

部分分布荷重を担う曲線直交異方性板の解析について

北大工 正員 荏澤 寛吉
 北学園大工 正員 本多 祐也
 北大工 正員 芳村 仁

1. 緒 言

薄板からなる土木構造物は、数多く見られるが、これらの構造物の挙動を全体として、とうえると同時に、局部的に発生する諸性状も究明するためには、一つの構造物をいくつかの、面構造要素よりなる結合体として考え、各要素については、弾性学的な理論解を用い、結合角(線)において連続させて解く方法が用いられる。

ここでは、曲線桁構造と、この手法により扱うとき必要な板要素のうち、床板にある扇形板要素について、その異方性を考慮した上で、実際に必要とする荷重、すなわち丁荷重による部分分布荷重、および全体として考えたときの丁荷重に相当する線荷重が載荷された場合の曲線直交異方性板の挙動を考察したものである。

基礎式などについては、文献(1)に述べてあるので、これを出発点として従来扱われていなかった荷重状態について、解析を行なったので報告したい。

2. 基礎方程式

二直線辺単純支持の異方性扇形平板の基礎方程式⁽¹⁾に、 θ 方向(極座標 (r, θ) を採用したときの周方向)に有限 Fourier 変換を行ない、二直線辺の条件を入れ、更に

$$C^2 = N_\theta / N_r \quad \text{----- (1)}$$

但し、 $N_\theta = \theta$ 方向の板剛性

$N_r = r$ 方向の板剛性

を導入して得られる方程式は、

$$\frac{d^4 w_s}{dr^4} + \frac{2}{r} \frac{d^3 w_s}{dr^3} - \frac{[C^2 + 2C\beta^2]}{r^2} \frac{d^2 w_s}{dr^2} - \frac{[C^2 + 2C\beta^2]}{r^3} \frac{dw_s}{dr} - \frac{\beta^2 [\beta^2 C^2 - (2C^2 + 2C)]}{r^4} w_s = \frac{S\{p(r, \theta)\}}{N_r} \quad \text{----- (2)}$$

上式(2)の右辺が荷重に関係する項で $S\{p(r, \theta)\}$ は載荷荷重の有限 Fourier 変換である。

一般に $F(x)$ の有限 Fourier Sine 変換は、 $S\{p(x)\} = \int_0^\pi F(x) \sin nx \, dx$ で与えられる

(2)式の角解は、次式で表わされる。

$$w_s(r, \beta) = C_1 r^{\lambda_1} + C_2 r^{\lambda_2} + C_3 r^{\lambda_3} + C_4 r^{\lambda_4} + w_p(r, \beta) \quad \text{----- (3)}$$

但し、 C_1, C_2, C_3 , および C_4 は任意定数

$$\left. \begin{aligned} \lambda_1 &= \frac{1-C}{2} + \sqrt{\frac{(1-C)^2}{4} + C\beta^2} \\ \lambda_2 &= \frac{1-C}{2} - \sqrt{\frac{(1-C)^2}{4} + C\beta^2} \\ \lambda_3 &= \frac{3+C}{2} + \sqrt{\frac{(1-C)^2}{4} + C\beta^2} \\ \lambda_4 &= \frac{3+C}{2} - \sqrt{\frac{(1-C)^2}{4} + C\beta^2} \end{aligned} \right\} \quad \text{----- (4)}$$

である。式(3)を逆変換することにより、たわみ $w(r, \theta)$ は次のように求まる。

$$w(r, \theta) = \frac{2}{\alpha} \sum_{n=1,2,\dots}^{\infty} w_s(r, \beta) \sin \beta \theta \quad \text{----- (5)}$$

ここで $\alpha = \text{中心角}$, $\beta = \frac{n\pi}{\alpha}$, $n = 1, 2, 3, \dots$
 各種断面力は、(5) 式を用いることにより決定出来る。

3. 荷重項

a) 部分分布荷重の場合 (図-1)

分布荷重強度 $q_0 \text{ t/m}^2 = \text{一定}$ のとき $S\{p(r, \theta)\}$ は

$$S\{p(r, \theta)\} = \frac{2q_0 \sin \beta d \cdot \sin \beta \bar{\theta}}{\beta}$$

となり、式 (3) の特解 $W_p(r, \beta)$ は、

$$W_p(r, \beta) = \frac{2q_0 \sin \beta d \cdot \sin \beta \bar{\theta}}{N_r \cdot \beta \cdot G} r^4 \text{ ----- (6)}$$

