

グリーン関数による開水路不定流の解析

北見工業大学 正員 佐渡公明

1 まえがき

前報⁽¹⁾では、上流端で微小擾乱が加わった流れを扱い、流量や水深の未知数1個の式にまとめた、非自己随伴形双曲型偏微分方程式（横流入を加えると非同次になる）に対し、如何にGreen関数を適用して解いていくかを中心に報告した。本論文では、非線形微分方程式の有力な解法の1つである擾動法を適用し、得られる線形方程式（微小擾乱の場合と同種類）をGreen関数を使って解こうとするものである。この方法の特長は、差分法、特性曲線法に比較して、任意時刻、任意地点に於る未知量が直接求まり、任意地点に於る最大流量（水位）の生ずる時刻、逆に任意時刻に於る最大流量（水位）の生じている地点を求める事が可能となる。

境界条件については、上流端で流量・時間曲線と水位時間曲線が必要となるが、下流端では定流状態にあるとか水位・流量曲線が与えられている等の差分法の場合の仮定は不要である。擾動法による解析の場合、最も問題となるのは展開のパラメータを何に取るか、近似項を増していつある解に収束するか否かである。

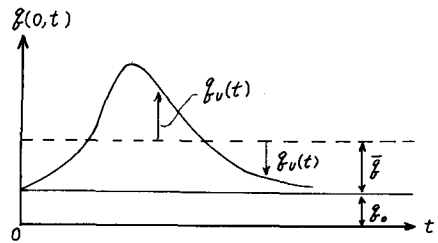
2 擾動法による線形化

幅の広い長方形水路で横流入を含む不定流の連続方程式、運動方程式は

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial g}{\partial x} - \frac{g_L}{b} = 0 \quad \text{----- (1)}$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + g \frac{\partial h}{\partial x} + g(i_f - i_0) + \frac{g_L u}{b h} = 0 \quad \text{--- (2)}$$

ここで h : 水深 g : 単位幅当りの流量
 b : 水路幅 g_L : 水路単位長さ当りの横流入量
 u : 平均流速 i_f : 摩擦勾配
 i_0 : 水路底勾配 g : 重力加速度



第1図 上流端でのハイドログラフ

次に第1図に示すように上流端に於る流量・時間曲線で

変動流量の平均値を $\bar{g}$ 、同様に上流端に於る変動水位の平均値を $\bar{h}$ とし、 g_0, u_0, h_0 を定常流に対する水理量とし、 $u_0 + \bar{u}$ を次式の様におく

$$u_0 + \bar{u} = \frac{g_0 + \bar{g}}{h_0 + \bar{h}} \quad \text{----- (3)}$$

任意地点 x 、任意時刻 t に於る流量 $g(x, t)$ 、水位 $h(x, t)$ 及び流速 $u(x, t)$ を次式の様に展開する。

$$g(x, t) = (g_0 + \bar{g}) \left\{ 1 + \frac{g_1(x, t)}{g_0 + \bar{g}} + \frac{g_2(x, t)}{(g_0 + \bar{g})^2} + \dots \right\} \quad \text{----- (4)}$$

$$h(x, t) = (h_0 + \bar{h}) \left\{ 1 + \frac{h_1(x, t)}{h_0 + \bar{h}} + \frac{h_2(x, t)}{(h_0 + \bar{h})^2} + \dots \right\} \quad \text{----- (5)}$$

$$u(x, t) = (u_0 + \bar{u}) \left\{ 1 + \frac{u_1(x, t)}{u_0 + \bar{u}} + \frac{u_2(x, t)}{(u_0 + \bar{u})^2} + \dots \right\} \quad \text{----- (6)}$$

今 $\varepsilon = 1/(g_0 + \bar{g})$ 、 $\lambda = u_0 + \bar{u}$ 、 $m = h_0 + \bar{h}$ とおけば上式は

$$g(x, t) = (g_0 + \bar{g}) \{ 1 + \varepsilon g_1(x, t) + \varepsilon^2 g_2(x, t) + \dots \} \quad \text{----- (7)}$$

$$h(x, t) = (h_0 + \bar{h}) \{ 1 + \lambda \varepsilon h_1(x, t) + \lambda^2 \varepsilon^2 h_2(x, t) + \dots \} \quad \text{----- (8)}$$

$$u(x, t) = (u_0 + \bar{u}) \{ 1 + m \varepsilon u_1(x, t) + m^2 \varepsilon^2 u_2(x, t) + \dots \} \quad \text{----- (9)}$$

