

トラス2次応力算出方法の比較について

北海道大学 正員 能町純雄
函館ドック 〃 新谷 勇

1 ま え が き

トラス構造において1次応力と2次応力との割合は20~40%の増加をみることがあるといわれている。又その計算方法については、トラスをヒンジ節点として先づたわみを求めそれを部材回転角として2次応力をたわみ角法によって求める、マンデラ氏の方法などがあるが、本論文では長大ゲルバートラスを想定し全システムの部材長の変化と同時に節点回転角を考えた構造として解き1次応力との差がどれ位であるかを検討したもので、和分変換公式を用いることのできる規則正しいゲルバートラスをモデルとして解析を行ったものである。

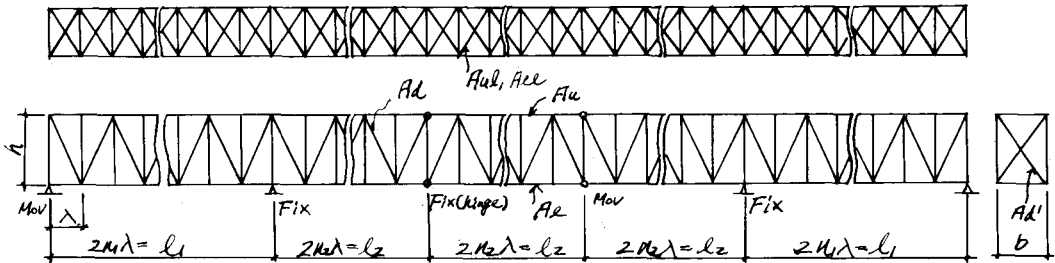


図-1 骨組図
A: 部材断面積

2 公 式

フーリエ定数変換 及び逆変換公式

$$\begin{aligned} S_i[f(x)] &= \sum_{n=1}^{\infty} f(x) \sin \frac{2\pi}{n} x & C_i[f(x)] &= \sum_{n=1}^{\infty} f(x) \cos \frac{2\pi}{n} x \\ f(x) &= \frac{2}{n} \sum_{n=1}^{\infty} S_i[f(x)] \sin \frac{2\pi}{n} x & f(x) &= \frac{2}{n} \sum_{n=1}^{\infty} C_i[f(x)] \cos \frac{2\pi}{n} x \quad (x, i=0, 1, \dots, n) \end{aligned}$$

3 釣合方程式

いまトラスの各部材力をフックの法則で表わすと、図-2に示すような固定トラスの任意の点の水平方向、鉛直方向の釣合の差分方程式は次のようになる

(1) 各点ヒンジの場合

水平方向(橋軸方向)

$$K_2(u_{i+\frac{1}{2}} - u_{i-\frac{1}{2}}) + \frac{K_1 \cos^3 \beta}{2} (u_{i+\frac{1}{2}} + u_{i-\frac{1}{2}}) + K_1 \cos^3 \alpha (u_{i+\frac{1}{2}} + u_{i-\frac{1}{2}}) - (2K_2 + K_1 \cos^3 \beta + 2K_1 \cos^3 \alpha) \cdot u_i + \frac{K_1 \cos^3 \beta \cdot \sin \beta}{2} (w_{i+\frac{1}{2}} - w_{i-\frac{1}{2}}) + K_1 \cos^3 \alpha \cdot \sin \alpha (v_{i+\frac{1}{2}} - v_{i-\frac{1}{2}}) = 0$$

水平方向(橋軸直角方向) $i \sim i'$

$$\begin{aligned} & \frac{K_1 \cos^3 \beta \cdot \sin \beta}{2} (u_{i+\frac{1}{2}} - u_{i-\frac{1}{2}}) - \frac{K_1 \cos^3 \beta \cdot \sin \beta}{2} (u_{i+\frac{1}{2}} - u_{i-\frac{1}{2}}) + K_1 \cos^3 \beta \cdot \sin^2 \beta (w_{i+\frac{1}{2}} + w_{i-\frac{1}{2}}) \\ & - (2K_1 \cos^3 \beta \cdot \sin^2 \beta + K_2 \cos^3 \beta) \cdot w_i + K_2 \cos^3 \beta \cdot w_{i'} + K_2 \cos^3 \beta \cdot \sin^2 \beta \cdot v_{i'} - K_2 \cos^3 \beta \cdot \sin^2 \beta \cdot v_i = -W_i \end{aligned}$$

