

立体トラスの横倒れ座屈について

北海道大学 正員 能所純雄
函館ドック 〃 〃 新谷勇

1 まえがき

最近の長大橋梁の進歩は著しいものがあり、それに伴って種々の解決すべき問題が残されている。その1つに横倒れ座屈の問題がある。従来トラス系橋梁の横倒れ座屈の計算方法としてトラスを静力学的に等価なはりに置換した断面箇所として断面定数を求め、断面形不変として取扱っているようであるが、これを更に忠実にデスクリートなモデルとして解析することが望まれる。この趣旨に沿い、本文では図に示すような単純トラスを想定し、トラス格子上における釣合方程式を求めた微小変形を仮定して、変形後における釣合条件式(座屈条件式)を各節毎にたて変形に対する行列式の値を零と置いて座屈荷重を求めたのでその結果を報告する。
なお部材軸力の計算には定和分変換公式を使用した。

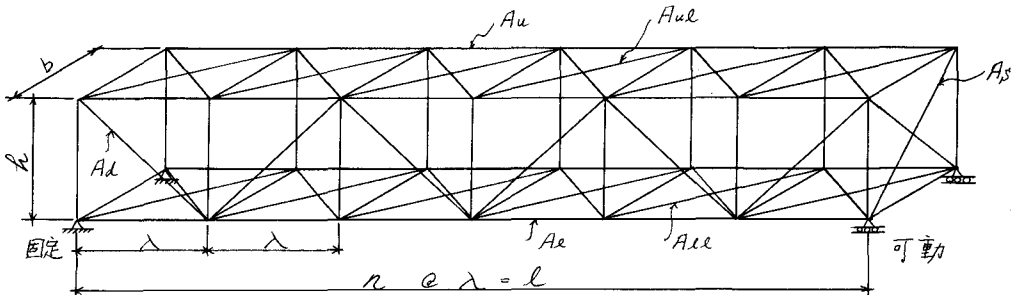


図-1 骨組図

A; 部材断面積

h; 主構高

b; 主構間隔

lambda; 対傾構間隔

2 公式

フーリエ定和分変換及び逆変換公式

$$\rho_n[f(x)] = \sum_{n=1}^{n-1} f(x) \sin \frac{n\pi}{l} x, \quad C_n[f(x)] = \sum_{n=1}^{n-1} f(x) \cos \frac{n\pi}{l} x.$$

$$f(x) = \frac{2}{l} \sum_{n=1}^{n-1} \rho_n[f(x)] \sin \frac{n\pi}{l} x, \quad f(x) = \frac{2}{l} \sum_{n=0}^n C_n[f(x)] \cos \frac{n\pi}{l} x.$$

(x, n = 0, 1, ..., n)

なお詳しくは参考文献 (1), (2) を参照されたい。

3 釣合方程式

(仮定)

1. 部材の夫々の断面積は全て一定とする。
2. 上、下弦材の鉛直方向変位、及び両主構の橋軸直角方向変位は等しいとする。
3. 全節点は全てピン結合とする。
4. 左支点は橋軸方向、橋軸直角方向共に固定、右支点は橋軸方向は可動、橋軸直角方向は固定とする。

橋軸面の、 k 部材について、その最初の部材長を l_{ik} 、荷重が加った後の部材長を a_{ik} とすると、部材に生じる力は

$$N_{ik} = \frac{A_{ik} \cdot E (a_{ik} - l_{ik})}{l_{ik}}$$

任意の節点長の釣合方程式は

$$\left. \begin{aligned} U \text{ 方向} \quad \sum \frac{A_{ik} \cdot E (a_{ik} - l_{ik})}{l_{ik}} \cdot \cos \alpha_{ik} &= 0 \\ V \text{ 方向} \quad \sum \frac{A_{ik} \cdot E (a_{ik} - l_{ik})}{l_{ik}} \cdot \sin \alpha_{ik} &= 0 \end{aligned} \right\} (1)$$

橋軸直角面の部材についても同様な形で表わすことができる。

(1) 式中

A_{ik} ; i, k 部材の断面積

E ; 弾性係数、

$\sum$ は k 変に集まる全ての部材について行う。

i, k 部材の微小変位の成分を $\delta u_i, \delta v_i, \delta u_k, \delta v_k$ とすると微小変位に対する部材 i, k の部材長の微小変化 δa_{ik} 、及び角 α_{ik} の微小変化 $\delta \alpha_{ik}$ は次の様になる。

$$\left. \begin{aligned} \delta a_{ik} &= (\delta u_k - \delta u_i) \cos \alpha_{ik} + (\delta v_k - \delta v_i) \sin \alpha_{ik} \\ \delta \alpha_{ik} &= \frac{1}{a_{ik}} \left\{ -(\delta u_k - \delta u_i) \sin \alpha_{ik} + (\delta v_k - \delta v_i) \cos \alpha_{ik} \right\} \end{aligned} \right\} (2)$$