(4)~(6)式を(1), (2)式に代入して $\varepsilon, \varepsilon^2, \varepsilon^3, \dots$ オーダーで整理すると(紙面の都合上 $O(\varepsilon^3)$ 以上は省く)
 $O(\varepsilon)$;

$$\frac{\partial h_1}{\partial t} + \frac{\partial \bar{g}_1}{\partial x} - \frac{\bar{g}_1}{b} = 0 \quad \dots \dots (10)$$

$$\frac{\partial u_1}{\partial t} + (u_0 + \bar{u}) \frac{\partial u_1}{\partial x} + g \frac{\partial h_1}{\partial x} + g S_0 (1 - 2a_0 \frac{h_1}{h_0 + \bar{h}} + 2 \frac{u_1}{u_0 + \bar{u}}) - g i_0 + \frac{\bar{g}_1}{b} \frac{(u_0 + \bar{u})}{(h_0 + \bar{h})} = 0 \quad \dots (11)$$

$$\bar{g}_1 = (u_0 + \bar{u}) h_1 + (h_0 + \bar{h}) u_1 \quad \dots \dots (12)$$

$O(\varepsilon^2)$;

$$(\bar{g}_0 + \bar{g}) \frac{\partial h_2}{\partial t} + (h_0 + \bar{h}) \frac{\partial \bar{g}_2}{\partial x} = 0 \quad \dots \dots (13)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial u_2}{\partial t} + (u_0 + \bar{u}) \frac{\partial u_2}{\partial x} + g \frac{(u_0 + \bar{u})}{(h_0 + \bar{h})} \frac{\partial h_2}{\partial x} + 2g S_0 \left\{ -a_0 \frac{(u_0 + \bar{u})}{(h_0 + \bar{h})^2} h_2 + \frac{u_2}{(u_0 + \bar{u})} \right\} \\ & = -(u_0 + \bar{u}) u_1 \frac{\partial u_1}{\partial x} - g S_0 \left\{ a_0 (2a_0 + 1) \frac{(u_0 + \bar{u})}{(h_0 + \bar{h})^2} h_1^2 - \frac{4a_0}{(h_0 + \bar{h})} u_1 h_1 + \frac{u_1^2}{(u_0 + \bar{u})} \right\} + \frac{\bar{g}_1}{b} \frac{(u_0 + \bar{u})}{(h_0 + \bar{h})} \left\{ \frac{(u_0 + \bar{u})}{(h_0 + \bar{h})} h_1 \right. \\ & \quad \left. - u_1 \right\} \dots \dots (14) \end{aligned}$$

$$\bar{g}_2 = (u_0 + \bar{u})^2 h_2 + (h_0 + \bar{h})^2 u_2 \quad \dots \dots (15)$$

ここで S_0, a_0 は次の通りである。

$$S_0 = \frac{m^2 (u_0 + \bar{u})^2}{(h_0 + \bar{h})^{5/3}} \quad a_0 = \frac{2}{3} \quad \text{for Manning formula} \quad (16)$$

$$S_0 = \frac{(u_0 + \bar{u})^2}{c^2 (h_0 + \bar{h})^2} \quad a_0 = \frac{1}{2} \quad \text{for Chezy's formula} \quad (17)$$

(10), (11), (12)より $\bar{g}_1$ で整理すると

$$\begin{aligned} & \{g(h_0 + \bar{h})^3 - (\bar{g}_0 + \bar{g})^2\} \frac{\partial^2 \bar{g}_1}{\partial x^2} - 2(\bar{g}_0 + \bar{g})(h_0 + \bar{h}) \frac{\partial^2 \bar{g}_1}{\partial x \partial t} - (h_0 + \bar{h})^2 \frac{\partial^2 \bar{g}_1}{\partial t^2} - 2(1 + a_0)g S_0 (h_0 + \bar{h})^2 \frac{\partial \bar{g}_1}{\partial x} \\ & - 2g S_0 \frac{(h_0 + \bar{h})^3}{(\bar{g}_0 + \bar{g})} \frac{\partial \bar{g}_1}{\partial t} = \frac{1}{b} \{g(h_0 + \bar{h})^3 - (\bar{g}_0 + \bar{g})^2\} \frac{\partial \bar{g}_1}{\partial x} - 2(1 + a_0)g S_0 (h_0 + \bar{h})^2 \frac{\bar{g}_1}{b} \quad \dots \dots (18) \end{aligned}$$

