

砕波後の波の波高の変化について

—— 変形理論の適用性について ——

北大工 正員 ○佐伯 浩

北大工 学生員 佐々木 幹雄

表-1

PERIODIC WAVE	
HORIKAWA KUO 1966	1/20 1/30 1/65 1/80
NAKAMURA SHIRAISHI SASAKI 1966	1/10 1/20 1/30 1/50 1/100
豊島・富永・橋本 1967	1/20 1/30
植木・岩田・中辻 1969	1/15
佐藤・内島 1973	1/20 1/25
佐伯・佐々木 1973	1/50
佐々木・佐伯 1974	1/12 1/15 1/17 1/20 1/90

表-2

SOLITARY WAVE	
KISHI SAEKI 1966	1/10 1/15 1/20 1/30
STREET CAMFIELD 1966	1/22 1/32 1/50 1/100
SAEKI OZAKI HANAYASU TAKAGI 1971	1/50 1/75 1/100 1/150

§1. 緒論. 砕波後の波の変形に関する実験は多くの人によってなされてきた。特に砕波後の波高の変化については、数多くの人によって研究されてきた。表-1に、周期波の砕波後の波高変化の実験に用いた水底勾配を示したものである。また、表-2には、孤立波の場合を記したものである。砕波後の波高の変化も厳密に理論的に求める事には、運動機構が場所によって異なる事と流動中に多くの気泡を含む事等から困難である。砕波後の波の model 化は、多くの研究者により考えられてきた。その主流は、Bore Theory を砕波後の波の model と考えるやり方であり、これにもいくつかの考えに分かれている。本研究は、砕波後の波高の変化の過程も、周期波と孤立波の場合と比較すると共に、砕波後の波高変化の式の適用性を調べたものである。

§2. 砕波後の波高変化の理論. 砕波後の波高の変化の理論は大きく分けて二つに別られる。一つは、Energy法とも言うべき方法で、Méchanté により求められたものである。これに対して、Whitham等に得られた式は、長波近似の運動の式と連続の式より求める方法で、この方法を発展させた方法として、kishiの理論と Saeki等の理論がある。

(1) Méchanté の理論 (1962)

Méchanté は、次の Energy 伝達の式を基本式とした。

$$\frac{d(E.C)}{dx} = - \frac{dE}{dt} \quad (1)$$

この(1)式の右辺の Energy の損失項は次式の如く、底部の摩擦損失と、Spilling Breaker による砕波による Energy 損失項と考えた。

$$\frac{dE}{dt} = \frac{dE}{dt} \Big|_B + \frac{dE}{dt} \Big|_S \quad (2)$$

$$\frac{dE}{dt} \Big|_B = \int_{-\infty}^{\infty} \tau u^2 dx \quad \tau = \rho f u^2 \text{ であるから}$$

$$\frac{dE}{dt} \Big|_B = \int_{-\infty}^{\infty} \rho f u^4 dx \quad (3)$$

ここで、 U は Solitary Wave の流速を用いる。

$$\left. \frac{dE}{dt} \right|_S = \rho \frac{Q(h_2 - h_1)^3}{4h_1 h_2} \quad (4)$$

この(4)式は、Spilling Breaker による損失を、総波の Energy Loss におきかえて計算を行っているが、次のように補正を行なう。

$$h_2 = h + H \quad h_1 = h + \beta H$$

β は完全な Bore の時、 $\beta = 0$ 、No Breaker の時、 $\beta = 1$ となる。 h_1 は Bore 前面水深であり、 h_2 は Bore height となる。

よって、砕波による損失は次式で表される。

$$\left. \frac{dE}{dt} \right|_S = \rho g C \frac{H}{h} [h + H - \beta(h + \beta H)] \frac{H^3(1 - \beta)^3}{4(h + H)(h + \beta H)} \quad (5)$$

