

ゲルバートラスの立体的振動解析について

北海道大学 正員 能町 義雄

取組トップ(株) 〇〇小針 亮司

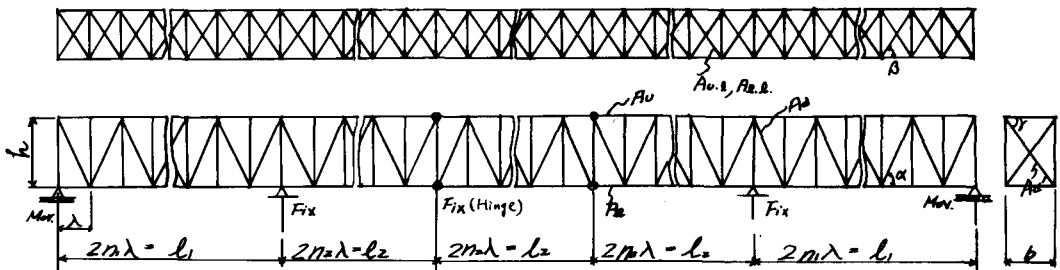
1. はじめに

従来から、長スラトラス橋の立体的振動解析については、種々の仮定と手法を用いて解析されてきたが、多くの研究は、腹板等を板厚無視し、トラスを箱形断面として解析するか、格点数の減少手法として、変位の同等条件を用い、数パネルをまとめて1パネルに換算し解析する等であるが、桁梁構成に忠実に解析した例は未だ見られなようである。

本報では、各桁間ゴレに同じ役割りをする部材の剛性一定であるとして桁梁構成に忠実に釣り合い条件による連立方程式を求め、正弦波および余弦からなるフーリエ変換と変換を用いてゲルバートラスの固有振動を解析したものである。

ちなみに、図のようなトラス橋について、格点数 $n=30$ とすると $30 \times 16 = 480$ 元のマトリックスとなるが、本方法を用いると30個の元マトリックスと1個の30元マトリックス(境界条件式)を解いて求める。

尚本報は、断面高が変化するカルレバートラス橋に関する振動解析過程の途中計算であり、最終的にモードを求める固有値とモード型と実橋造物に対する境界条件と満足する変位曲線としてガラマンズを適用して、振動解析を行う事を目的としている。



ゲルバートラス橋 平面図, 側面図

横断面

A_{uc} : 上横橋断面積, A_{uc} : 下横橋断面積, A_u : 上弦桁断面積, A_{uc} : 下弦桁断面積
 A_d : 腹板断面積, A_d : 斜橋桁断面積, b : 主桁間隔, λ : パネル長, n : パネル数
 h : 桁高

2. 公式

正弦波および余弦波からなるフーリエ変換と変換および逆変換公式、計算例については今迄に^{(1)~(4)}も相当数発表したので^{(1)~(4)}を省略するが一例を掲げると次のようになる。

和変換(正弦)

$$\int_0^L [\Delta f(x)] = -\sin \frac{i\pi}{n} \{ (1) f(1) - f(0) \} - D_i \cdot \int_0^L [f(x)], \quad D_i = 2(1 - \cos \frac{i\pi}{n})$$

逆変換

$$\int_0^L [f(x)] = \sum_{i=1}^{n-1} f(i) \sin \frac{i\pi}{n} x \quad (x, i = 1, 2, 3, \dots, n) \quad \text{とある}$$

$$f(x) = \frac{2}{n} \int [f(x)] \cdot \sin \frac{i\pi}{n} x$$

余弦の和分変換は

$$\int_i [\Delta f(x)] = -2 \sin \frac{i\pi}{n} \left\{ \frac{1}{2} (v^i f(x_{i-1})) + \frac{1}{2} f(0) + C_i [f(x)] \right\}$$

ただし $\Delta f(x_{i-1}) = f(x_{i+1}) - 2f(x_i) + f(x_{i-1})$, $\Delta f(x_1) = f(x_{n+1}) - f(x_1)$

3. 運動方程式

1). 仮定

- 同じ役割をする部材の定数は各方向ごとに一定である。
- 同一橋梁における上弦材と下弦材両主構同志の丈夫の水平変位および上弦材と下弦材の鉛直変位は相等しい。
- 質量は各桁梁ごとの集中質量とする。
- 橋軸方向の質量は考慮しない。