この左辺の偏微分式を L で表わし、右辺を $\phi(\bar{g}_1)$ で表わすと簡単に $L[\bar{g}_1] = \phi(\bar{g}_1) \dots (19)$ となる。

同様に(10), (11), (12)より h_1 でまとめると $L[h_1] = \psi_1(\bar{g}_1) \dots (20)$

$$\psi_1(\bar{g}_1) = -\frac{2}{b}(\bar{g}_0 + \bar{g})(h_0 + \bar{h}) \frac{\partial \bar{g}_1}{\partial x} - \frac{(h_0 + \bar{h})^2}{b} \frac{\partial \bar{g}_1}{\partial t} - 2g S_0 \frac{(h_0 + \bar{h})^3}{(\bar{g}_0 + \bar{g})} \frac{\bar{g}_1}{b} \quad \dots \dots (21)$$

全く同様に(13)~(15)より $\bar{g}_2, \psi_2$ の1本の式に表わすと夫々

$$L[\bar{g}_2] = \phi_2(\bar{g}_1, h_1, \bar{g}_1) \dots \dots (22)$$

$$L[h_2] = \psi_2(\bar{g}_1, h_1, \bar{g}_1) \dots \dots (23)$$

$$\text{以後 } O(\varepsilon^3) \text{ から } L[\bar{g}_3] = \phi_3(\bar{g}_2, h_2, \bar{g}_2) \dots \dots (24)$$

$$L[h_3] = \psi_3(\bar{g}_2, h_2, \bar{g}_2) \dots \dots (25)$$

$$O(\varepsilon^4) \text{ から } L[\bar{g}_4] = \phi_4(\bar{g}_3, h_3, \bar{g}_3)$$

$$L[h_4] = \psi_4(\bar{g}_3, h_3, \bar{g}_3)$$

$\vdots$

この L が非自己随伴の双曲型偏微分方程式である。 $\phi_2, \phi_3, \dots$ 及び $\psi_2, \psi_3, \dots$ は非線形の形になっているが、前回の解で表わされているので既知である。従って次に述べる境界条件、初期条件を考慮してGreen関数を使ってこれらの方程式を順次解いて、(4)~(6)式に代入すれば解が求まる。

オ-1図に示す様に $x=0$ に於るハイドログラフの平均値 $\bar{q}$ を基準に増減する流量を $q_u(t)$ とする。(同様に $h_u(t)$ を定義する) 境界条件, 初期条件は夫々2ずつ次のようになる。 h についても全く同じ形になる。

$$\begin{aligned} \text{境界条件1} \quad q(0, t) &= q_0 + \bar{q} + q_u(t) \quad \bar{q}_u(t) = 0 \quad \text{for } x=0, t>0 \\ &= q_0 + \bar{q} + q_1(0, t) + q_2(0, t)/(q_0 + \bar{q}) + \dots \\ \therefore q_1(0, t) &= q_u(t), q_2(0, t) = q_3(0, t) = \dots = 0 \end{aligned} \quad (26)$$

$$\begin{aligned} \text{境界条件2} \quad q(\infty, t) &= q_0 \quad \text{for } x \rightarrow \infty, t>0 \\ &= q_0 + \bar{q} + q_1(\infty, t) + q_2(\infty, t)/(q_0 + \bar{q}) + \dots \\ \therefore q_1(\infty, t) &= -\bar{q}, q_2(\infty, t) = q_3(\infty, t) = \dots = 0 \end{aligned} \quad (27)$$

$$\begin{aligned} \text{初期条件1} \quad q(x, 0) &= q_0 \quad \text{for } x>0, t=0 \\ &= q_0 + \bar{q} + q_1(x, 0) + q_2(x, 0)/(q_0 + \bar{q}) + \dots \\ \therefore q_1(x, 0) &= -\bar{q}, q_2(x, 0) = q_3(x, 0) = \dots = 0 \end{aligned} \quad (28)$$

$$\text{初期条件2} \quad \frac{\partial q(x, 0)}{\partial t} = 0 \quad \text{for } x>0, t=0 \quad \therefore \frac{\partial q_1(x, 0)}{\partial t} = \frac{\partial q_2(x, 0)}{\partial t} = \frac{\partial q_3(x, 0)}{\partial t} = \dots = 0 \quad (29)$$

