

4辺で支持された鋼格子桁の塑性耐荷力の研究

北海道大学 正 員 渡 辺 昇
 北海道大学 正 員 佐 藤 浩 一
 北海道大学 学 生 員 ○ 林 川 俊 郎

1. ま え が き

鋼床版の構造形式は図-1のとおりであり長辺長 L 、短辺長 B の4辺で単純支持されていると考える。図-1(A)は開きリブの場合であり曲げ剛性のみを考え、図-1(B)は閉じリブの場合であり曲げ剛性とねじり剛性とを考える。鋼床版の解析方法には大きく分けて格子桁理論によるものと直交異方性板理論によるものの2つの方法がある。ここで報告するのは鋼床版の耐荷性の基礎的研究として、4辺で支持された鋼格子桁の弾塑性解析とその実験を行ない比較検討したものである。

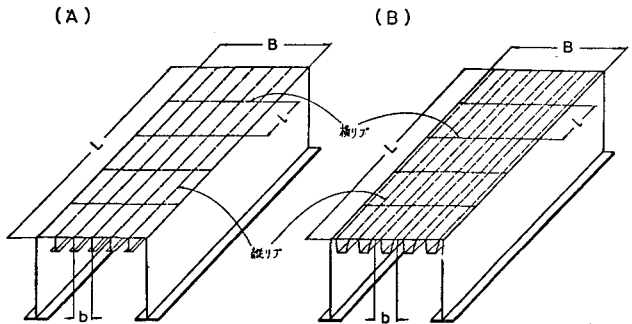


図-1 鋼床版

2. 鋼格子桁の剛性マトリックス法による塑性崩壊の解析法

図-2に示すような、任意の構成部材を考える。部材の長さを L 、曲げ剛性を EI 、ねじり剛性を GJ とする。部材端1および2に作用するせん断力、曲げモーメント、ねじりモーメントを $Y_1, M_1, T_1; Y_2, M_2, T_2$ とし、それぞれに対応するたわみ、たわみ角、ねじり角を $v_1, \theta_1, \phi_1; v_2, \theta_2, \phi_2$ とすると、曲げとねじりを受ける部材の剛性マトリックス式は次のようになる。

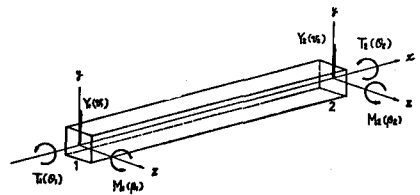


図-2 部材の節点の変位と節点力

$$\begin{Bmatrix} Y_1 \\ M_1 \\ T_1 \\ Y_2 \\ M_2 \\ T_2 \end{Bmatrix} = K \begin{Bmatrix} v_1 \\ \theta_1 \\ \phi_1 \\ v_2 \\ \theta_2 \\ \phi_2 \end{Bmatrix} \quad K = \begin{bmatrix} \frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} & 0 & -\frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} & 0 \\ \frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{GJ}{L} & 0 & 0 & -\frac{GJ}{L} \\ -\frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} & 0 & \frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} & 0 \\ \frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{GJ}{L} & 0 & 0 & \frac{GJ}{L} \end{bmatrix} \quad (1)$$

各部材の剛性マトリックスも上式と同様に得られる。これらを各節点変位について重ね合わせると、全体の剛性マトリックス $[K_S]$ が得られる。構造全体の節点の変位ベクトルと、それに対応する荷重ベクトルをそれぞれ、 $\{U_S\}$ と $\{P_S\}$ とすると、構造物の各節点におけるつり合い方程式は次のようになる。

$$\{P_S\} = [K_S] \{U_S\} \quad (2)$$

ここで、構造物に作用する荷重は比例荷重であるとし、比例定数 ρ を用いて $\{P_S\} = \{\rho F\}$ とする。この単位荷重ベクトル $\{F\}$ を増加させると部材は塑性化し、その降伏条件は部材に生ずる曲げモーメントとねじりモーメントの大きさによって決定される。ここでは次の von Mises の降伏条件式より判定を行なった。すなわち、全