2). 差分方程式と和分変換

式の誘導過程は省略し、概略の手順と結果について記す。

手順

- フックの法則により各部材力式をとり、各桁梁に作用する基本差分方程式を求める。(剛性マトリックス)
- 求まった基本差分方程式に、フーリエ変換と和分変換を施し、かつ、重力加速度 g (cm/sec²)、桁梁集中質量 m (kg) とし、正弦振動を仮定して $f(x) = \bar{f}(x) \sin \omega x$ とすると次頁のような固有振動となる運動方程式が導かれる。

ただし次頁によ、縦着圧向と張出し圧向のマトリックスのみを示し、半径周については同様の式が省略した。

3). 振動数方程式

境界値を未知数として 2) の $\bar{f}$ とする変位を用い、以下の条件を基に連続条件式(3つ口)を導入し、Determinant = 0 より固有振動数が求められる。ここより得られた固有振動数より、境界値を求め、この和分変換式に代入して、各変位振幅が得られる。

連続条件式

- 橋脚の鉛直変位は無視する。
 - 橋脚上およびHinge連結部において、隣り合う橋軸方向変位の相等。
 - 〃 〃 〃 における力の釣合い。
- 尚30元の連続条件式に、2は省略する。

4. おおむね

以上、長大トラス橋の立体振動解析を簡便なモデルを用いてフーリエ変換を用いた解析方法を示したが、諸元の数値を具体的な計算例については、当面場にと発表する予定である。

固定半径，内特徑同和分マトリックス

$A_{1,1}$	0	0	0	$A_{1,5}$	$A_{1,6}$	0	0	0	$A_{1,11}$	0	0	0	0	0	0	$U_{1,1}^{(2)}$	$K_4 \cos^2 \beta \sin \beta / 2 \cdot \cos \frac{\pi}{2n} \{ \dot{U}_0 - (1-\epsilon) \dot{U}_n \}$
$A_{2,2}$	0	0	$A_{2,5}$	$A_{2,6}$	0	0	0	0	$A_{2,11}$	0	0	0	0	0	0	$U_{1,2}^{(2)}$	$K_4 \cos^2 \beta \sin \beta / 2 \cdot \cos \frac{\pi}{2n} \{ \dot{U}_0 - (1-\epsilon) \dot{U}_n \}$
$A_{3,3}$	0	0	$A_{3,5}$	$A_{3,6}$	$A_{3,7}$	$A_{3,8}$	0	0	$A_{3,12}$	0	0	0	0	0	$A_{3,16}$	H_3	
$A_{4,4}$	0	$A_{4,7}$	$A_{4,8}$	0	0	$A_{4,9}$	0	0	$A_{4,12}$	0	0	0	0	$A_{4,15}$	0	$U_{1,4}^{(2)}$	H_4
$A_{5,5}$	0	0	0	0	$A_{5,9}$	0	0	0	$A_{5,13}$	0	0	0	0	0	0	$U_{1,5}^{(2)}$	H_5
$A_{6,6}$	0	0	0	0	$A_{6,9}$	0	0	0	0	0	$A_{6,14}$	0	0	0	0	$U_{1,6}^{(2)}$	H_6
$A_{7,7}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	$U_{1,7}^{(2)}$	$H_6 - (1-\epsilon) H_n + K_4 \cos^2 \beta \sin \beta / 2 \cdot \{ \dot{U}_0 - (1-\epsilon) \dot{U}_n \}$
$A_{8,8}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	$U_{1,8}^{(2)}$	$H_6 - (1-\epsilon) H_n + K_4 \cos^2 \beta \sin \beta / 2 \cdot \{ \dot{U}_0 - (1-\epsilon) \dot{U}_n \}$
$A_{9,9}$	$A_{9,10}$	$A_{9,11}$	0	$A_{9,13}$	$A_{9,14}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	$U_{1,9}^{(2)}$	$K_4 \cos^2 \beta \sin \beta \cdot \sin \frac{\pi}{2n} \{ \dot{U}_0 - (1-\epsilon) \dot{U}_n \}$
$A_{10,10}$	0	$A_{10,11}$	$A_{10,12}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	$U_{1,10}^{(2)}$	$K_4 \cos^2 \beta \sin \beta \cdot \sin \frac{\pi}{2n} \{ \dot{U}_0 - (1-\epsilon) \dot{U}_n \}$
$A_{11,11}$	0	0	$A_{11,12}$	0	0	0	0	0	$A_{11,15}$	$A_{11,16}$	0	0	0	0	0	$U_{1,11}^{(2)}$	0
$A_{12,12}$	0	$A_{12,13}$	$A_{12,14}$	0	0	0	0	0	$A_{12,15}$	$A_{12,16}$	0	0	0	0	0	$U_{1,12}^{(2)}$	$-K_1 \cos \alpha \sin \alpha \cdot \sin \frac{\pi}{2n} \{ \dot{U}_0 - (1-\epsilon) \dot{U}_n \}$
$A_{13,13}$	0	0	0	0	0	0	0	0	$A_{13,15}$	$A_{13,16}$	0	0	0	0	0	$U_{1,13}^{(2)}$	$-K_1 \cos \alpha \sin \alpha \cdot \sin \frac{\pi}{2n} \{ \dot{U}_0 - (1-\epsilon) \dot{U}_n \}$
$A_{14,14}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	$U_{1,14}^{(2)}$	0
$A_{15,15}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	$U_{1,15}^{(2)}$	0
$A_{16,16}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	$U_{1,16}^{(2)}$	0