3. グリーン関数の適用

これらの境界条件, 初期条件のもとに, q_1, h_1 に対する(19), (20)式, q_2, h_2 に対する(22), (23)式, q_3, h_3 に対する(24), (25)式 ----- は同様に扱われる。例えば q_1 については, (19)式とその随伴微分表式を広義のグリーン関数の公式に入れ, 随伴Green関数 G^* を利用すると, Green関数は次式となる。(詳細については文献(1)を参照されたい)

$$\begin{aligned} G(\xi, \tau, x, t) &= \frac{-\exp\{d_1(x-\xi) - d_2(t-\tau)\}}{2 \sqrt{g(h_0 + \bar{h})^5}} \left\{ I_0 \left\{ d_3 \sqrt{(t-\tau - \frac{x-\xi}{C_{01}})(t-\tau - \frac{x-\xi}{C_{02}})} \right\} \right. \\ &\quad \left. H \left\{ t-\tau - \frac{(U_0 + \bar{U})(x-\xi)}{C_{01} C_{02}} + \sqrt{g(h_0 + \bar{h})} \frac{|x-\xi|}{C_{01} C_{02}} \right\} - I_0 \left\{ d_3 \sqrt{(t-\tau - \frac{x}{C_{01}} + \frac{\xi}{C_{02}})(t-\tau - \frac{x}{C_{02}} + \frac{\xi}{C_{01}})} \right\} H \left\{ t-\tau - \frac{x}{C_{01}} + \frac{\xi}{C_{02}} \right\} \right\} \end{aligned} \quad (30)$$

ここに ξ, τ : パラメータ

I_0 : 0 次のオ-1種変形ベッセル関数 H : ヘビサイドの階段関数

$$d_1 = \frac{a_0 S_0}{(h_0 + \bar{h})} \quad d_2 = \frac{S_0(U_0 + \bar{U})(U_0 Fr^2 + 1)}{(h_0 + \bar{h}) Fr^2} \quad d_3 = \frac{S_0(U_0 + \bar{U}) \sqrt{(1 - Fr^2)(1 - U_0^2 Fr^2)}}{(h_0 + \bar{h}) Fr^2}$$

$$C_{01} = (U_0 + \bar{U}) + \sqrt{g(h_0 + \bar{h})} \quad C_{02} = (U_0 + \bar{U}) - \sqrt{g(h_0 + \bar{h})} \quad Fr = (U_0 + \bar{U}) / \sqrt{g(h_0 + \bar{h})}$$

但し(30)式は $Fr < 1$ に対しての式である。この $G(\xi, \tau, x, t)$ を使って解は次の様になる。

$$\begin{aligned} q_1(x, t) &= \int_0^t \int_0^\infty G(\xi, \tau, x, t) \phi_1(q_L) d\xi d\tau \quad h_1(x, t) = \int_0^t \int_0^\infty G(\xi, \tau, x, t) \psi_1(q_L) d\xi d\tau \\ &\quad - \int_0^t \left[q_u(\tau) A G_{\xi=0} \right]_{\tau=0} d\tau - \bar{q} \int_0^\infty \left[2BG_{\xi} + CG_{\tau} - EG \right]_{\tau=0} d\xi \dots \quad - \int_0^t \left[h_u(\tau) A G_{\xi=0} \right]_{\tau=0} d\tau - \bar{h} \int_0^\infty \left[2BG_{\xi} + CG_{\tau} - EG \right]_{\tau=0} d\xi \dots \end{aligned} \quad (32)$$

$$q_2(x, t) = \int_0^t \int_0^\infty G \phi_2(q_1, h_1, q_L) d\xi d\tau \quad (33) \quad h_2(x, t) = \int_0^t \int_0^\infty G \psi_2(q_1, h_1, q_L) d\xi d\tau \quad (34)$$

$$q_3(x, t) = \int_0^t \int_0^\infty G \phi_3(q_2, h_2, q_L) d\xi d\tau \quad (35) \quad h_3(x, t) = \int_0^t \int_0^\infty G \psi_3(q_2, h_2, q_L) d\xi d\tau \quad (36)$$