この(5)式を簡略化して Méhauté は次式を用いている。

$$\left. \frac{dE}{dt} \right|_S = \rho g \beta \frac{CH^4}{4h^2} \quad (6)$$

(3)式と(6)式と(2)式に代入して若干の整理をして最終的に次式を用いている。

$$H_2 = H_1 \left(\frac{h_1}{h^2} \right) \left(\frac{C_1}{C_2} \right)^{\frac{2}{3}} \left[1 - \frac{8}{15} \frac{f}{g} \frac{H_1 C_1^2}{h_{1-2}} \Delta x - \frac{\sqrt{3}}{16} \frac{H_1^{\frac{5}{2}}}{h_{1-2}^{\frac{3}{2}}} \Delta x \right] \quad (7)$$

ここで、水深 h_1 の時の波高、流速を H_1 、 C_1 とし、 x から Δx 離れた時の水深、波高、流速をそれぞれ h_2 、 H_2 、 C_2 とする。 h_{1-2} は h_1 と h_2 の平均値を考へる。ここで、 β は、Breaking しない場合は $\beta = 0$ であり、完全な Bore の時 $\beta = 1$ であり、Spilling Breaker の時は $0 < \beta < 1$ となる。よって、 β は砕波係数とも呼ばれてゐる。

(2) Keller, Levine & Whitam の理論 (1960)

この理論は、砕波後の波を Bore と仮定した理論で、水深が変化する所を進行する Bore の変形の理論である。Euler の運動方程式と連続方程式より長波近似により次式を得る。

$$H_t + \{ (h_0 + H) U \}_x = 0 \quad (8)$$

$$U_t + U U_x + g H_x = 0 \quad (9)$$

$$h = H + h_0$$

ここで $\text{Suffix } x$ は偏微分を表わし、 H と h_0 は、波高と水深を表わす。Bore の波速 C は次式で表される。

$$C = \sqrt{\frac{gh(h_0 + h)}{2h_0}} \quad (10)$$

$$M = \frac{C}{\sqrt{gh}} \quad \text{とよくと次式を得る。}$$

$$\left. \begin{aligned} H &= 2h_0 (M^2 - 1) \\ \frac{C}{\sqrt{gh_0}} &= M \sqrt{2M^2 - 1} \\ \frac{\sqrt{gh}}{\sqrt{gh_0}} &= \sqrt{2M^2 - 1} \\ \frac{U}{\sqrt{gh_0}} &= \frac{2M(M^2 - 1)}{\sqrt{2M^2 - 1}} \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

(8)、(9)式より4本の特性方程式が求まるが、総波の運動が定常条件によつて決まる事より、Positive Characteristic のみをとり、(11)式を代入する事により次式を得る。

$$\frac{1}{h_0} \frac{dh_0}{dM} = -4 \frac{F_1(M)}{F_2(M)} \quad (12)$$

$$F_1(M) = (M+1)(M-\frac{1}{2})(M^2+M^2-M-\frac{1}{2})$$

$$F_2(M) = (M-1)(M^2-\frac{1}{2})(M^4+3M^3+M^2-\frac{3}{2}M-1)$$

この(12)式を数値積分により、波高を求める事が出来る。
計算図表か、佐伯等により発表されている。

(3) kishi の理論 (1966)

kishi は、keller 等の理論が静止水中で Bore が進行するの
に対して、流水中も Bore が進行するものとして、碎波後の
波の model 化を行なった。keller 等の理論は $\propto \sqrt{gh_0}$ の流
速を加えられるものとすると、次の関係を得る。

$$H = 2h_0(M^2 - 1)$$

$$\frac{C}{\sqrt{gh_0}} = M\sqrt{2M^2 - 1} + \alpha \quad (13)$$

$$\frac{\sqrt{gh}}{\sqrt{gh_0}} = \sqrt{2M^2 - 1}$$

$$\frac{U}{\sqrt{gh_0}} = \frac{2M(M^2 - 1)}{\sqrt{2M^2 - 1}} + \alpha$$

(13)式の関係と(8)、(9)式より求まる Positive Characteristic
方程式に代入して積分すると次式を得る。

$$\frac{1}{h_0} \frac{dh_0}{dM} = - \frac{G_1(M, \alpha) \cdot G_2(M, \alpha)}{F_1(M, \alpha) \cdot F_2(M, \alpha)} \quad (14)$$

