

部分構造分割法による長大トラス橋の最適設計

室蘭工業大学 学生員 ○土居 博 史
 室蘭工業大学 正 員 中村 作太郎
 室蘭工業大学 正 員 杉本 博之

1 まえがき

構造物の最適設計について、ここ十数年多くの研究がなされ現在実用化の研究が行なわれている。その中で大規模な構造物の最適設計をする場合の問題点として 設計変数の数の増加、計算時間の膨大化、最適解への収束の困難さ等がある。これ等の解決手段として、第1はサブオプティミゼーションの手法を取り入れること、第2は構造物をいくつかの部分構造に分割し、それぞれの部分構造について最適化を施し、全体の構造物を最適化する手法すなわち部分構造分割法がある。^{1), 2)}

Uri Kirsch等は、構造物をいくつかの部分構造に分割し、考えている部分構造内の設計変数のみを変数としその他の部分構造内の設計変数は一定として最適化過程を繰り返すことにより全体を最適化するという近似的な方法をとっており、数値計画法には、無制約最小化反復法(SUMT法)を用いている。また中野啓等は、分割方法の考え方は前者と同じであるが、数値計画法として反復線形計画法(SLP法)を用いている。

本論文では、構造物をいくつかの部分構造に分割する過程で分割部分に境界条件を設け、部分構造と全体の構造物との挙動を一致させた後に、部分構造を最適化したことが文献1), 2)との相違点である。この方法の特徴は分割の方法が簡単で構造解析的には、より厳密な点にある。数値計画法としては、反復線形計画法を用いたがこの方法の欠点とされる問題点は、シンプレックス表の大きさに支配される計算機の容量と計算時間にあつたが部分構造分割法を用いることにより、解消することが出来た。事実、計算例でわかるように分割数の多いほど、計算時間が短縮されている。

2 記号の定義

A: 部材断面積(cm^2) x_1, x_2 : 箱型断面の断面寸法(cm) r : 箱型断面の断面2次半径(cm)
 l : 部材長(cm) NF : 構造物の部材数 NP : 構造物の自由度数 V : 目的関数で総体積(cm^3)
 $F_{i, a}$: 荷重条件による部材 i の軸力 $F_{i, a}$: 部材 i の許容軸力 σ_{ia} : 軸方向引張応力度(kg/cm^2)
 σ_{ia} : 軸方向圧縮応力度 U : 節点の水平変位 V : 節点の垂直変位 X_0 : 変位拘束量
 $X_{i, a}$: 荷重条件による節点 i の変位 K : 構造物全体の剛性マトリックス($NP \times NP$)
 A : 外力と内力を結びつけるマトリックス($NP \times NF$) S : 内力と変形を結びつけるマトリックス($NF \times NF$), g : 制約条件式 M : 目的関数 x : 設計変数

3 部分構造分割法による最適設計法の概要

3-1 最適化問題 構造物の最適設計の問題は、設計上要求される制約条件式群をすべて満足し、目的関数を最小にするような設計変数を決定することである。これは次の様に表わされる。

「制約条件式

$$g_i(x) \leq 0 \quad (i=1, \dots)$$

を満足し

$$M(x) \longrightarrow \min.$$

とする設計変数 x を求める。」

3-2 反復線形計画法(SLP法) この方法は、各設計点において非線形な最適問題の制約条件式および目的関数をテーラー級数展開し2次以降の項を無視することにより線形化し、それに線形計画法(LP法)を適用して、その段階での最適値の近似解を求め、つぎつぎに設計点を修正していつて最終的に最適解へ収束させ

るものである。つまり、

「制約条件式は

$$g_i^{(j+1)} = g_i^{(j)}(x^{(j)}) + \nabla g_i^{(j)}(x^{(j)})(x - x^{(j)})$$

目的関数は

$$M^{(j+1)} = M^{(j)}(x^{(j)}) + \nabla M^{(j)}(x^{(j)})(x - x^{(j)})$$

であるから

$$\Delta x^{(j)} = x - x^{(j)}$$

とあくと

$$\nabla g_i^{(j)}(x^{(j)}) \Delta x^{(j)} \leq -g_i^{(j)}(x^{(j)})$$

を満足し

$$M^{(j+1)} = M^{(j)}(x^{(j)}) + \nabla M^{(j)}(x^{(j)}) \Delta x^{(j)} \longrightarrow \min.$$