⋮

⋮

ここで $G_{\xi} = \partial G / \partial \xi$, $G_{\tau} = \partial G / \partial \tau$, $A = g(h_0 + \bar{h})^3 - (g_0 + \bar{g})^2$, $B = (g_0 + \bar{g})(h_0 + \bar{h})$

$$C = (h_0 + \bar{h})^2, E = 2gS_0(h_0 + \bar{h})^3 / (g_0 + \bar{g})$$

次に $g(\chi, t) = 0$ のときの g のオ1近似値を求める式となる。

$$\begin{aligned} g(\chi, t) = & g_0 + \bar{g} + g_u(t - \frac{\chi}{C_{01}}) e^{-d_4 \chi} + \frac{d_3}{2} (\frac{1}{C_{01}} + \frac{1}{C_{02}}) \chi e^{d_1 \chi} \int_0^{\tau_1} \frac{g_u(\tau)}{e^{d_2(\tau - \tau_1)}} \frac{I_1(d_3 R)}{R} d\tau \\ & + k_1 \exp(d_1 \chi - d_1 t) \left\{ k_2 \left\{ \int_0^{\xi_1} e^{-d_1 \xi} I_0(d_3 P) d\xi - \int_0^{\xi_2} e^{-d_1 \xi} I_0(d_3 Q) d\xi \right\} \right. \\ & - k_3 e^{d_1 C_{02} t} (e^{-d_1 \chi} - e^{-\frac{C_{02}}{C_{01}} d_1 \chi}) + k_4 \left\{ \int_0^{\xi_1} \xi e^{-d_1 \xi} \frac{I_1(d_3 P)}{P} d\xi - \int_0^{\xi_2} \xi e^{-d_1 \xi} \frac{I_1(d_3 Q)}{Q} d\xi \right\} \\ & \left. + \left\{ k_5 t + (k_1 + k_6) \chi \right\} \int_0^{\xi_1} e^{-d_1 \xi} \frac{I_1(d_3 P)}{P} d\xi - \left\{ k_5 t + (k_4 + k_7) \chi \right\} \int_0^{\xi_2} e^{-d_1 \xi} \frac{I_1(d_3 Q)}{Q} d\xi \right\} \\ & \dots (37) \end{aligned}$$

ここで $\xi_1 = C_{02} \chi / C_{01} - C_{02} t$ $\xi_2 = \chi - C_{02} t$ $\tau_1 = t - \chi / C_{01}$

$$P = \sqrt{(t - \frac{\chi}{C_{01}} + \frac{\xi}{C_{02}})(t - \frac{\chi}{C_{02}} + \frac{\xi}{C_{01}})} \quad Q = \sqrt{(t - \frac{\chi}{C_{01}} + \frac{\xi}{C_{01}})(t - \frac{\chi}{C_{02}} + \frac{\xi}{C_{02}})}$$

$$R = \sqrt{(t - \tau - \frac{\chi}{C_{01}})(t - \tau - \frac{\chi}{C_{02}})} \quad k_1 = \frac{\bar{g} S_0}{2\sqrt{g(h_0 + \bar{h})^5}} \quad k_2 = (a_0 + \frac{1}{F_r^2})(g_0 + \bar{g})$$

$$k_3 = \frac{(h_0 + \bar{h})^2 (1 + F_r)}{S_0 (1 - F_r)} \quad k_4 = (h_0 + \bar{h}) \sqrt{\frac{1 - a_0^2 F_r^2}{1 - F_r^2}} \quad k_5 = \frac{(g_0 + \bar{g})(1 + F_r^2)}{F_r^2} \sqrt{\frac{1 - a_0^2 F_r^2}{1 - F_r^2}}$$

$$k_6 = g(h_0 + \bar{h})^2 \sqrt{(1 - F_r^2)(1 - a_0^2 F_r^2)} \left(\frac{1}{C_{01}^2} + \frac{1}{C_{02}^2} \right) \quad k_7 = g(h_0 + \bar{h})^2 \sqrt{(1 - F_r^2)(1 - a_0^2 F_r^2)} \frac{2}{C_{01} C_{02}}$$