(14)式の $F_1(M, \alpha)$, $F_2(M, \alpha)$, $G_1(M, \alpha)$, $G_2(M, \alpha)$
は次式で示される。

$$F_1(M, \alpha) = (2M^6 + 6M^5 - 9M^3 - 4M^2 + 3M + 2) + \alpha\sqrt{2M^2 - 1} \\ (2M^3 + 3M^2 - 2M + 2) + \frac{\alpha^2}{2}(2M^2 - 1)$$

$$F_2(M, \alpha) = (2M^2 - 1)$$

$$G_1(M, \alpha) = (2M^3 + 2M^2 - 2M - 1) + \alpha\sqrt{2M^2 - 1}$$

$$G_2(M, \alpha) = 2(4M^4 + 4M^3 - 3M^2 - 2M + 1)$$

この(14)式の数値計算表が、kishi により発表されている。

(4) Saeki 等の理論

Saeki 等は、水底の friction の効果を考え、(9)式のかわ
りに次の(16)式を用いた。

$$U_t + U U_x + g H_x + \frac{\tau}{\rho(h_0 + H)} = 0 \quad (16)$$

$\tau = \rho f U^2$ とする。水底勾配を S とすると次式を得る。

$$\frac{1}{h_0} \frac{dh_0}{dM} = \frac{J_1(M)}{J_2(M) + J_3(M)} \quad (17)$$

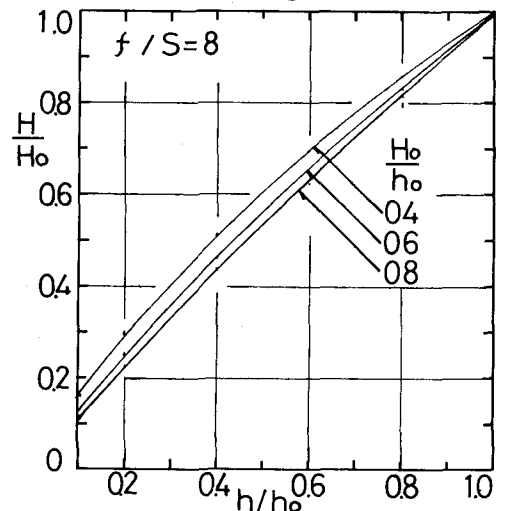
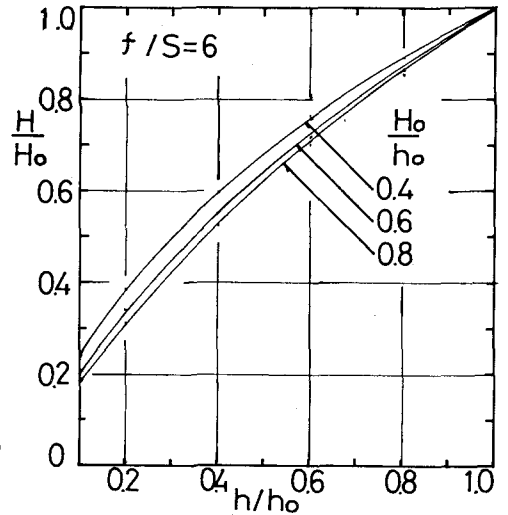
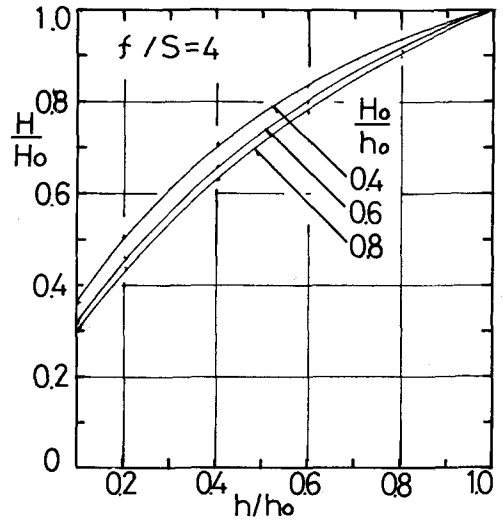
$$J_1(M) = (8M^4 + 8M^3 - 6M^2 - 4M + 2)(2M^3 + 2M^2 - 2M - 1)$$