(1) 式の a_{ik} の代りに $a_{ik} + \delta a_{ik}$ 、 α_{ik} の代りに $\alpha_{ik} + \delta \alpha_{ik}$ を用い、変位 $\delta u, \delta v$ が微小であるから次式を得る。

$$\left. \begin{aligned} \sum \frac{A_{ik} \cdot E}{l_{ik}} \cdot \cos \alpha_{ik} \cdot \delta a_{ik} - \sum \frac{A_{ik} \cdot E \cdot (a_{ik} - l_{ik})}{l_{ik}} \cdot \sin \alpha_{ik} \cdot \delta \alpha_{ik} &= 0 \\ \sum \frac{A_{ik} \cdot E}{l_{ik}} \cdot \sin \alpha_{ik} \cdot \delta a_{ik} + \sum \frac{A_{ik} \cdot E \cdot (a_{ik} - l_{ik})}{l_{ik}} \cdot \cos \alpha_{ik} \cdot \delta \alpha_{ik} &= 0 \end{aligned} \right\} (3)$$

同様に i, j 部材については

$$\left. \begin{aligned} \delta a_{ij} &= (\delta u_j - \delta u_i) \cos \beta_{ij} + (\delta w_j - \delta w_i) \sin \beta_{ij} \\ \delta \beta_{ij} &= \frac{1}{a_{ij}} \left\{ -(\delta u_j - \delta u_i) \sin \beta_{ij} + (\delta w_j - \delta w_i) \cos \beta_{ij} \right\} \end{aligned} \right\} (4)$$

$$\left. \begin{aligned} \sum \frac{A_{ij} \cdot E}{l_{ij}} \cdot \cos \beta_{ij} \cdot \delta a_{ij} - \sum \frac{A_{ij} \cdot E \cdot (a_{ij} - l_{ij})}{l_{ij}} \cdot \sin \beta_{ij} \cdot \delta \beta_{ij} &= 0 \\ \sum \frac{A_{ij} \cdot E}{l_{ij}} \cdot \sin \beta_{ij} \cdot \delta a_{ij} + \sum \frac{A_{ij} \cdot E \cdot (a_{ij} - l_{ij})}{l_{ij}} \cdot \cos \beta_{ij} \cdot \delta \beta_{ij} &= 0 \end{aligned} \right\} (5)$$

(3) と (5) 式を組合せ、 $\delta a_{ik}, \delta a_{ij}, \delta \alpha_{ik}, \delta \beta_{ij}$ の式を代入すると、独立変位 $\delta u, \delta v, \delta w$ の数だけの同次 1 次方程式が求まり、 $\delta u, \delta v, \delta w$ を決めることができる。即ち仮定した釣合変位形はこの方程式が $\delta u, \delta v, \delta w$ に対して零でない解を持つ場合に可能であるから、座屈荷重はこの方程式の行列式を零と置けば求まる。

(3) 及び (5) 式における $\frac{A_{ik} \cdot E (a_{ik} - l_{ik})}{l_{ik}}$ は部材力を表わしており、これを計算するのにまず各部材力を

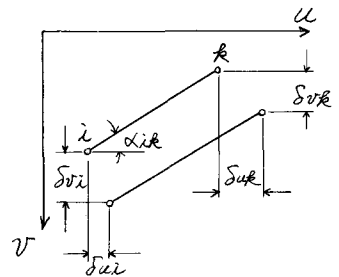


図-2 橋軸面

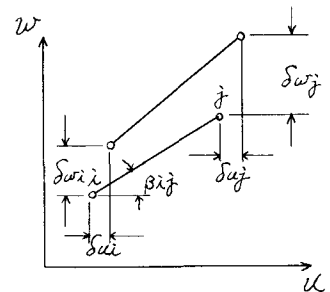


図-3 橋軸直角面

フックの法則に表わし、各変位における釣合方程式を作り定積分変換公式を用いて和分した変位に関する剛性マトリックスを作る。次にこのマトリックスを解き、逆変換を施すと変位が求まり部材力が計算できる。
部材力は上載荷重 P で表わされるから座屈条件式の中には P が含まれる。この P の値を変化させると行列式の値を計算することができる。

(4) 計算例

入力データ-1 (全格束に載荷) 図-4, 図-6

$$\begin{cases} \text{部材断面積} & \left\{ \begin{aligned} A_d &= 0.08 \text{ m}^2, A_u = 0.167, A_e = 0.208, A_{ul} = A_{el} = 0.0182 \\ \text{対傾構の断面積は} & 0.00001 \text{ m}^2 \sim 100.0 \text{ の } 8 \text{ 種類} \end{aligned} \right. \\ & l = 30 \text{ m}, \lambda = 14 \text{ m}, b = 22 \text{ m}, n = 6 \end{cases}$$

入力データ-2.

入力データ-1.と同じで主構間隔 $b = 10 \text{ m}$ とした場合. 図-6の点線

入力データ-3.