となる。ここで

$$G = C^2 \beta^4 - (18C + 2C^2) \beta^2 + (72 - 8C^2) \text{ ----- (7)}$$

b) 放射方向線荷重の場合 (図-2)

線荷重強度 q_0 は一般に

$$q_0(r, \theta) = q(r) \cdot S(\theta - d)$$

で表わされる。 $S(\theta - d)$ は δ 関数で

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x) S(x - d) dx = f(d)$$

のような性質を持つものである。

線荷重の強度 $q(r) = \text{一定}$ のときは

$$S\{p(r, \theta)\} = \frac{q_0 \sin \beta d}{r}$$

であるので、式 (3) の特解 $W_p(r, \beta)$ は

$$W_p(r, \beta) = \frac{q_0 \sin \beta d}{N_r G} r^3 \text{ ----- (8)}$$

となる。ここで

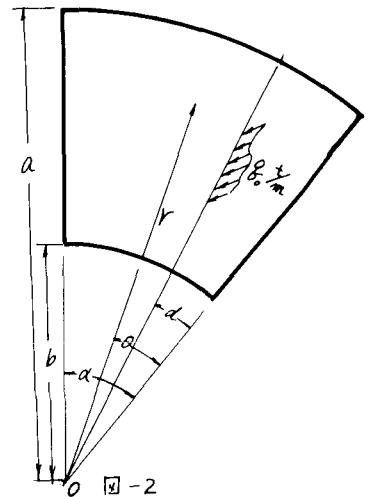
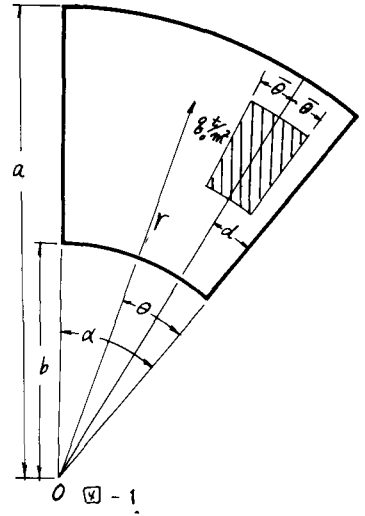
$$G = C^2 \beta^4 - (8C + 2C^2) \beta^2 - (12 - 3C^2) \text{ ----- (9)}$$

以上の式において、 $C = 1$ となれば等方性板の場合であるが、
 その結果は、平板の特異解の積合による (得られた特解²⁾) と
 一致している。

4. 断面力公式と 数値計算例

a) 断面力公式

板剛度と考慮した諸断面力は文献¹⁾ の (27) 式、(45) 式と同様であるが荷重項のみが異なっているのとよそを示
 すとそれぞれ次の様になる。



i) 部分等分布荷重の場合

放射方向曲げモーメント M_r の荷重項と δM_r 、周方向曲げモーメント M_θ の荷重項と δM_θ 、たわみ w の荷重項と δw 、せん断力 Q_r の荷重項と δQ_r 、反力(周方向) V_r の荷重項と δV_r とする。

$$\delta M_r = \frac{2\{12 + C^2 V_r(4 - \beta^2)\}}{G\beta} \sin \beta d \cdot \sin \beta \bar{\theta}, \quad \delta M_\theta = \frac{2C^2(12 V_r + 4\beta^2)}{G\beta} \sin \beta d \cdot \sin \beta \bar{\theta}, \quad \delta M_{r\theta} = \frac{6\beta(C - C^2 V_r)}{G\beta} \sin \beta d \cdot \sin \beta \bar{\theta}$$

