

PCけた橋における横げたのプレストレスの計算について

北海道工業大学 正負 猪又 稔

1. まえがき

PCけた橋において、中間横げたにPC緊張材が偏心して配置されている場合(図-1)のプレストレスの計算においては、横げたの曲げ変形が自由に生じうるものとして計算されてきた。しかしながら横げたは主げたに剛結されておりその曲げ変形は当然拘束をうけることになる。本文では主げたのねじり剛性および曲げ剛性を考慮して横げたのプレストレスを求めるための計算式を示し、従来の計算結果と比較するために支間20MのPCけた橋について数値計算を行った。

2. 計算仮定

- (1) 主げたの断面は橋軸方向に一定で各主げたのねじり剛性および曲げ剛性は等しい。
- (2) 横げた緊張材の引張力および偏心量は一定である。
- (3) 主げたの配置は等間隔とする。
- (4) 主げたは支点において剛なる端横げたに結合され中間横げたは主げたの支間中央に1本配置されているものとする。

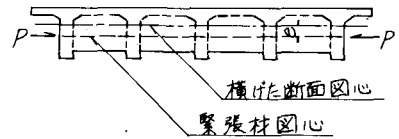


図-1

3. 計算方法

主げたのねじり剛性および曲げ剛性を考慮した横げたのプレストレスは次式であらわすことができる。

$$\frac{\sigma_{tp}'}{\sigma_{tp}} = \frac{P}{A} + \frac{Pe}{W} \pm \frac{M}{W} \quad (1)$$

ここに

σ_{tp}' : 横げた断面の上縁のプレストレス

σ_{tp} : 横げた断面の下縁のプレストレス

P: 緊張材による引張力

e: 横げた断面図心と緊張材図心との偏心距

A: 横げたの断面積

W: 横げたの断面係数

M: プレストレッシングによって生ずる横げたの
2次モーメント

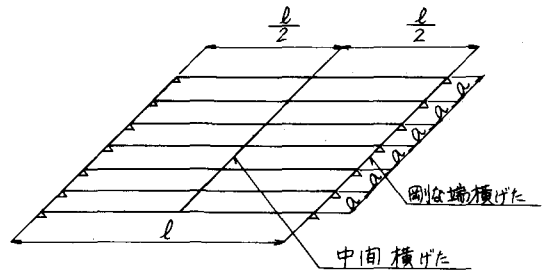


図-2

このMは横げたの曲げ変形が主げたに拘束されるために生ずる横げたの2次モーメントで以下の方法によって求めることができる。

いま a: 主げた間隔 l: 主げた支間長

EI: 中間横げたの曲げ剛性

GJ: 主げたのねじり剛性

α : 主げたの中間横げた位置におけるバネ定数

とすれば

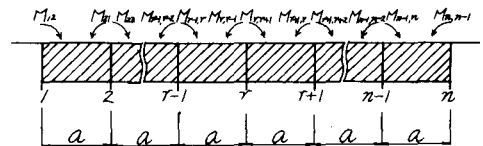


図-3

$$\frac{1}{k} = \frac{l^3}{48 E_0 I_0}$$

ここに $E_0 I_0$: 主げたの曲げ剛性

図-3においてT支束の反力は

$$R_r = \frac{1}{a} (M_{r,r} - M_{r,r-1} - M_{r,r+1} + M_{r+1,r}) \quad (2)$$

主げたのねじりモーメントは...

$$M_{tr} = M_{r,r+1} - M_{r,r-1} \quad (3)$$

また横げたの支束のたわみ角と主げたのねじり角とが等しいことから次の式が求まる。

$$\theta_r = \frac{1}{a} \left(\frac{R_r}{k} - \frac{R_{r+1}}{k} \right) + \frac{P e a}{2 E I} - \frac{2 M_{r,r+1} + M_{r+1,r}}{6 E I} a = \frac{M_{r,r+1} - M_{r,r-1}}{4 G J} l \quad (4)$$

(2)を(4)に代入すれば、

$$\begin{aligned} & -\frac{1}{a^2 k} M_{r-1,r} + \left(\frac{1}{a^2 k} - \frac{l}{4 G J} \right) M_{r,r-1} + \left(\frac{2}{a^2 k} + \frac{a}{3 E I} + \frac{l}{4 G J} \right) M_{r,r+1} + \left(\frac{a}{6 E I} - \frac{2}{a^2 k} \right) M_{r+1,r} \\ & - \frac{1}{a^2 k} M_{r+1,r+2} + \frac{1}{a^2 k} M_{r+2,r+1} = \frac{P e a}{2 E I} \end{aligned} \quad (5)$$