$$J_2(M) = (M^3 + 2M^2 - M - 1)(2M^2 - 1)(2M^3 + 2M^2 - 2M - 1)$$

$$J_3(M) = (2M^3 - 2M)(2M^2 - 1) - (f/S)(2M^3 - 2M)^2$$

(17)式の計算図表を Fig-1 に示す。Parameter (H_0/h_0)

Fig-1 (a) (b) (c)



は計算地点の相対波高である。

ろろ、各理論の検討、(1)のMehauléの理論は、砕波係数とも呼ぶべき係数 β を用いる事により、確定しない状態、完全なBoreの状態、その中間のSpilling breakerの状態を表わす事ができる式で、Energy損失の項に底部摩擦の影響を加えている。佐伯は、孤立波が $S=1/5$, $1/10$ の傾斜面上を進行する場合の砕波後の波高の変化に、この理論を用いて計算を行ない、実験値と比較も行なう。F.孤立波のBore Inception Pointから汀線までは完全なBoreと $\beta=0$ とし、砕波点から、Bore Inception pointの間は β を1から0まで連続的に変化させて逐次計算を行なった。その結果、計算値は、水底の摩擦係数によって大きく変化する事がわかった。実験値と合わせると、 $S=1/5$ では $f=0.007$ となり、 $S=1/30$ の場合には、 $f=0.02$ となり、F.流体の運動は十分に乱流域と考えられるので、このように f が変化する事は理論として適当でない。しかし、水底の配が急くなる程、計算値の変化の傾向は実験値の傾向に非常に似かよってくる。また、完全なBoreになると計算値の波高はほぼ直線的に変化する。この実験値と理論値が一致しない原因の一つに、理論の一部に Δx の間で、水深 h_1 と h が変化しないという仮定を用いているが、水底の配が急で、砕波後の波高の急変部では、この仮定は適当でない。佐藤、内島は、 $S=1/20$ と $1/25$ の場合の周期波の砕波後の変化にこの方法を用いている。佐藤等は、摩擦係数 f も水深によって変化させているが各勾配とも $f=0.056 \sim 0.080$ まで変化し、水深が浅くなるにつれて f が大きくなる事を報告している。以上の結果から、砕波後のEnergy損失機構として底部摩擦と散波によるEnergy消散を考えているがそれだけでは、砕波後の波の減衰機構を表現するには無理となり、摩擦係数 f は補正係数に相当するようになる。

(2)のKeller等の理論は、斜面上を進行するBoreの変形理論で、底部損失等は含まない。佐伯は、孤立波の砕波後の運動機構において、Bore Inception Pointより汀線側では、波の運動がBoreに近似できる事を示している事から、このKellerの理論もBore Inceptionより適用して計算した。このBore Inceptionにおける相対波高(H_0/h_0)が与えられれば、佐