入力データ-1と同じで片側主構に載荷させた場合 表-1

入力データ-4 (全格束に載荷) 図-5, 図-7

$$\begin{cases} \text{部材断面積} & \left\{ \begin{aligned} A_d &= 0.0119 \text{ m}^2, A_u = 0.0240, A_e = 0.0177, A_{ul} = A_{el} = 0.0026 \\ \text{対傾構の断面積は} & 0.00001 \text{ m}^2 \sim 100.0 \text{ の } 8 \text{ 種類} \end{aligned} \right. \\ & l = 8.0 \text{ m}, \lambda = 5.7 \text{ m}, b = 6.5 \text{ m}, n = 12 \end{cases}$$

入力データ-5 図-8

$$\begin{cases} \text{部材断面積} & A_d = 0.0119 \text{ m}^2, A_u = 0.0240, A_e = 0.0177, A_{ul} = A_{el} = 0.0026, A_p = 0.0040 \\ & l = 8.0 \text{ m}, b = 6.5 \text{ m}, n = 12 \text{ の支間長を } 60 \text{ m}, 80 \text{ m}, 100 \text{ m}, 120 \text{ m} \end{cases}$$

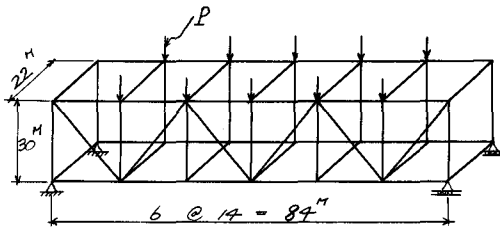


図-4

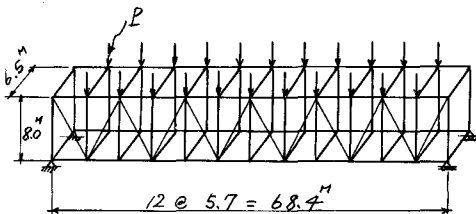
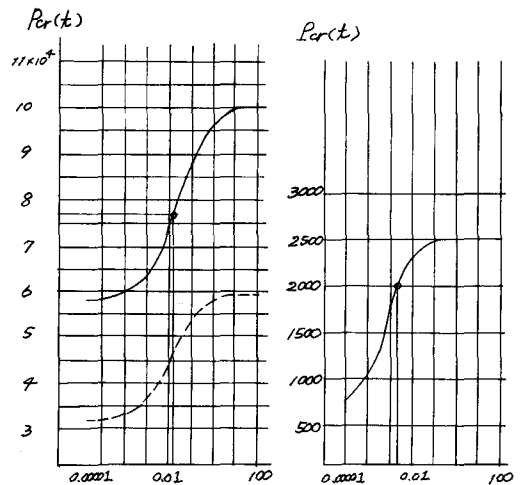


図-5



対傾構の断面積(m²)
0印は実対傾構 $A_p = 0.02$

図-6

対傾構の断面積(m²)
 $A_p = 0.004$

図-7

断面積 m ²	P_{cr} (t)
0.0001	11 9000
0.01	14 8700
0.1	17 6500
100	21 0000

表-1

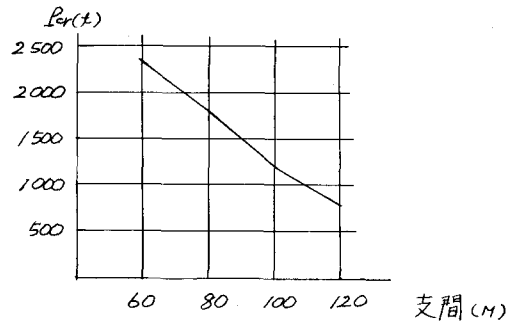


図-8

5 結い

トラスの格点における微小変形を仮定して座屈条件式を作成し、対傾構の断面積を種々変えた場合や支間も変化した場合の単純トラスの横倒れ座屈の計算例を示した。この例より次の事が言える。

- (1) 対傾構の断面積を必要以上に大きく、あるいは小さくすると座屈荷重は限界値に近づく。
- (2) 主構高 (h) と主構間隔 (b) との比 h/b が大きくなると座屈荷重は小さくなる。即ち危険側となる。
- (3) 片側主構に載荷した場合の座屈荷重は両主構に載荷した場合の約2倍である。
- (4) 支間の増大により座屈荷重は大きく減少する。

計算例に使用したデータのみでは不足と思われるが支間長と共に主構高が変化した場合や、横構の断面積を変えた場合、横荷重が作用している時などトラスの座屈荷重の特性を調べることは今後のトラス構造物の設計において重要と思われる。

< 参考文献 >

- 1). Sumio G. Nomachi: "A Note on Finite Fourier Transforms Concerning Finite Integration".
The Memoirs of the Hiroshima Inst. Tech., Vol. 5, No. 2, pp 205~242, 9/1966.
- 2). 能町: "差分方程式と表わされる不静定構造物の応答変位の解法例", 工学会北海道支部,
技術資料, 23号 1967, pp 173~177.
- 3). 日本道路公団編集: 工事報告 天草五橋, 設計編及び施工編