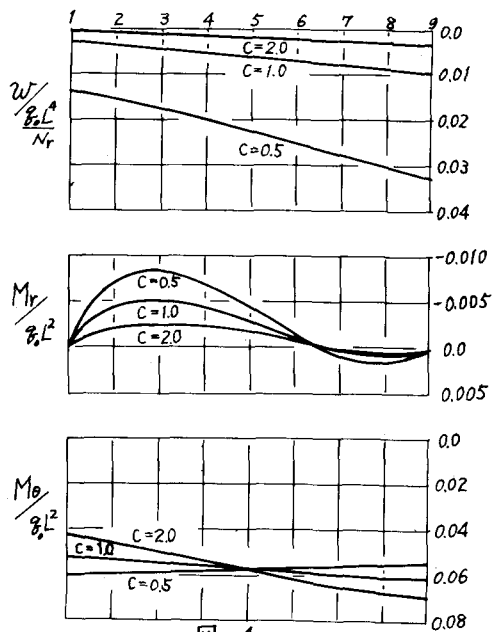
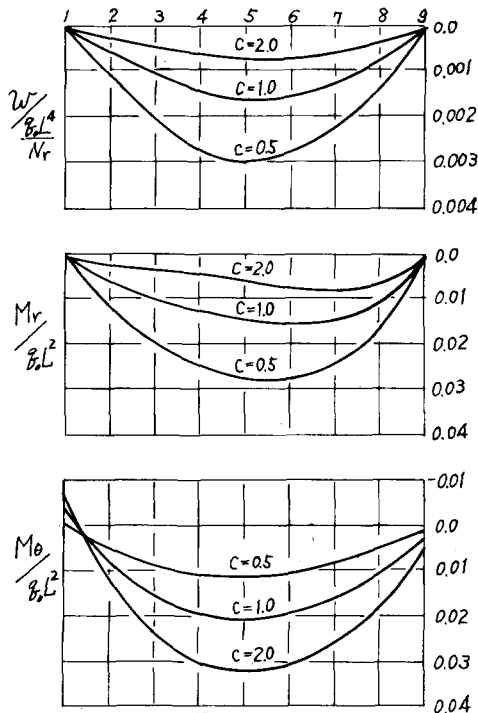
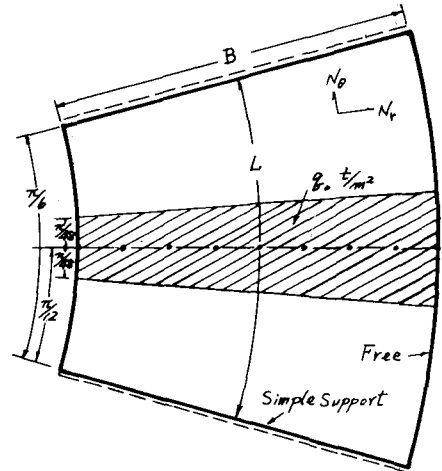
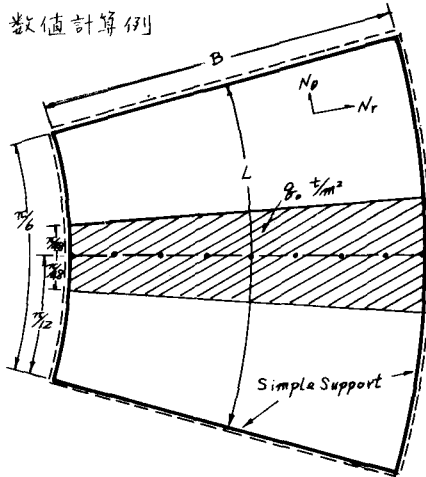
$$\delta Q_r = \frac{2\{36 - 3\beta^2 C - C^2(4 - \beta^2)\}}{G\beta} \sin \beta d \cdot \sin \beta \bar{\theta}, \quad \delta V_r = \frac{2\{36 + C^2\{\beta^2(1 + 2V_r) - 4\}\}}{G\beta} \sin \beta d \cdot \sin \beta \bar{\theta}$$

ii) 放射方向線荷重の場合

$$\delta M_r = \frac{\{6 + C^2 V_r(3 - \beta^2)\}}{G} \sin \beta d, \quad \delta M_\theta = \frac{C^2(3 - \beta^2 + 6V_r)}{G} \sin \beta d, \quad \delta M_{r\theta} = \frac{2\beta(C - C^2 V_r)}{G} \sin \beta d$$

$$\delta Q_r = \frac{\{12 - 2C\beta^2 C^2(3 - \beta^2)\}}{G} \sin \beta d, \quad \delta V_r = \frac{\{12 + C^2\{\beta^2(1 + 2V_r) - 3\} - 4\beta^2 C\}}{G} \sin \beta d$$

b) 数値計算例



計算例として、部分等分布荷重が平板中央部で $\pi/4$ の範囲に載荷した場合、放射方向線荷重が平板中央線上に載荷した場合について、4辺単純支持、2直線2辺自由他2辺自由、の場合について、たわみ w 、曲げモーメント M_r, M_θ を計算した。また $N_\theta/N_r = C^2$ とする時 $C=0.5, 1.0, 2.0$ の場合を取扱った。いずれの例も中心角 $\alpha = \pi/6$, $\nu_r = 0$, 辺比 $B/L = 1$, とした。その結果を図-3, 図-4, 図-5, 図-6 に示した。