Fig-2

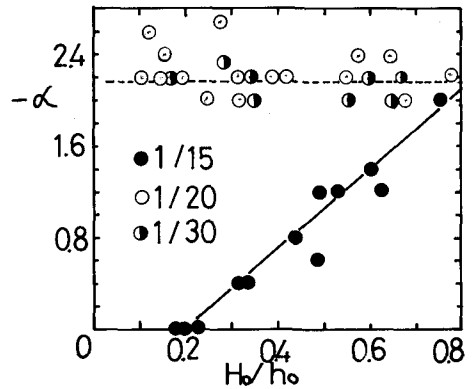


Fig-3

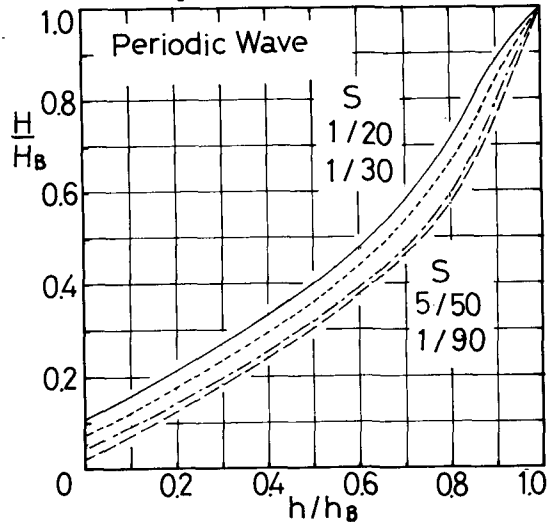
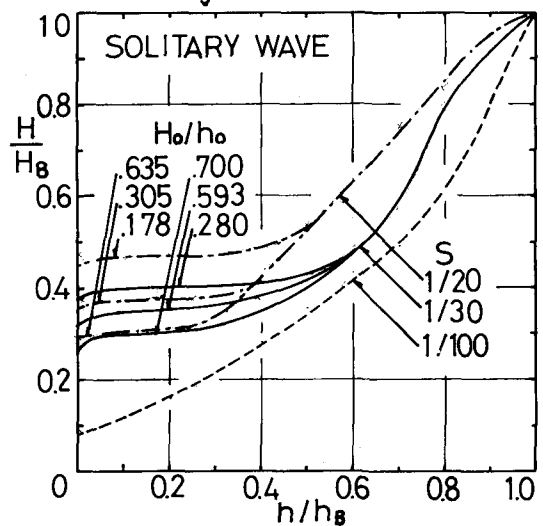