とする $\Delta x^{(j)}$ を求める。

ここで、 $\nabla g_i^{(j)}(x^{(j)})$, $\nabla M^{(j)}(x^{(j)})$ は各関数に関する一次偏微係数である。」

LP で解く場合に、アルゴリズムを効果的に適用するために move limit を、用いる。

反復線形計画法をトラスに適用すると応力の制約条件、目的関数は次の様に線形化された式になる。

・応力の制約条件式は、 i 部材について、

$$\sum_{j=1}^{NF} A_j^{(1)} \frac{\partial F_{i,j}^{(1)}}{\partial A_j} U_j - A_i^{(1)} \sigma_{ca} U_i \leq -F_{i,c}^{(1)} + \sum_{j=1}^{NF} \frac{\partial F_{i,j}^{(1)}}{\partial A_j} A_j^{(1)} \quad : F_{i,c} \geq 0 \text{ の場合}$$

$$\sum_{j=1}^{NF} A_j^{(1)} \frac{\partial F_{i,j}^{(1)}}{\partial A_j} U_j - A_i^{(1)} \frac{\partial F_{i,c}^{(1)}}{\partial A_i} U_i \geq -F_{i,c}^{(1)} + \sum_{j=1}^{NF} \frac{\partial F_{i,j}^{(1)}}{\partial A_j} A_j^{(1)} - A_i^{(1)2} \frac{\partial \sigma_{ca,i}^{(1)}}{\partial A_i} \quad : F_{i,c} < 0 \text{ の場合}$$

・変位の制約条件式は、自由度 i について、

$$\sum_{j=1}^{NF} A_j^{(1)} \frac{\partial X_{i,j}^{(1)}}{\partial A_j} U_j \leq X_o - X_{i,c}^{(1)} + \sum_{j=1}^{NF} \frac{\partial X_{i,j}^{(1)}}{\partial A_j} A_j^{(1)} \quad : X_o \geq 0 \text{ の場合}$$

$$\sum_{j=1}^{NF} A_j^{(1)} \frac{\partial X_{i,j}^{(1)}}{\partial A_j} U_j \geq X_o - X_{i,c}^{(1)} + \sum_{j=1}^{NF} \frac{\partial X_{i,j}^{(1)}}{\partial A_j} A_j^{(1)} \quad : X_o < 0 \text{ の場合}$$

ここで、 σ は荷重条件を示す。

・目的関数は

$$V = \sum_{i=1}^{NF} A_i^{(1)} l_i U_i$$

以上の式で

$$U_i = (1 + \Delta A_i / A_i^{(1)})$$

上式中の微分は、次の様に表わされる。

$$\frac{\partial X}{\partial A_i} = -K^T A \frac{\partial S}{\partial A_i} A^T X$$

$$\frac{\partial F}{\partial A_i} = S A^T \frac{\partial X}{\partial A_i} + \frac{\partial S}{\partial A_i} A^T X$$

3-3 サブオプティミゼーション

設計変数を減少させるためにトラス構造物においては、部材寸法と部材断面積、許容圧縮応力と部材断面積の関係式など設計変数間の従属な関係にあるものどうしの関係式を、導いたものである。本論文で使³⁾用した部材断面積は、正方形で(図-1)、鋼種をSS41 ($\sigma_{ca} = 1,400 \text{ kg/cm}^2$)とした時、

$$0.256 \leq A \leq 104.96$$

$$x_1 = 0.3125A + 0.8 \quad x_2 = 0.3125A - 0.8$$

$$r = \sqrt{\frac{(0.3125A)^2 + 0.64}{6}}$$

軸方向圧縮応力度

$$l/r \leq 20 ;$$

$$\sigma_{ca} = 1,400$$

$$20 < l/r < 93 ;$$

$$\sigma_{ca} = 1,400 - 8.4 \left(\frac{l}{r} \sqrt{\frac{(0.3125A)^2 + 0.64}{6}} - 20 \right)$$