塑性曲げモーメント M^0 、全塑性ねじりモーメント T^0 となると

$$\left(\frac{M}{M^0}\right)^2 + \left(\frac{T}{T^0}\right)^2 = 1 \quad (3)$$

上式に断面の曲げモーメント M 、ねじりモーメント T が達すると、その部材端の断面は塑性化し、曲げとねじりに対して同時に自由な塑性関節となる。したがって、構造物の部材の中で最初に塑性関節を生じる時の荷重比例定数を求め、それを用いる。荷重 $\{F\}$ で降伏した部材は塑性関節を形成することにより、以後の荷重増分に対してはその断面で他の部材とヒンジ結合されることになる。そこで、塑性関節の形成された断面の部材剛性マトリックスは次のような式 (4) a-c で示される。

(a) 部材右端に塑性関節を生じた場合

$$K_r = \begin{bmatrix} \frac{3EI}{L} & \frac{3EI}{L} & 0 & -\frac{3EI}{L} & 0 & 0 \\ \frac{3EI}{L} & \frac{3EI}{L} & 0 & -\frac{3EI}{L} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{3EI}{L} & -\frac{3EI}{L} & 0 & \frac{3EI}{L} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

(b) 部材左端に塑性関節を生じた場合

$$K_l = \begin{bmatrix} \frac{3EI}{L} & 0 & 0 & -\frac{3EI}{L} & \frac{3EI}{L} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{3EI}{L} & 0 & 0 & \frac{3EI}{L} & -\frac{3EI}{L} & 0 \\ \frac{3EI}{L} & 0 & 0 & -\frac{3EI}{L} & \frac{3EI}{L} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

(c) 部材両端に塑性関節を生じた場合

$$K_{lr} = \{0\}$$

(4) a-c

したがって、最初に塑性関節を生じた部材に対しては新しい部材剛性マトリックス式 (4) a-c を使い、全体の剛性マトリックスを作成し、前荷重段階と同様にして、第2番目の塑性関節が形成される荷重 $\{F\}$ を求める。以下、同様の手順によって、順次塑性関節を追跡し構造物が崩壊するまで計算を続行する。ここで、崩壊の判定は全体の剛性マトリックス $[K_s]$ の行列式の値が

$$|K_s| = 0$$

(5)

となることにより行なう。しかし、行列式 $|K_s|$ が零となる前に、構造物が無制限の変形を続けるとき、あるいは、局部的な崩壊を生じた場合には崩壊と考える。この状態で塑性関節機構は自動的に求められ、崩壊荷重 $\{F_p\}$ はこれまでの荷重段階 (n 段階とする) の総和である。

$$\{F_p\} = \sum_{i=1}^n \{F_i\}$$

(6)

また、変位も同様の各荷重段階の総和によって求められる。この一連の計算過程は図-3 に示すとおりである。

3. 曲げ剛性のみを考慮する鋼格子桁の塑性耐力と近似計算法

図-1 (A) のような開きリブ鋼床版を曲げ剛性のみを考える縦リブと横リブとより成る鋼格子桁として取り扱う。これに集中荷重 $P (kg)$ のみが作用すると、鋼床版全体は高次不静定構造であるにも拘らず、次の図-4 および図-5 に示したように、局部的崩壊機構における崩壊荷重により近似的に耐力が算定できる。この場合の近似計算法は鋼格子桁構造に最初に塑性関節が生ずる時の荷重を算定するものである。そこで、2. で述べた剛性マトリックス法による解析法と近似計算法との比較を次の図-6 (a) ~ (f) に示す。

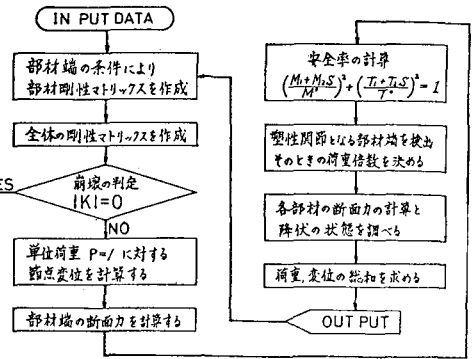


図-3 変位法による弾塑性解析のフローチャート

近似計算式

(i) 格点に荷重Pが作用する場合(図-4)

$$P = M_L^0 \frac{L}{L_1 L_2} + M_B^0 \frac{B}{b_1 b_2} \quad (7)$$

(ii) 中間に荷重Pが作用する場合(図-5)

$$P = M_L^0 \left(\frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} \right) + M_B^0 \left(\frac{1}{b_1} + \frac{1}{b_2} \right) \left(\frac{L_1}{L_1} + \frac{L_2}{L_2} \right) \quad (8)$$