$$k_8 = \bar{h} S_0 / 2\sqrt{g(h_0 + \bar{h})^5}$$

(37)式で $g_u \rightarrow hu$, $k_1 \rightarrow k_8$ に代えると $h(\chi, t)$ のオ1近似値になる。

4. 数値計算例

始めに $\chi = 0$ で微小擾乱 g_p , h_p , u_p が加わったときの伝播速度を解析的に求めてみる。

$$g(\chi, t) = g_0 + g_p(\chi, t), h(\chi, t) = h_0 + h_p(\chi, t), u(\chi, t) = u_0 + u_p(\chi, t)$$

$$\text{とし } g_0 \gg g_p, h_0 \gg h_p, u_0 \gg u_p$$

摂動法の観点から見れば, $\bar{g} = \bar{h} = \bar{u} = 0$ としてオ1近似値を求めることになる。($g_1 = g_p$, $h_1 = h_p$, $u_1 = u_p$)

簡単のため運動方程式で加速度項を無視すると

$$\frac{g_0}{2i_0} \frac{\partial^2 g_p}{\partial \chi^2} - \frac{(1+a_0)g_0}{h_0} \frac{\partial g_p}{\partial \chi} - \frac{\partial g_p}{\partial t} = \frac{g_0}{2i_0 b} \frac{\partial g_L}{\partial \chi} + \frac{g_0^2}{2g h_0^2 i_0 b} \frac{\partial g_L}{\partial t} - \frac{g_0}{h_0} \frac{(1+a_0)}{b} g_L \dots (38)$$

$$\text{或いは } \frac{g_0}{2i_0} \frac{\partial^2 h_p}{\partial \chi^2} - \frac{(1+a_0)g_0}{h_0} \frac{\partial h_p}{\partial \chi} - \frac{\partial h_p}{\partial t} = - \frac{g_0^2}{2g h_0^2 i_0 b} \frac{\partial g_L}{\partial \chi} - \frac{g_L}{b} \dots (39)$$

これらの式では(26), (27)の境界条件と(28)の初期条件を考えればよい。この時Green関数は次式になる。

$$G(\xi, \tau; \chi, t) = -d_1' \frac{\exp[d_2'(\chi - \xi) - d_3'(t - \tau)]}{\sqrt{2\pi(t - \tau)}} H(t - \tau) \left\{ \exp\left[-\frac{d_4'(\xi - \chi)^2}{(t - \tau)}\right] - \exp\left[-\frac{d_4'(\xi + \chi)^2}{(t - \tau)}\right] \right\} \dots (40)$$

かくして, g_p , h_p は次式となる

$$g_p(\chi, t) = \chi \sqrt{\frac{i_0}{2\pi g_0}} \int_0^t \frac{g_u(\tau)}{(t - \tau)^{3/2}} \exp\left\{-\frac{i_0}{2g_0} \frac{[\chi - (1+a_0)u_0(t - \tau)]^2}{(t - \tau)}\right\} d\tau \dots (41)$$

$$h_p(x,t) = x \sqrt{\frac{l_0}{2\pi q_0}} \int_0^t \frac{h_u(\tau)}{(t-\tau)^{3/2}} \exp\left\{-\frac{l_0}{2q_0} \frac{[x-(1+a_0)u_0(t-\tau)]^2}{(t-\tau)}\right\} d\tau \quad (42)$$

$x=0$ で Δt 時間だけ続く波高 K の長方形波を $h_u(t)$ と考えると上式は、(文献(2)のP.187参照)

$$h_p(x,t) = K x \sqrt{\frac{l_0}{2\pi q_0}} \int_0^{\Delta t} \frac{1}{(t-\tau)^{3/2}} \exp\left\{-\frac{l_0}{2q_0} \frac{[x-(1+a_0)u_0(t-\tau)]^2}{(t-\tau)}\right\} d\tau$$

$t-\tau=y$ とおき、 $\partial h_p / \partial t = 0$ とすれば次式が出る。

$$x^2 = \frac{t(t-\Delta t)}{\Delta t} \left\{ (1+a_0)^2 u_0^2 \Delta t - \frac{3q_0}{l_0} \log e \frac{(t-\Delta t)}{t} \right\}$$