$$93 \leq l/r ;$$

$$\sigma_{ca} = 12,000,000 / \left(6,700 + \left(\frac{l}{r} \sqrt{\frac{(0.3125A)^2 + 0.64}{6}} \right)^2 \right)$$

$$0.104.96 < A$$

$$x_1 = 3.2796\sqrt{A}$$

$$x_2 = 3.1235\sqrt{A}$$

$$r = 1.3074\sqrt{A}$$

軸方向圧縮応力度

$$l/r \leq 20 ;$$

$$\sigma_{ca} = 1,400$$

$$20 < l/r < 93 ;$$

$$\sigma_{ca} = 1,400 - 8.4 \left(\frac{l}{1.3074\sqrt{A}} - 20 \right)$$

$$93 < l/r ;$$

$$\sigma_{ca} = 12,000,000 / \left(6,700 + \left(\frac{l}{1.3074\sqrt{A}} \right)^2 \right)$$

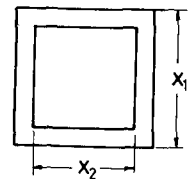


図 - 1

3-4 部分構造分割法 最初全体の構造を解析し、分割された節点 i, j の変位 $(u_i, v_i), (u_j, v_j)$ を求める。この節点に作用する部材力 F_1, F_2, F_3 を求める(図-2)。

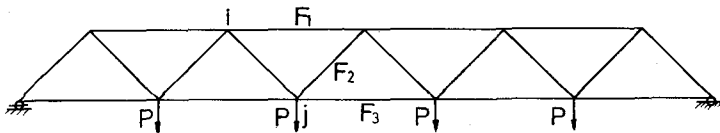


図 - 2

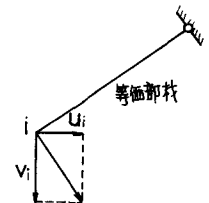


図 - 3

次に、節点 i, j それぞれに変位ベクトルの和と直角方向に、等価部材を設け(図-3)、 F_1, F_2, F_3 を外力として作用させて、部分構造とする(図-4)。これにより部分構造と全体の構造は、力学的挙動が一致する。ここで等価部材とは、比較的大きな部材断面積をもち軸方向変形が無視でき、その系の他の部材と同じ程度の長さをもつ部材であると考える。

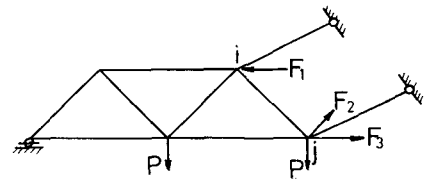


図 - 4

部分構造分割法を用いない場合、シンプレックス表の容量は、荷重条件数が1の場合は、図-5のように $4(NF)^2$ となるが、部分構造分割法を適用することにより例えば、2分割では $(NF)^2$ 、4分割では $(NF)^2/4$ となり容量が大幅に減少し計算時間もそれに比例して減少する。

	NF	NF	NF	NF
NF	制約条件式の係数マトリクス	move limit の上限	move limit の下限	単位マトリクス

図 - 5

3-5 等価部材の断面積について 等価部材の断面積を求めるために、全体の構造として図-2のような簡単な構造を例にとり、図-4の分割構造が、全体の構

造の挙動と一致するように、等価部材の断面積を種々変化させて計算を行なった。
 トラス部材の断面積は、 100 cm^2 とし、等価部材の断面積として、 $10, 10^2, 10^3, 10^4, 10^6, 10^8, 10^9\text{ cm}^2$ をとりあげ検討した。この結果 $10^6, 10^8, 10^9\text{ cm}^2$ へと等価部材の断面積が大きくなるにつれて、分割構造が全体の構造の挙動と大きく離れて行き、 $10^6, 10^3, 10^2, 10\text{ cm}^2$ と断面積が小さくなるにつれて、挙動が一致する傾向を示した。