次に横げたの支束においてたわみ曲線の切線が一致することから次の式をうる。

$$-\frac{P e a}{E I} - \frac{1}{a} \left(\frac{R_{r-1}}{k} - \frac{R_r}{k} \right) + \frac{1}{a} \left(\frac{R_r}{k} - \frac{R_{r+1}}{k} \right) = \frac{2 M_{r,r+1} + M_{r+1,r}}{6 E I} a + \frac{2 M_{r+1,r} + M_{r+2,r}}{6 E I} a \quad (6)$$

(2)を(6)に代入して

$$\begin{aligned} & \frac{1}{a^2 k} M_{r-2,r-1} - \frac{1}{a^2 k} M_{r-1,r-2} + \left(\frac{a}{6 E I} - \frac{3}{a^2 k} \right) M_{r-1,r} + \left(\frac{a}{3 E I} + \frac{3}{a^2 k} \right) M_{r,r-1} + \left(\frac{a}{3 E I} + \frac{3}{a^2 k} \right) M_{r,r+1} \\ & + \left(\frac{a}{6 E I} - \frac{3}{a^2 k} \right) M_{r+1,r} - \frac{1}{a^2 k} M_{r+1,r+2} + \frac{1}{a^2 k} M_{r+2,r+1} = \frac{P e a}{E I} \end{aligned} \quad (7)$$

(5)(7)より $2(n-1)$ の式が成立するが $P \cdot e =$ 一定であるので $(n-1)$ の連立方程式とせば横げた各支束の2次モーメントが求まることになる。

4. 数値計算例

建設省土木構造物標準設計(PC橋)の支間 20^m を例にとりて主げたの場合について横げたのアレストレスを求める。主げたおよび横げたの配置を図-4, 5にまた横げた断面を図-6に示す。
なお横げたの圧縮フランジの片側有効巾入は次の式によって求めた。

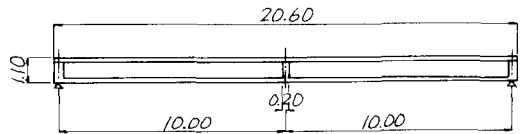


図-4

$$\lambda = \frac{n-1}{6} a$$

n : 主げた本数

a : 主げた間隔

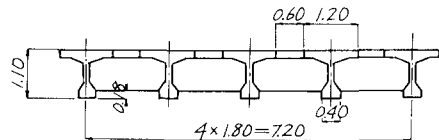


図-5

計算に用いる断面諸元は次のとおりである。

主げた間隔	$a = 1.8 \text{ m}$
主げた断面2次モーメント	$I_o = 0.07092 \text{ m}^4$
主げたのねじり断面2次モーメント	$J = 0.00574 \text{ m}^4$
横げた断面2次モーメント	$I = 0.03181 \text{ m}^4$
主げたの弾性係数	$E_o = 350000 \text{ kg/cm}^2$
主げたのせん断弾性係数	$G = 0.43 E_o$
横げたの弾性係数	$E = 300000 \text{ kg/cm}^2$

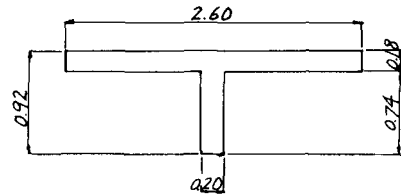


図-6

図7において $PE = \text{一定}$ であるから

$$\begin{aligned} M_{12} &= M_{54}, & M_{21} &= M_{45} \\ M_{23} &= M_{43}, & M_{32} &= M_{34} \end{aligned}$$

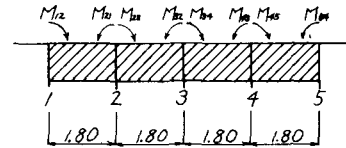


図-7

(5)より

支束1において

$$\left(\frac{2}{a^2 k} + \frac{a}{3EI} + \frac{l}{4GJ} \right) M_{12} + \left(\frac{a}{6EI} - \frac{2}{a^2 k} \right) M_{21} - \frac{1}{a^2 k} M_{23} + \frac{1}{a^2 k} M_{32} = \frac{Pea}{2EI} \quad (1)$$