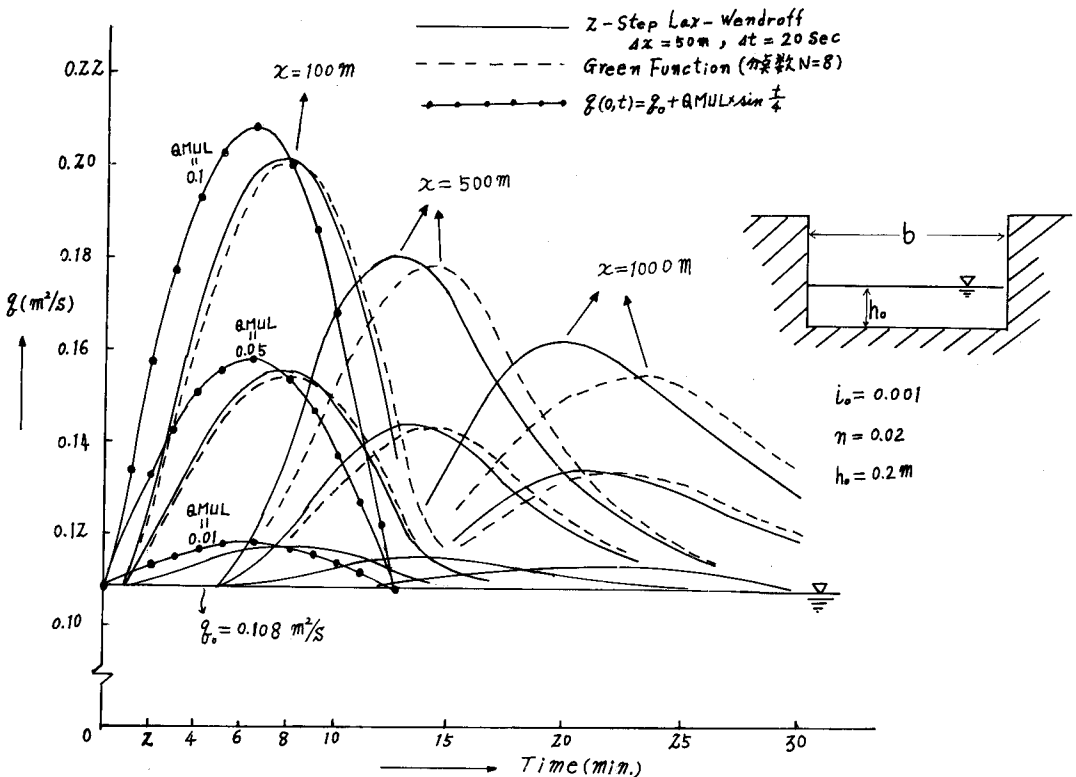
$x=0$ から遠い場所では $t \gg \Delta t$ $\therefore x = (1+a_0)u_0 t$

即ち伝播速度 $w = (1+a_0)u_0$ となり Chezy の式では $w = \frac{3}{5} u_0$, Manning 式で $w = \frac{5}{8} u_0$ となる。