Fig-4



伯、室川等の計算図より簡単に求める事ができる。孤立波の実験値との比較としてみると、水底勾配 $S = 1/10$ の時は、理論とよく一致しているが、勾配が緩くなるにつれて、実験値より大きい値を示す。また、この Keller 等の理論の計算値は、波高の減衰は極めてゆるやかで、汀線近傍に急激に波高は 0 となる。これは、この理論が、完全な Bore の変形理論であるため、底部の摩擦による Energy 損失や、波動中に気泡等を多量に含む効果等と無視しているためと思われる。また、実際の波においては、汀線部でも有限の波高を持つが、この Bore 理論においては 0 となる。これも事実にする事である。周期波の場合についても、孤立波の場合と同じように、Keller 等の理論の方が波高の減衰が小さいために実験値とは一致しない。(3) の Kishi の理論は、(2) の Keller 等の理論では、波高の減衰が小さいため、実際の波高の減衰と異なる事から、その波高減衰を大きくするために、波の進行方向に対して逆向きの流れも与える事によって、砕波後の波高の減衰をより大きくしようとしたものである。これは、孤立波の Plunging Breaker の場合には、砕波に伴って波の前面に hump が出来、それが Vortex に発達し、Bore の前面に逆向きの流れが誘起されると仮定した事による。また、これと同じ現象は、Spilling Breaker の場合には、前面の roller が、これに相当する事になる。この逆向きの流速は $\sqrt{gh_0}$ に比例すると仮定し、その係数を α としている。この α を孤立波の波高減衰に当てはめてみると Fig-2 の如くなる。 $S = 1/10$ では、 $\alpha \approx 0$ となり、 $S = 1/5$ では、 $(H_0/h_0) \leq 0.2$ の範囲では $\alpha = 0$ 、 $(H_0/h_0) \geq 0.2$ では、 $\alpha = -3.58 (H_0/h_0) + 0.72$ となり、 $S \leq 1/20$ では、 $\alpha \approx -2.15$ となり、ほぼ一定値となる。この理論においては、実際の波高の減衰に一致させるためには、 $S < 1/20$ の場合には、 $2.15 \sqrt{gh_0}$ の逆向きの流速が起る事になる。これは水深が 10 cm であれば、約 200 cm/sec の逆向きの流れが起っている事となり、大きすぎるようである。これは、実際の減衰機構に及ぼす因子がいくつか考えられるが、それらの全てが減衰効果も、この逆向きの流速も与える事で代表したために、このように早い逆向きの流速となったものと思われる。またこの逆向きの流速が h_0 を与えても汀線近傍では実験値と異なる。また、周期波にこの理論を適用してみた結果、孤立波の場合とほぼ同一の α で実験値と一致する。(4) の Saeki の理論は、Kishi の場合と同じように、Keller 等の解法を応用している。Kishi が減衰の主要因子を逆向きの流れと考えたのに対して、水底の摩擦効果を主要因子と考えた。これを孤立波の実験結果と比較した結果、理論と実験が一致するためには、摩擦係数は $S = 1/10$ では $f = 0.10$ 、 $S = 1/5$ では $f = 0.11$ 、 $S = 1/100$ では $f = 0.09$ となり、 $S = 1/50$ では $f = 0.05$ となる。この摩擦係数の値は、Manning の粗度係数等から推算されるよりは 10 倍以上大きくなる。これは、Kishi の場合と同じように、砕波後の減衰機構に及ぼすいくつかの主要因子を逆向きの流速と底部摩擦で代表させたためであろう。これに対して、樺本、若田等は砕波の内部機構について詳しい実験を行っているが、Keller や、これらの効果を導入しても、実際の波は Energy Loss が起らない事を報告している。以上の事から、今まで得られた砕波後の波の理論式は減衰機構を正確に表わしていない。 β , α , f は、補正係数の性格を有している事になる。Divoky, Méhauté, Lin (1970) は前述の Méhauté の理論の改良式を求めているが、本質的には、Méhauté の理論とは変りない。

§4. 砕波後の波高減衰の実験結果の検討

§1 の表-1 に示したように、周期波の砕波後の波高変化の実験は多くなされている。Nakamura 等の結果は、若干バターのバラツキが大きいので、ここでは除く。また、佐藤等の結果はデータの整理法が我々のと異なるためここでは除いて考える。樺本等は $S = 1/5$ の実験結果から、Plunging Breaker の場合に較べて、Spilling Breaker の場合の方が減衰が大きい事を示した。しかし、これも Breaking Region の範囲に限られる。これに対して、佐伯、佐々本は、 $S = 1/2, 1/5, 1/10$ の比較的急勾配の結果からは、逆に Breaking Region の範囲では、Plunging Breaker の方が減衰が大きい結果を得た。また、水底勾配が緩い場合でも、 (H/L_0) によつて、Breaking Region の範囲内で、波高が異なるが、その差は大きくない。そこで我々は、Honikawa 等の結果と豊島等の結果と樺本等のデータを参考として、平均的な波高変化を求めた。それを Fig-3 に示す。この結果から、Breaking Region 以外では、水底勾配 S に関係なく、 (h/h_b) の減衰に対する無次元係数 (H/H_b)