以上より、計算例には等価部材の断面積として、他のトラス部材の断面積の関係より妥当と思われる 100 cm^2 を採用した。

3-6 計算の流れ図 本論文に用いた部分構造分割法による最適設計の流れ図は、図-6のようになる。

4 計算例

以上の方法を用いて、トラス構造物の最適設計を行なった例題を掲げる。

なお、収束の判定条件は、全部材において、前回と今回の断面積の比から1を引いた絶対値が、 0.002 より小さいか、あるいは、断面積の差が 0.5 cm^2 より小さい時、収束とみなした。以下の計算例では変位拘束を考慮していない。

また、部材断面積の初期値を 100 cm^2 としている。

① 図-7に示すカンティレバートラスに、下弦材の各節点に 20 t 載荷した場合、分割しない場合、2分割、3分割、4分割した場合のそれぞれについて計算した。2分割は、節点番号9-10で、3分割は、節点番号7-8, 11-12で(図-8)、4分割は、節点番号5-6, 9-10, 13-14で、それぞれ分割を行なった。move limit は、初め 0.2 とし、前回と今回の総体積の比から1を引いたものが、 0.001 より小さくなった時、指数関数的に下げて行った。表-1より、4分割した場合は、分割しない場合に比べて計算時間が、約半分に減少している。しかし、2分割の場合、あまり収束がよくなかったために計算時間が増加した。各部材の断面積は、全ての分割でほぼ等しい値に収束した。

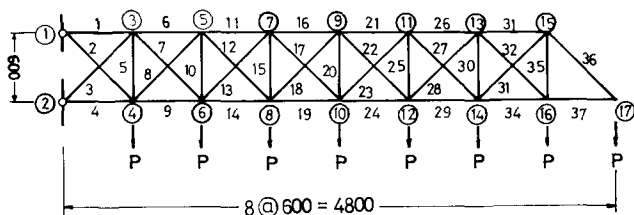


図-7

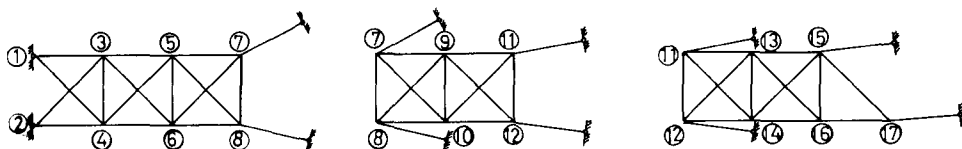


図-8

② 図-9に示す3径間連続トラスは、下弦材各節点に 50 t 載荷した場合で、分割しない場合、2分割、3分割、4分割した場合のそれぞれについて計算した。move limit は、例題①と同じ方法をとった。表-2により、分割しない場合に比べて、分割した方が大幅に計算時間が減少している。2分割、3分割の場合、計算時間があまり違わぬが、繰り返し1回にかかる計算時間は減少している。各分割とも、各部材断面積は、等しい値に収束した。例題①②の各分割ごとの収束するまでの計算時間、繰り返し1回にかかる計算時間を、図-10

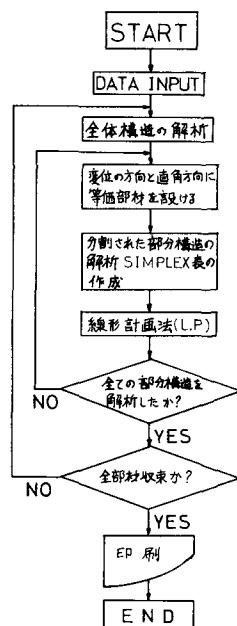


図-6

に示した。

③ 図-11に示す下路下曲弦径間連続トラスは、天草/弓橋をモデルとしたもので、下弦材の各節点に56t載荷し、5分割、7分割をして計算を行なった。move limitは、繰り返し回数8回まで考えず、9回目、10回目を0.6、11回目以降を0.27とし、前回と今回の総体積の比から1を引いたものが、0.01より小さくなった時、指数関数的に下げた。表-3より、7分割は、5分割の場合より計算時間が約40%減少しており、表に載せていないが、各分割において79部材全部が、ほぼ等しい値に収束した。

④ 図-12に示す2ヒンジトラスアーチの上弦材の各節点に50t載荷した場合で5分割をして計算した。move limitは、例題①と同じ方法を、とった。結果は表-4に示す。

