$$

$$(9) \quad p_3 = p_0 + \bar{\rho} g h_1 + \bar{\rho} g h_2 + g \int_y^{h_3} \rho_3 dy \\ = p_0 + \bar{\rho} g h_1 + \bar{\rho} g h_2 + g \bar{\rho} \left(1 - \frac{C}{2\bar{\rho}} \right) (h_3 - g)$$

ここに p_0 は大気圧を示す。ここで (7), (8), (9) 式をそれぞれ (5) 式に代入することにより三つの各層に関する運動方程式が求まるが、u は y 方向に一様と仮定し各層の厚さにわたって積分し各層自身の厚さで割って平均の方程式を求めると次式を得る。

$$(10) \quad \frac{u_1}{g} \frac{\partial u_1}{\partial x} + \left(1 - \frac{a}{\bar{\rho}} \right) \frac{\partial h_1}{\partial x} + \frac{\partial h_2}{\partial x} + \frac{\partial h_3}{\partial x} = -\frac{\tau_{12}}{\bar{\rho}_1 g h_1} + \frac{h_1}{12} \frac{\partial a}{\partial x} - \frac{h_1}{2\bar{\rho}_1} \left(1 - \frac{a}{\bar{\rho}} \right) \frac{\partial \bar{\rho}_1}{\partial x}$$

$$(11) \quad g \frac{\partial h_1}{\partial x} + \left(1 - \frac{a}{\bar{\rho}} \right) \frac{\partial h_2}{\partial x} + \frac{\partial h_3}{\partial x} = \frac{\tau_{12}}{\bar{\rho}_1 g h_1} + \frac{h_2}{12} \frac{\partial a}{\partial x} - \frac{h_2}{2\bar{\rho}_2} \left(1 - \frac{a}{\bar{\rho}} \right) \frac{\partial \bar{\rho}_2}{\partial x} - \frac{h_1}{\bar{\rho}_2} \frac{\partial \bar{\rho}_1}{\partial x} - \frac{\tau_{23}}{g \bar{\rho}_2 h_2}$$

$$(12) \quad g \frac{\partial h_2}{\partial x} + \frac{\partial h_3}{\partial x} + g \left(1 - \frac{C}{\bar{\rho}} \right) \frac{\partial h_3}{\partial x} = \frac{\partial h_3}{12} \frac{\partial C}{\partial x} - \frac{h_1}{\bar{\rho}_2} \frac{\partial \bar{\rho}_1}{\partial x} - \frac{h_2}{\bar{\rho}_2} \frac{\partial \bar{\rho}_2}{\partial x} - \frac{h_3}{2\bar{\rho}_3} \left(1 - \frac{C}{\bar{\rho}} \right) \frac{\partial \bar{\rho}_3}{\partial x} + \frac{\tau_{32}}{g \bar{\rho}_3 h_3}$$

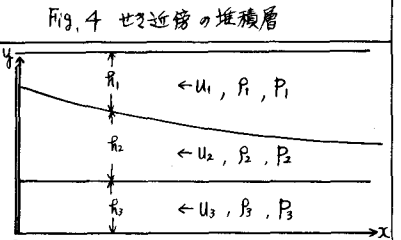
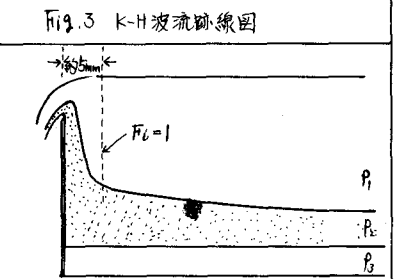
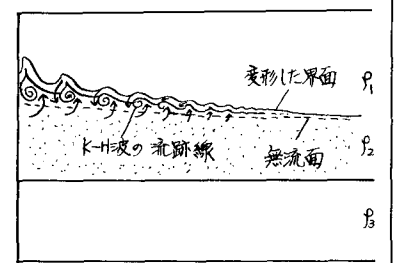
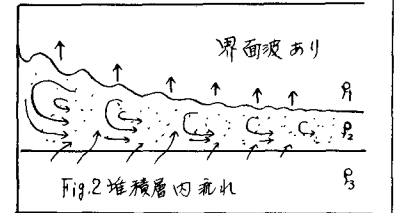
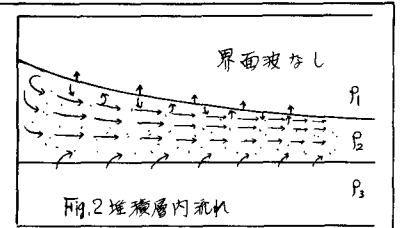