ただし、 M_L^0 = 縦リブの全塑性曲げモーメント

M_B^0 横リブの全塑性曲げモーメント

図-6(a) II-2型

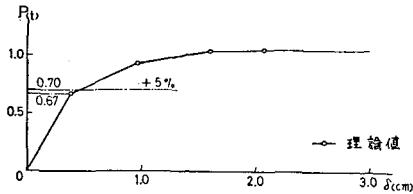
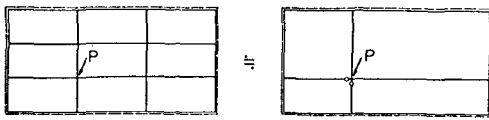


図-6(b) II-3型

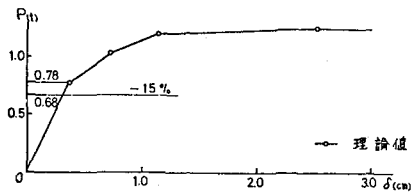
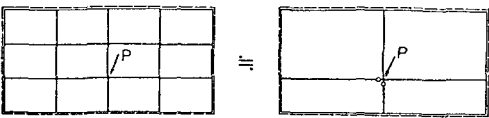


図-6(c) II-3型

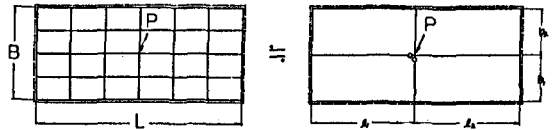
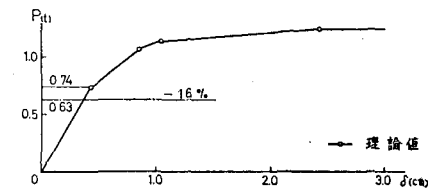
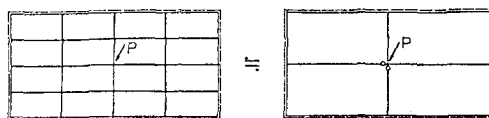


図-4

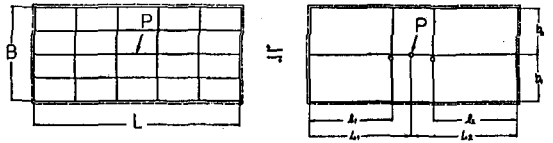


図-5

図-6(d) II-3型

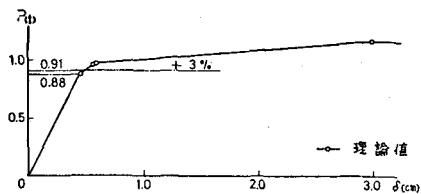
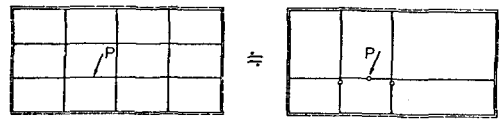


図-6(e) II-3型

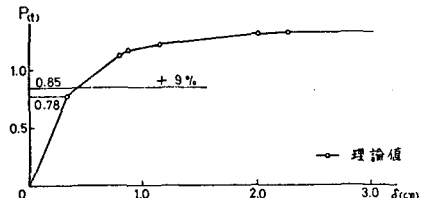
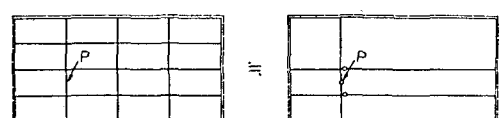
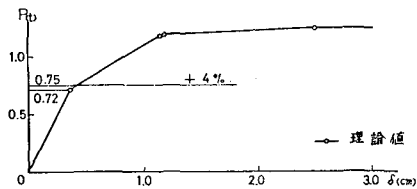
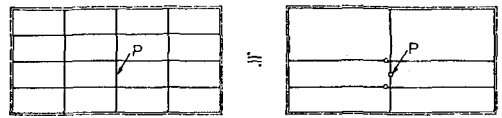