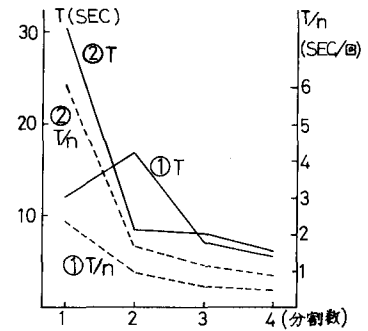


図-10

部材番号	分割なし(A)	2分割(A)	3分割(A)	4分割(A)
1	467.39	467.33	467.22	467.38
2	66.32	67.32	66.29	66.35
3	123.77	123.60	123.78	123.75
4	451.24	451.31	451.40	451.24
x 5	23.38	23.38	23.38	23.38
6	343.14	342.76	342.97	343.16
7	80.41	82.52	80.42	80.39
8	90.09	89.56	90.06	90.12
9	365.63	365.98	365.84	365.60
x 10	23.38	23.38	23.38	23.38
11	260.86	261.18	260.74	260.82
12	55.36	54.99	55.31	55.39
13	94.42	94.77	94.44	94.39
14	266.40	266.07	266.59	266.43
x 15	23.38	23.38	23.38	23.38
16	176.72	176.56	176.71	176.74
17	53.13	53.45	53.12	53.09
18	78.37	78.16	78.37	78.40
19	195.47	195.57	195.47	195.45
x 20	23.38	23.38	23.38	23.38
21	116.38	116.48	116.37	116.51
22	37.44	37.31	37.45	37.44
23	74.33	74.45	74.33	74.34
24	127.98	127.89	128.00	127.83
x 25	23.38	23.38	23.38	23.38
26	64.26	64.24	64.26	64.37
x 27	33.16	33.16	33.16	33.16
28	62.97	62.95	62.97	62.97
29	82.61	82.62	82.61	82.48
x 30	23.38	23.38	23.38	23.38
31	27.40	27.40	27.40	27.41
x 32	33.16	33.16	33.16	33.16
x 33	55.37	55.37	55.37	55.37
34	51.72	51.72	51.72	51.72
x 35	39.11	39.11	39.11	39.11
x 36	33.16	33.16	33.16	33.16
x 37	39.11	39.11	39.11	39.11
W	2753698	2755738	2753697	2753672
T	11830	16803	7153	5478
n	5	18	12	11

W: 総体積 (cm³) T: 計算時間 (MS)
n: 繰り返し回数 A: 部材断面積 (cm²)
x: 細長比で決定された部材

表-1

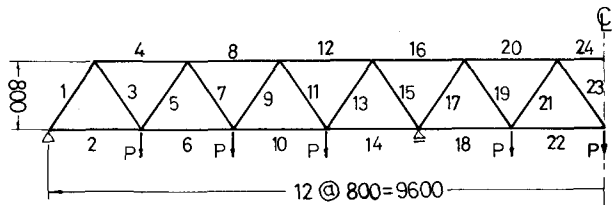


図-9

部材番号	分割なし(A)	2分割(A)	3分割(A)	4分割(A)
1	77.88	77.88	77.87	77.88
x 2	31.23	31.25	31.25	31.25
3	45.18	45.18	45.17	45.18
4	69.65	69.65	69.65	69.65
x 5	58.37	58.37	58.37	58.37
6	42.76	42.77	42.77	42.76
x 7	34.96	34.96	34.96	34.96
8	73.84	73.84	73.84	73.84
x 9	34.96	34.96	34.96	34.96
x 10	31.25	31.25	31.25	31.25
11	68.92	68.92	68.92	68.92
x 12	52.19	52.19	52.19	52.19
13	74.61	74.61	74.61	74.60
x 14	52.19	52.19	52.19	52.19
15	104.16	104.16	104.17	104.16
16	52.65	52.65	52.66	52.65
17	91.02	91.01	90.93	91.02
18	56.86	56.85	56.89	56.86
19	59.89	59.88	59.91	59.90
x 20	52.19	52.19	52.19	52.19
x 21	58.37	58.37	58.37	58.37
x 22	31.25	31.25	31.25	31.25
x 23	34.96	34.96	34.96	34.96
x 24	52.19	52.19	52.19	52.19
W	2245100	2245075	2245033	2245023
T	30444	8554	8075	6182
n	5	5	7	7
T/n	6089	17101	1154	883