鉛直方向 $i \sim i''$

$$K_1 \cos \alpha \cdot \sin \alpha (v_{i+\frac{1}{2}} + v_{i-\frac{1}{2}}) - (2K_1 \cos \alpha \sin \alpha + K_6 \cos \alpha \sin \alpha) \cdot v_i + K_1 \cos \alpha \sin \alpha (u_{i+\frac{1}{2}} - u_{i-\frac{1}{2}}) + K_6 \cos \alpha \sin \alpha \cdot u_i - K_6 \cos \alpha \sin \alpha \cdot u_i + K_6 \cos \alpha \sin \alpha \cdot v_i = -P_i$$

同様にして他の格点についても求めることができる。今 $i \sim i+\frac{1}{2}$ の8角を考慮すれば16元の連立方程式が求まる。

上式において

$$K_1 = \frac{EA_d}{\lambda}, \quad K_2 = \frac{EA_u}{\lambda}$$

$$K_3 = \frac{EA_L}{\lambda}, \quad K_4 = \frac{2EA_L}{\lambda}$$

$$K_5 = \frac{2EA_L}{\lambda}, \quad K_6 = \frac{2EA_d}{b}$$

u : 橋軸方向水平変位

w : 橋軸直角方向変位

v : 鉛直方向変位

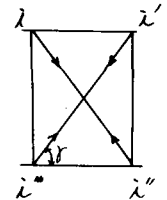
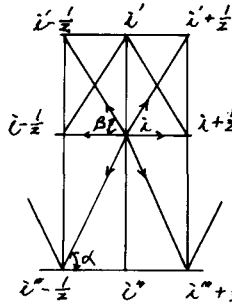


図-2

(2) 各点剛結の場合

各点剛結により各節点には、曲げモーメントとせん断力が生じる。従って各点の釣合式は曲げモーメントの釣合と曲げによるせん断力の影響を考慮しなければならない。

今一例として上弦材及び斜材の材端モーメントをたわみ角法公式で表わすと次のようになる。

$$M_{i, i+\frac{1}{2}} = 2EB_1 \left\{ 2\theta_i + \theta_{i+\frac{1}{2}} - \frac{3}{\lambda} (v_{i+\frac{1}{2}} - v_i) \right\}$$

$$M_{i, i''-\frac{1}{2}} = 2EB_3 \left\{ 2\theta_i + \theta_{i''-\frac{1}{2}} - \frac{3 \cos \alpha}{\lambda} \left\{ (v_i - v_{i''-\frac{1}{2}}) \cos \alpha + (u_i - u_{i''-\frac{1}{2}}) \sin \alpha \right\} \right\}$$

$$M_{i, i''+\frac{1}{2}} = 2EB_3 \left\{ 2\theta_i + \theta_{i''+\frac{1}{2}} - \frac{3 \cos \alpha}{\lambda} \left\{ (v_{i+\frac{1}{2}} - v_i) \cos \alpha + (u_{i+\frac{1}{2}} - u_i) \sin \alpha \right\} \right\}$$

又 曲げによるせん断力

$$S_{i, i+\frac{1}{2}} = -\frac{M_{i, i+\frac{1}{2}} + M_{i+\frac{1}{2}, i}}{\lambda} = -6EB_1 \left\{ \theta_i + \theta_{i+\frac{1}{2}} - 2 \cdot \frac{(v_{i+\frac{1}{2}} - v_i)}{\lambda} \right\}$$

i 点の曲げモーメントの釣合式を示すと次のようになる。

$$(8EB_1 + 4EB_4 + 8EB_3) \cdot \theta_i + 2EB_1 (\theta_{i+\frac{1}{2}} + \theta_{i-\frac{1}{2}}) + 2EB_4 \cdot \theta_{i''} + 2EB_3 (\theta_{i+\frac{1}{2}} + \theta_{i''-\frac{1}{2}}) - \left(\frac{6EB_1}{\lambda} + \frac{6EB_3 \cos \alpha}{\lambda} \right) \cdot (v_{i+\frac{1}{2}} - v_{i-\frac{1}{2}}) - \left(\frac{6EB_4}{\lambda} + \frac{12EB_3 \cos \alpha \sin \alpha}{\lambda} \right) \cdot u_i + \frac{6EB_4}{\lambda} \cdot u_{i''} + \frac{6EB_3 \cos \alpha \sin \alpha}{\lambda} (u_{i+\frac{1}{2}} + u_{i''-\frac{1}{2}}) = 0$$

$$\text{ただし } B_1 = \frac{I_1}{\lambda}, \quad B_2 = \frac{I_2}{\lambda}, \quad B_3 = \frac{I_3 \cos \alpha}{\lambda}, \quad B_4 = \frac{I_4}{\lambda}$$

I : 部材断面2次モーメント

他の格点についても同様を求めることができる。

上記釣合の差分方程式にフーリエ定積分変換を施し、端支点の境界条件を導入すると各要素トラスのマトリックスを得る。

対称荷重の場合について示すと次の様になる。