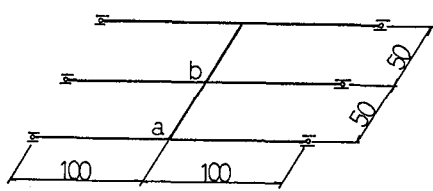
図-6(f) II-3型



ここで、述べた近似計算式は最初に塑性関節が生ずる時の荷重を、非常に容易に算定できるという特徴をもっている。図-6 (a)~(f) に示したように、理論値に対してほぼ10数%の誤差内で荷重を算定できる。しかし、構造物が大きく複雑になると、例えば縦リブおよび横リブの本数が多数の場合には自らその誤差は大きくなり適用範囲は小さくなる。したがって、鋼格子桁に集中荷重Pが作用した時に、その載荷点を有する縦リブおよび横リブによってその荷重をほとんど支持しているような鋼格子桁には有効であると考えられる。

4. 曲げ剛性とねじり剛性を考慮する鋼格子桁の塑性変形と塑性耐荷力

(i) 実験1 図-1 (B) のような閉じりブ鋼床版を曲げ剛性とねじり剛性を考える縦リブと横リブとよりなる鋼格子桁として取り扱う。これに集中荷重Pのみが作用する場合、最初に塑性崩壊する位置およびその崩壊荷重を算定する方法を図-7 のような例により示す。境界条件は曲げに対して単純支持、ねじれに対して固定とする。鋼材はSS41 の $100 \times 100 \times 3.2$ の薄肉断面を使用した。



〔cm〕

図-7 実験1の模型

断面積

$$A = 32.0 \text{ cm}^2$$

断面二次モーメント

$$I = 193.7 \text{ cm}^4$$

ねじり抵抗

$$J = 290.7 \text{ cm}^4$$

全塑性曲げモーメント

$$M^0 = 1.080 \times 10^5 \text{ kg} \cdot \text{cm}$$

全塑性ねじりモーメント

$$T^0 = 0.887 \times 10^5 \text{ kg} \cdot \text{cm}$$

図-7 のような鋼格子桁に集中荷重Pを中心点bと偏心点aに載荷した場合の解析と実験を行なった。いま、中央点 b_1 に集中荷重Pが作用した場合の曲げモーメント図およびねじりモーメント図は図-8 に示した通りである。ここで、図-10 (a) の降伏条件式から、最初に載荷点 b_1 に塑性関節が生じる。このときの荷重は $P=5.84$ t である。また、偏心点 a_2 に集中荷重Pが作用した場合の曲げモーメント図およびねじりモーメント図は図-9 に示した通りである。ここで、図-10 (b) の降伏条件式から、最初に載荷点 a_2 に塑性関節が生じる。このときの荷重は $P=3.75$ t である。これら2つの場合について、実際に載荷実験を行なった荷重-たわみ曲線、荷重-ひずみ曲線はそれぞれ、図-11 および図-12 である。部材の塑性化は載荷点の近傍でみられ、ほぼ理論値と一致した。

(a) 曲げモーメント図

(b) ねじりモーメント図

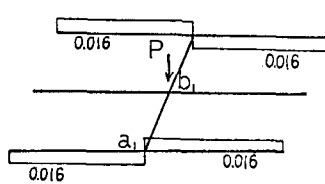
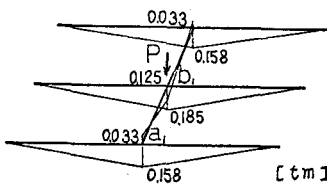
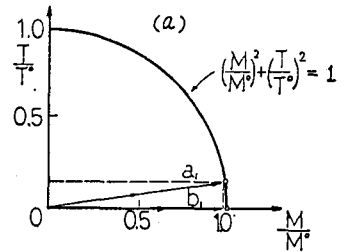


図-8 中央点 b_1 にPが作用する場合



(a) 曲げモーメント図

(b) ねじりモーメント図

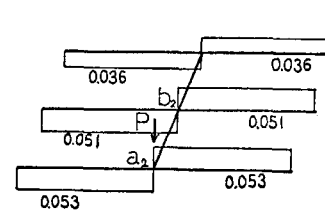
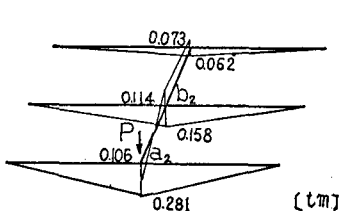