Fig. 5 Notation
 ρ : 密度 u : 速度の x 成分 p : 圧力
 h : 各層の厚さ Suffix 1, 2, 3: 各層に関する物理量を示す

ここに τ は i 層・層間に作用する剪断応力であり $\delta = \bar{\rho}_1 / \bar{\rho}_2$, $\delta = \bar{\rho}_2 / \bar{\rho}_3$ である。一方 (10) 式第一項は $u_{1i} = \text{const.}$ より $\frac{u_1}{\delta} \frac{\partial u_1}{\partial x} = -\frac{u_1}{h_1} \frac{\partial h_1}{\partial x}$ と書きかえることができて $u_2 = u_3 = 0$ とおくことができる。ゆえ最終的に次式が得られる。

$$(13) \begin{vmatrix} (1 - \frac{\delta}{\delta_1} - \frac{u_1^2}{g h_1}) & 1 & 1 \\ \delta & (1 - \frac{\delta}{\delta_2}) & 1 \\ \delta & 1 & \delta(1 - \frac{\delta}{\delta_3}) \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \frac{\partial h_1}{\partial x} \\ \frac{\partial h_2}{\partial x} \\ \frac{\partial h_3}{\partial x} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -\frac{\tau_2}{\bar{\rho}_3 h_1} + \frac{h_1}{12} \frac{\partial \tau}{\partial x} - \frac{h_1}{2\bar{\rho}_1} (1 - \frac{\delta}{\delta_1}) \frac{\partial \bar{\rho}_1}{\partial x} \\ -\frac{\tau_3}{\bar{\rho}_3 h_2} + \frac{h_2}{12} \frac{\partial \tau}{\partial x} - \frac{h_2}{2\bar{\rho}_2} (1 - \frac{\delta}{\delta_2}) \frac{\partial \bar{\rho}_2}{\partial x} - \frac{h_1}{\bar{\rho}_2} \frac{\partial \bar{\rho}_1}{\partial x} \\ \frac{\delta h_3}{12} \frac{\partial \tau}{\partial x} - \frac{h_3}{\bar{\rho}_3} \frac{\partial \bar{\rho}_1}{\partial x} - \frac{h_3}{\bar{\rho}_2} \frac{\partial \bar{\rho}_2}{\partial x} - \frac{h_1}{2\bar{\rho}_1} (1 - \frac{\delta}{\delta_3}) \frac{\partial \bar{\rho}_3}{\partial x} \end{vmatrix}$$

この (13) 式が Fig. 5 の流れ構造を持つ場において成立する運動方程式である。この方程式は τ というパラメータを含んでいて、 τ に何らかの仮定して初期値が刻々と変化する問題として数値計算する以外に解くことはできない。

$\tau = -(f_i \bar{\rho}_1 |u_1| u_1) / 2$ であって f_i は抵抗係数であるが、この f_i がいかなる物理量の関数であるかという問題については、議論の多いところで決定的な形がわかっていない。たいてい数多くのデータが整いつつあって、実験的にはクーリーガン数の関数としておおよそ示されるであろうとされている。ここではこの実験式を使って堆積層形状を予測せずに、堆積層形状をよく説明してくれる f_i を逆に求め、これまでに多くの研究者によって観測されてきた f_i と比較してみる。なお f_i は次式 (14) によって求められた f_i の式を導くに当たって、各層鉛直方向密度勾配を zero として取扱っている。この簡略化によっても充分な近似が得られることは分かっている。