支束2において

$$-\frac{1}{a^2 k} M_{12} + \left(\frac{1}{a^2 k} - \frac{l}{4GJ} \right) M_{21} + \left(\frac{3}{a^2 k} + \frac{a}{3EI} + \frac{l}{4GJ} \right) M_{23} + \left(\frac{a}{6EI} - \frac{3}{a^2 k} \right) M_{32} = \frac{Pea}{2EI} \quad (2)$$

(7)より支束2において

$$\left(\frac{a}{6EI} - \frac{3}{a^2 k} \right) M_{12} + \left(\frac{a}{3EI} + \frac{3}{a^2 k} \right) M_{21} + \left(\frac{a}{3EI} + \frac{4}{a^2 k} \right) M_{23} + \left(\frac{a}{6EI} - \frac{4}{a^2 k} \right) M_{32} = \frac{Pea}{EI} \quad (3)$$

支束3において

$$\frac{1}{a^2 k} M_{12} - \frac{1}{a^2 k} M_{21} + \left(\frac{a}{6EI} - \frac{3}{a^2 k} \right) M_{23} + \left(\frac{a}{3EI} + \frac{3}{a^2 k} \right) M_{32} = \frac{Pea}{2EI} \quad (4)$$

式	M_{12}	M_{21}	M_{23}	M_{32}	右辺
(1)	$a_{11} = 3015.78/E$	$a_{12} = -1241.14/E$	$a_{13} = -625.29/E$	$a_{14} = 625.29/E$	$28.29Pe/E$
(2)	$a_{21} = -625.29/E$	$a_{22} = -1121.06/E$	$a_{23} = 3641.06/E$	$a_{24} = -1866.42/E$	$28.29Pe/E$
(3)	$a_{31} = -1866.42/E$	$a_{32} = 1894.11/E$	$a_{33} = 2520.0/E$	$a_{34} = -2491.71/E$	$56.59Pe/E$
(4)	$a_{41} = 625.29/E$	$a_{42} = -625.29/E$	$a_{43} = -1866.42/E$	$a_{44} = 1894.11/E$	$28.29Pe/E$

表-1

(1) ~ (4) の連立方程式をとけば

$$M_{12} = 0.0560Pe$$

$$M_{21} = 0.1323Pe$$

$$M_{23} = 0.1589Pe$$

$$M_{32} = 0.1966Pe$$

プレストレスングによる横げたの曲げモーメントおよび主げたの拘束による2次モーメントを示せば図8のようになる。

横げた中央のプレストレスは

$$\sigma_{cp}' = \frac{P}{A} \mp \frac{Pe}{W} \pm \frac{M_{pz}}{W} = \frac{P}{A} \mp \frac{Pe}{W} \eta$$

ここに

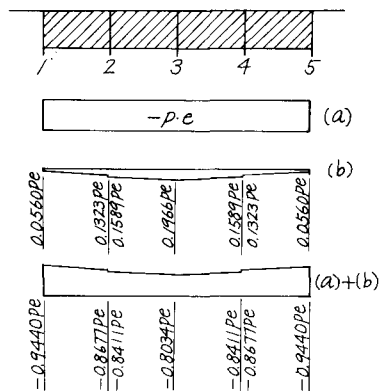
$$\eta = \left(1 - \frac{M_{pz}}{Pe}\right) = 1 - 0.1966 = 0.8034$$

この η はプレストレスによって生ずる曲げモーメントの有効係数ともいべきものである。

更に同一条件で主げた数が2～6までの横げた中央の2次モーメントおよび η を求めると表～2に示すとおりになる。

主げた数	2次モーメント	η
2	0.0223 Pe	0.9777
3	0.0531 Pe	0.9469
4	0.1065 Pe	0.8935
5	0.1966 Pe	0.8034
6	0.3017 Pe	0.6983

表～2



図～8

5. あとがき

主げたのねじり剛性および曲げ剛性を考慮して横げたのプレストレスを求めるための計算式を提案した従来の計算結果と比較するため、実際に架設されるPCけた橋の構造形式を例にとって数値計算を行ったが表～2からめきらかのように主げた数が多くなるほど有効係数 η は減少し設計上無視しえない値になる。また横げたのプレストレスによって主げたの支反力も変化し主げたにも2次断面力が発生することになる。この2次断面力は(2)(3)式から容易に求めることができる。