図-9 偏心点 a_2 にPが作用する場合

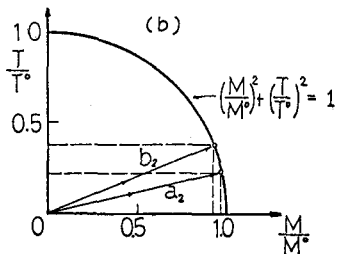
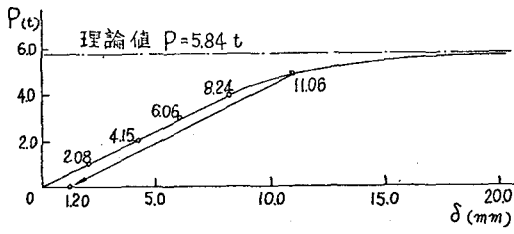
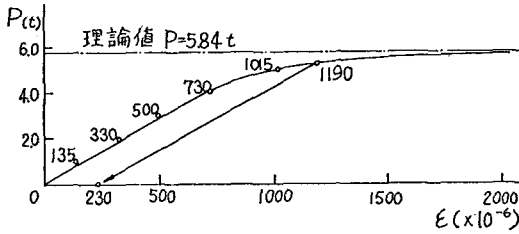


図-10 von Mises の降伏条件

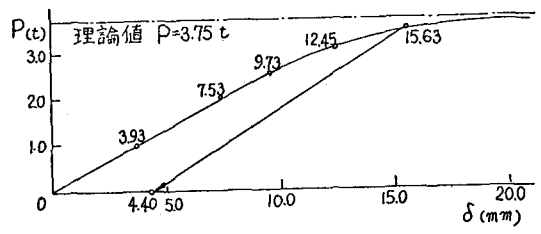
(a) 中央点 b_1 の荷重-たわみ曲線



(b) 中央点 b_1 の荷重-ひずみ曲線



(a) 偏心点 a_2 の荷重-たわみ曲線



(b) 偏心点 a_2 の荷重-ひずみ曲線

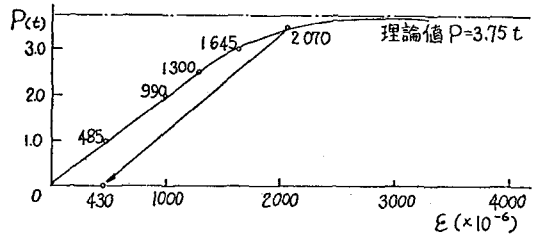


図-11 中央点 b_1 に P が作用する場合

図-12 偏心点 a_2 に P が作用する場合

(ii) 実験 2 図-13 のように、長辺 $A=120\text{ cm}$ 、短辺 $B=60\text{ cm}$ 、の 4 辺で支持された鋼格子桁に集中荷重 P が作用した場合の塑性関節機構の追跡とその荷重-たわみ曲線を、次の図-14 (a)~(e) のように縦げたおよび横げた本数を变化させた 5 つの場合について弾塑性解析を行った。図-14 (a)~(e) の中の算用数字は塑性関節の発達順序を示したものである。境界条件は曲げに対して単純支持、ねじりに対して固定とする。これらの 5 つの場合について実際に載荷実験を行ったたわみの実験値はほとんど理論値と一致した。また、図-15 は各供試体のたわみ、および、ひずみを測定した実験装置の全景である。尚、使用した鋼材は SS41 の $\phi 25$ の丸鋼である。