$$(14) f_i = -\frac{2g}{|u_1| u_1} \left(\frac{h_1 h_2}{h_1 + h_2} \right) \left\{ \frac{\partial h_1}{\partial x} \left(\varepsilon_{12} - \frac{u_1^2}{g h_1} \right) - \frac{h_2}{2\bar{\rho}_2} \frac{\partial \bar{\rho}_2}{\partial x} \right\} \quad \left(\begin{array}{l} \text{ここに } \varepsilon_{ij} = \frac{\bar{\rho}_i - \bar{\rho}_j}{\bar{\rho}_j} \text{ で今回の実験では} \\ 0.00267 < \varepsilon_{12} < 0.0579, 0.000400 < \varepsilon_{13} < 0.000710 \text{ であつた。} \end{array} \right)$$

筆者が観測した f_i と他研究者の観測した f_i が Fig. 6 にプロットされている。図中 $\circ$ は堆積層上面に内波の発生しない場合の f_i で、 Δ は K-H 波及び通常内部波が生じている界面での f_i 、 $\square$ は堆積層上面の一部に K-H 波が生じている場合の、 ∇ は K-H 波の存在しない界面での f_i を示す。ここで強調しておきたい点は、クーリーガン数の小さいプロットほど上流側のデータであって、鉛直方向の速度の影響が小さいということである。この鉛直方向速度が充分無視できるものであれば、これまでに求められた f_i 及び筆者の f_i から

$$(15) f_i = 0.25 \psi^{-0.5} \quad (\text{ここに } \psi = F_L^2 R \text{ で } F_L \text{ はフルード数 } R \text{ はレイリス数である。})$$

なる関係が得られ、これを (13) 式に代入すれば実際に一致した堆積層の形状が計算できることになる。

さて界面抵抗係数の問題としてこの事実をすれば、これまでに考えられてきた概に界面に内波がある場合と無い場合で $\psi = 200$ 近傍で $f_i = f(\psi)$ の勾配が急変するであろうという「国体陸上の境界における f_i の特性」からの類推は間違いないということの意味することになる。しかしこの点についてこれ以上の議論を進めるにはデータが不足であり、別の機会にゆずらねばならない。ともかく (13) 式には堰水探理論と同程度の近似がほどこされていて多少厳密さに欠けるものの f_i 式の関係を使用すれば堆積層の形状を予測は可能であって堆積層の形状維持に界面抵抗が重要な役割をはたしているという可能性は充分にある。今後は数分間の取水では成り立つといわれている Y_{ih} の (11) 式と (13) 式の間を調べる方向で研究が進められる必要があろう。

終りにあたり、実験の補助をしていただいた北海道大学工学部 応用物理学科学生の相馬俊一君、福田以津子君、北越竜三君、吉田真一君に心から謝意を述べたい。

文 献

- 1) 吉田・福田・北越：土木学会北海道支部論文報告集（昭和48年度）
- 2) 吉田：第29回土木学会年次学術講演会（昭和49年）
- 3) C.S. Yih: "Dynamics of Nonhomogeneous Fluids, Macmillan Co., 1965
- 4) R.R. Long: "Tellus", 5, 1953
- 5) 柏村：「石狩川の流況解析と流砂に関する研究」(昭和47年度)
- 6) 大西・日野：第14回、第15回海岸工学講演会講演集(1967, 1968.)

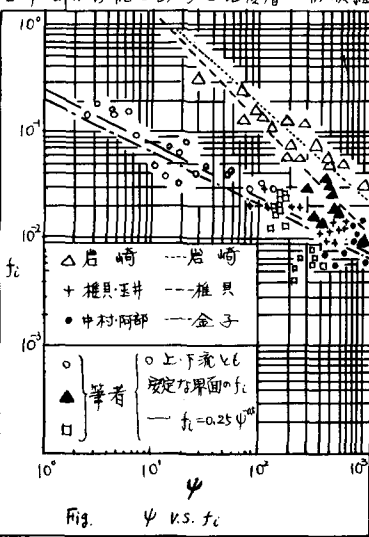


Fig. ψ v.s. f_i