5. おとがき

異方性扇形平板要素に、部分的に分布した荷重が作用するときの曲げの問題について解析と数値計算を行なった。その特別な場合は等方性板となるが、その場合は方程式の特異解の積分により求めた結果と一致することを示した。

6. 参考文献

- 1) 曲線直交異方性扇形平板の曲げについて。
- 2) 部分分布荷重と担う扇形平板の曲げについて。

芳村 仁 土木学会論文集 第22号 (昭37.6)

芳村 仁・本多祐也 土木学会第28回概要集

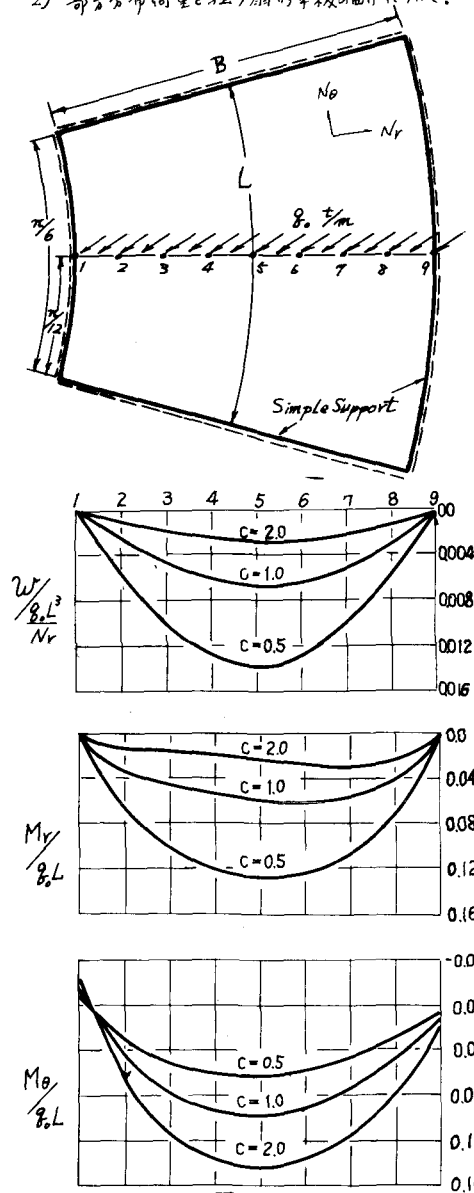


図-5

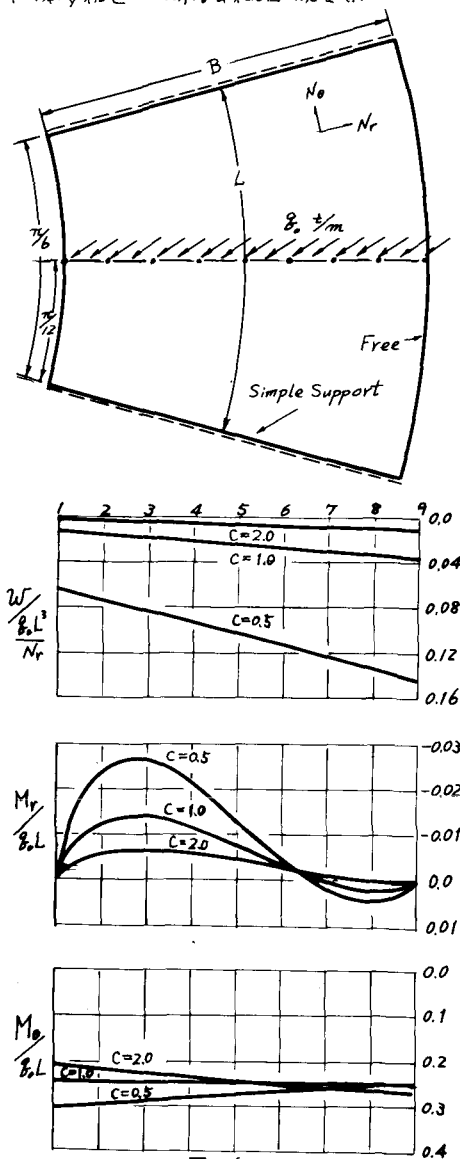


図-6