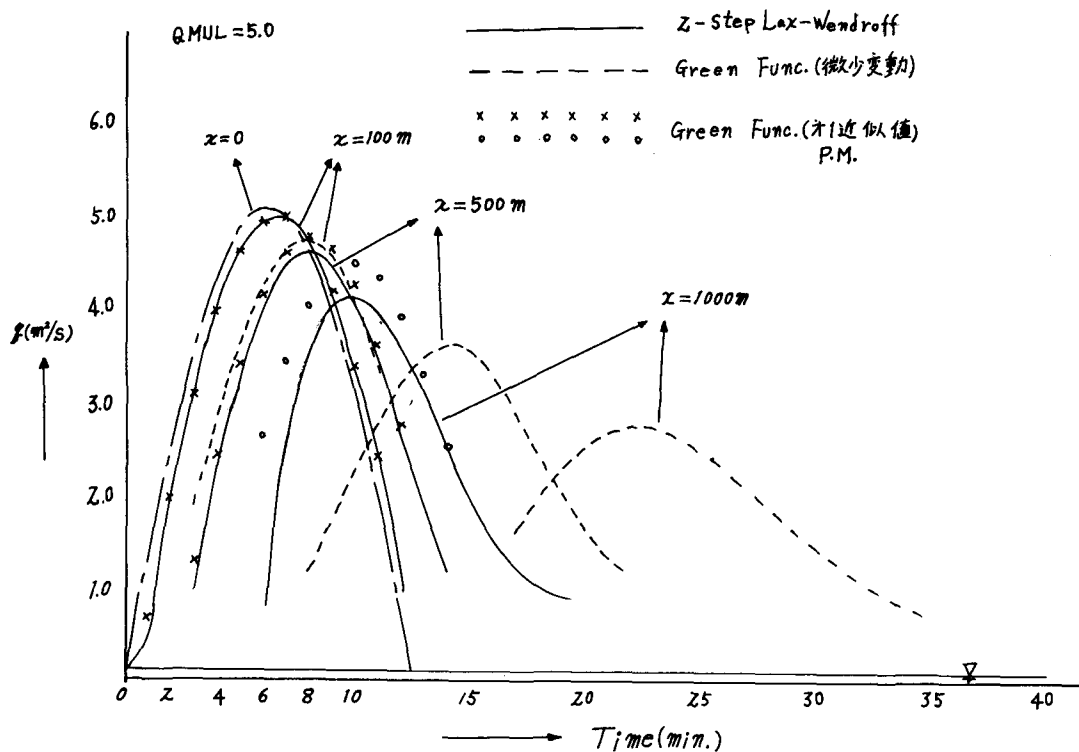
次にオ2図は、 $x=0$ に於る q_p のピークが等流量 q_0 の1割、5割、10割の場合について、差分法の例として 2-step Lax-Wendroff 法と微小擾乱として線形化し Green関数を用いた場合との比較を示したものである。これより微小擾乱としての取扱いはピーク流量が q_0 の1割までである。それ以上になると、増水期に於て少なく、減水期において大きく出てくる。又この誤差は下流に行く程大きくなること分かる。

最後にオ3図は、オ2図と同じ水路で q_p のピークが q_0 の50倍の場合に、2-step Lax-Wendroff 法と摂動法によるオ1近似値とを比較したものである。摂動法によるオ1近似値のみでも $x=100m$ では、2-step Lax-Wendroff 法と一致するが $x=500m$ では、ハイドログラフがかなり右にずれてくる。更に下流に行くと差はもっとひどくなる。

オ2, 3近似値を取るとこの差は少なくなると推測されるが、計算結果がでていないので何とも言えない。



オ2図 微小擾乱による線形化と 2-Step Lax-Wendroff 法との比較



オ3図 摂動法オ1近似値と2-Step Lax-Wendroff法との比較

5. あとがき

摂動法による計算結果はオ1近似値までしか示すことができなかった。今後オ2, 3……近似値と取って行ったら2-Step Lax-Wendroff法と、どのような差になるのか数値計算して行く考えである。本方法による数値計算は(37)式を見ても分かるように数値積分に帰せられる。オ2近似値以降を求める場合には、2重積分を数値的に求めなければならない。この被積分関数が複雑なので現在のプログラムで苦労している。本論文では摂動のパラメーターを(4), (5), (6)式にあるように q に対し $1/(q_0 + \bar{q})$, h に対し $1/(h_0 + \bar{h})$, u に対し $1/(u_0 + \bar{u})$ を取ったのであるが、如何なるパラメーターを取れば収束が最も早くなるのか、この点を究明して行きたい。これは摂動法の本質的な問題である。最後に本研究に対し、御協力頂いた岡田包儀技官、学生員の種谷理、名知隆之、増田浩泰の諸氏に深く感謝する次第です。

参考文献

- (1) 佐渡公明：グリーン南数による南水路不定流の解析，土木学会オ29回年次学術講演会概要集オ2部，1974
- (2) 岸 力：水理学演習(2)，学献社，1970
- (3) Wilfried Brutsaert；Review of Green's Functions for Linear Open Channel，Proc. A.S.C.E. Vol. 99. No. EM6. 1973
- (4) Greenberg, M.D.：Application of Green's Functions in Science and Engineering, Prentice-Hall, 1971
- (5) 伊藤 剛：数値解析の応用と基礎，アテネ出版，1971