の減衰はほぼ一定である。この事は、水深が Δh 変化する Δ に対して、 Δ の間距離は ΔWS となる。であるから一定距離を進行する Δ に失う Energy Loss の量は急勾配程大きい事になる。また、 $S = 1/50$ の場合と $S = 1/60$ の場合は水底勾配の差に較べて波高減衰の差は非常に小さく、水底勾配が $S < 1/50$ の場合は、ほぼ同じ減衰曲線を持つと考えられる。また、Divoky 等は、Energy 伝達の式より求めた波高減衰曲線と比較すると、Breaking Region ではそれほど大きな差はないが、Shore Line Region では Divoky 等の理論では波高は 0 となるが、実験曲線は有限の値を持つ事になる。これに対して、孤立波の波高減衰は、Fig-4 に示すように周期波の場合とは異なる。周期波は、同一の水底勾配であれば (H_0/L_0) の値によって Breaking Region で波高の差がでたが、孤立波の場合は、Breaking Region では、 (H_0/h_0) の差による波高の差はないが、Shore Line Region 近傍では大きな差が生じる。特に急勾配になる程その差は大きくなる。 $S = 1/50$ の場合には Stable Region でも (H_0/h_0) によって波高が異なる。この周期波と孤立波の砕波後の波高減衰を比較すると、 $S > 1/50$ では、 $(h/h_B) > 0.4$ の範囲では、周期波の減衰曲線とほぼ一致しているが、 $(h/h_B) < 0.4$ では、孤立波の場合には、ほとんど減衰がない Δ に対して周期波の場合には Breaking Region 程の減衰ではないが、孤立波に較べたら大きな減衰となる。この原因としては、孤立波の場合は単一の波である事から、 Δ かもこの汀線に近い所では、Bore に近い運動をしている事から、Back wash 等の影響を受けない Δ に対して、周期波では、Back wash と Return current の影響を受けるため Energy の Loss が大きい事により、減衰が大きいものと思われる。水底勾配 $S < 1/50$ では、孤立波においても、周期波においても同一の S であれば、 (H_0/L_0) が変化しても波高の減衰曲線はあまり変わらない。また、 $S < 1/50$ においては、Shore Line Region を除いては、孤立波も周期波も波高の減衰はほぼ同じ値を示して、砕波後の波の運動機構が似かよっている事を示している。Shore Line Region においては、急勾配の場合と同じように、周期波の Δ が波高の減衰が大きい Δ が、これも Back wash や Return current の影響を考えられる。しかし、この差も急勾配の場合程は大きくない。

5. 結論

1. 砕波後の波高変化の種々の理論の解と実測値と比較した結果、Méhauté 等の理論では、 β と f を適当に選ぶ事により、Kishi の理論においても逆向きの流れの強さを適当に選ぶ事により、また Saeiki の理論は f と β を選ぶ事により、実測値に合わせる事は、Shore Line 近傍を除いて可能であるが、得られた f や β の値は実際に推算される値より、かなり大きい値を示している。
2. 現実の波の砕波後の波高の減衰機構には、Keller の影響、Plunging Breaker の場合には hump によって生じる Vortex の影響、それに水底摩擦と Turbulence による Energy Loss が複雑に関係しているものと考えられる。波動中に気泡を含む事も考慮せねばならない。
3. 以上の事から、今まで得られた理論に用いられている β , f , α は一種の補正係数と考えた方がよい。
4. これらの補正係数を用いても、汀線近傍の波高変化を表わす事はできない。これは、これらの理論で計算される波高は水深が零となると波高も零となるためであり、現実の波とは異なっている。
5. 周期波と孤立波の波高の減衰状態は非常によく似かよっているが、Shore Line Region では一般に周期波の方が減衰が著しい。これは、Back wash 等の影響によるものと考えられる。この Back wash の効果は、急勾配程大きい事が明らかとなった。
6. 周期波の場合は $S < 1/50$ では、波高の減衰は勾配 S による変化は小さくなる。また、孤立波の場合には $S < 1/55$ で勾配 S による変化が小さくなる。よって水底勾配 S が小さい場合には、波高の減衰曲線は一本で表わしても大差ないと云える。孤立波の場合の $S = 1/50$ は (H_0/h_0) の値によって波高はかなり異なる事となる。

参考文献

- (1) Méhauté (1963); Proc. 8th Conf. Coastal Eng. (2) Keller, Levine, Witham (1960); J.F.M. Vol. 7 (3) Kishi, Saeiki (1966); Proc. 10th Conf. Coastal Eng. (4) Saeiki, Hanayasu, Ozaki, Takagi (1971); Coastal Eng. in Japan Vol. 14