W: 総体積 (cm³) T: 計算時間 (MS)
n: 繰り返し回数 A: 部材断面積 (cm²)
T/n: 繰り返し1回にかかる計算時間 (MS/回)
x: 細長比で決定された部材

表-2

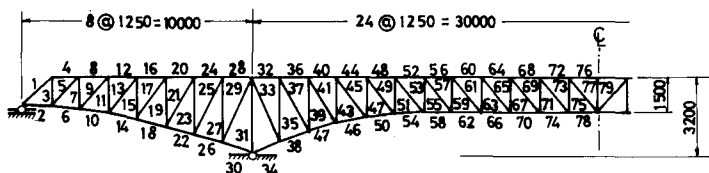


図 - 11

	5 分割	7 分割
総体積	35741521 cm ³	35741775 cm ³
計算時間	40,409 MS	23,886 MS
繰り返し回数	23 回	19 回
繰返し1回の時間	1757 MS/回	1257 MS/回

表 - 3

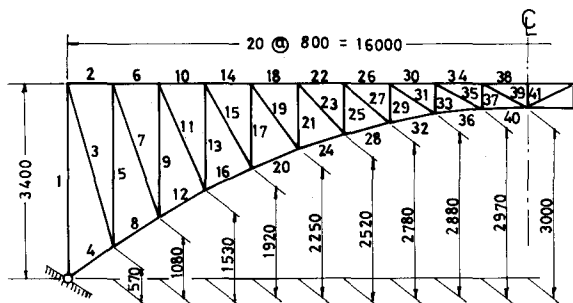


図 - 12

部材番号	5分割(A)	21	94.95
x 1	469.65	22	62.70
x 2	52.19	x23	46.54
x 3	104.96	24	533.54
4	649.60	25	86.98
x 5	325.38	26	84.03
x 6	52.19	x27	40.82
x 7	96.14	28	507.13
8	625.03	29	81.61
x 9	218.67	30	119.52
x10	52.19	31	44.39
x11	79.67	32	474.54
12	601.64	33	76.77
x13	142.07	34	168.94
x14	52.19	35	54.50
x15	65.89	36	433.03
16	579.12	37	69.85
17	105.42	38	214.13
x18	52.19	39	49.88
x19	54.84	40	383.72
20	556.82	41	48.66

T=8153 MS n=14
W=10326069 cm³ A:部材断面積
X:断面比で決定した断面

表 - 4

5 あとがき

等価部材を切断点に設けるという部分構造分割法を用いた最適設計法により、数種のトラス構造物の最適設計を行なった。この結果、部材数の多いトラス構造物の最適設計には、計算機の記憶容量、計算時間の面でこの部分構造分割法が有効であることがわかった。

また、同じ構造物に対して、分割数を種々変えて計算しても、各部材断面積はほとんど差がなく、計算精度に分割方法が影響しないことがわかる。これは等価部材により全体構造と部分構造の挙動を一致させていることによると思われる。

問題によっては、分割数を多くすると収束回数が増加するものもあったが、これは今後検討すべき点である。

なお、本論文で扱った問題は、すべて荷重条件数が1つの場合であったが、任意の荷重条件数に対しても適用することができる。

また、本論文の方法を用いることにより、部材数の多い立体トラス構造物の最適設計も、能率よく行なうことが可能である。

本論文の計算には、北大大型計算機センター FACOM 230-75 を用いている。

参考文献

- 1) Uri Kirsch, Max Reiss, Uri Shamir : 「Optimum Design by Partitioning into Substructures」 ASCE, ST1, 1972
- 2) 宇都宮 他 : 「Substructure 分割に基づくトラス構造物の最適設計」, 土木学会第29回年次学術講演会講演概要集
- 3) 杉本 博 夫 : 「トラス構造物の実用的最適設計に関する研究」, 土木学会論文報告集, 第208号, 1972.12