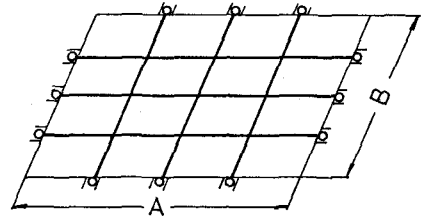


図-13 実験 2 の模型

図-14 (a) II-1 型

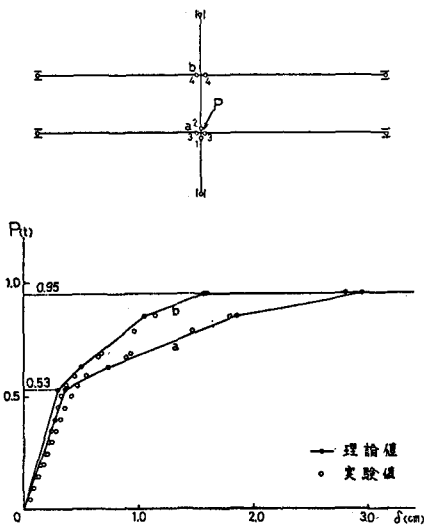


図-14 (b) II-2 型

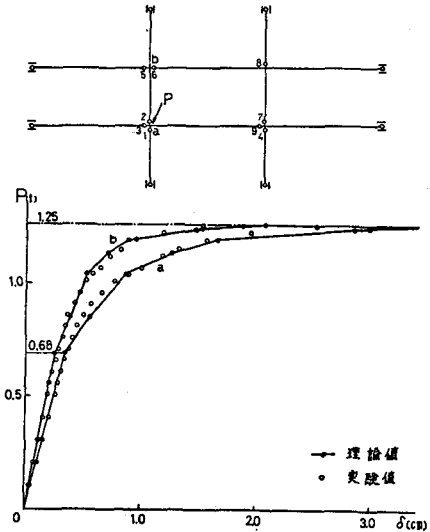


図-14(c) II-3型

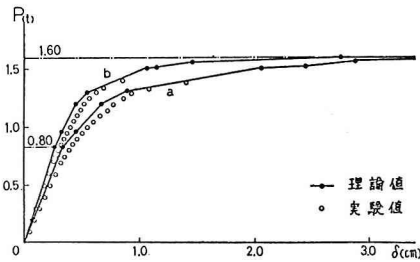
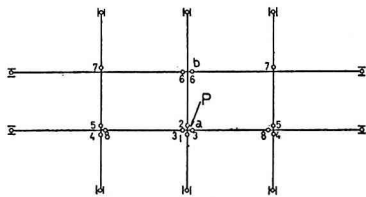


図-14(d) II-2型

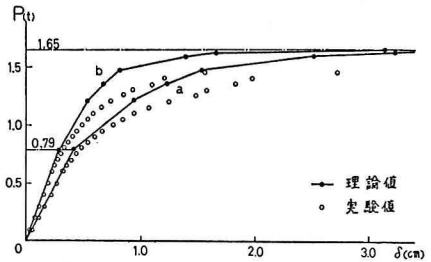
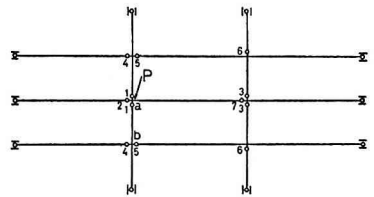


図-15 実験装置の全景

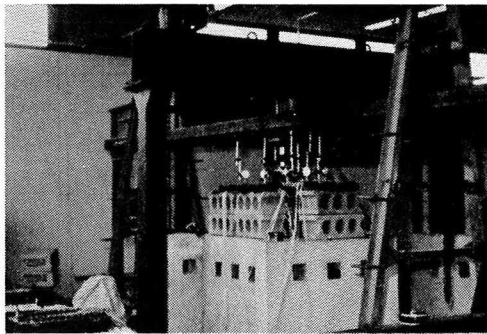
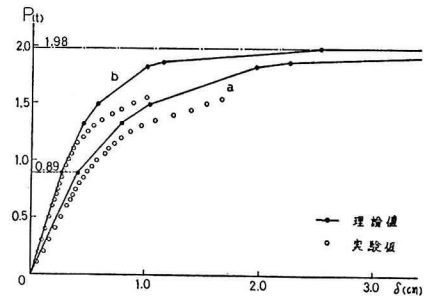
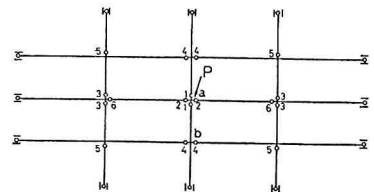


図-14(e) II-3型



5. あとがき

本論文においては、鋼格子桁の塑性耐荷力を、von Misesの降伏条件を適用しながら剛性マトリックス法で算定する方法について述べ、さらに理論解を実験値により検証した。鋼床版構造においては、デッキプレート自身の塑性変形の問題がまだはっきりしないので、鋼床版をそのまま格子桁とみなすには、なお問題が残る。これについては、なお研究中である。本論文の計算は、北海道大学大型計算機センターのFACOM 230-60を使用した。

(参考文献)

- (1) 渡辺 昇; 格子げたの理論と計算, 技報堂
- (2) 田中 尚; 構造物の極限解析, 彰国社
- (3) 倉西正嗣; ホッジ 構造物の塑性解析, コロナ社
- (4) 山本善之; 応用数学力学講座11 弾性・塑性, 朝倉書店
- (5) 国広哲男; 藤原 稔; 直交異方性版理論による鋼床版実用設計法, 建設省土木研究所報告