Sym.

Sym.

U: 橋軸方向変位, J: 鉛直方向変位, W: 橋軸垂直方向変位.

$$K_1 = \frac{EA_d}{\lambda}, K_2 = \frac{EA_u}{\lambda}, K_3 = \frac{EA_k}{\lambda}, K_4 = \frac{2EA_{kl}}{\lambda}, K_5 = \frac{2EA_{kl}}{\lambda}, K_6 = \frac{2EA_d}{b}$$

$$A_{11} = A_{22} = -(2K_2 + K_4 \cos^2 \beta), A_{33} = A_{44} = -(2K_3 + K_4 \cos^2 \beta + 2K_1 \cos^2 \alpha), A_{11} = A_{22} = -(2K_2 + K_4 \cos^2 \beta)$$

$$A_{49} = -(2K_4 \cos^2 \beta \sin \beta + K_6 \cos^2 \beta) + m_1 w^2 / g, A_{11,11} = -(2K_4 \cos^2 \beta \sin \beta + K_6 \cos^2 \beta) + m_1 w^2 / g,$$

$$A_{12,12} = -(2K_4 \cos^2 \beta \sin \beta + K_6 \cos^2 \beta) + m_1 w^2 / g, A_{13,13} = A_{14,14} = A_{15,15} = A_{16,16} = -(2K_4 \cos^2 \beta \sin \beta + K_6 \cos^2 \beta) + (m_1 + m_2) w^2 / g, A_{15} = A_{16} = 2K_4 \cos^2 \beta \sin \beta$$

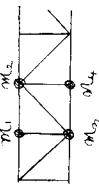
$$A_{17} = A_{18} = K_4 \cos^2 \beta \cos \frac{\pi}{2n}, A_{3,6} = A_{6,3} = 2K_1 \cos^2 \alpha \cdot \cos \frac{\pi}{2n}, A_{3,7} = A_{7,3} = 2K_1 \cos^2 \alpha \cdot \cos \frac{\pi}{2n}$$

$$A_{11,11} = -A_{11,11} = A_{11,12} = A_{12,11} = -A_{13,10} = -A_{10,13} = -K_4 \cos^2 \beta \sin \beta \cdot \sin \frac{\pi}{2n}, A_{13,12} = -A_{12,13} = -A_{14,15} = -A_{15,14} = -K_4 \cos^2 \beta \sin \beta \cdot \sin \frac{\pi}{2n}$$

$$A_{16,16} = K_4 \cos^2 \beta, A_{17,17} = 2K_4 \cos^2 \beta \sin \beta \cdot \cos \frac{\pi}{2n}, A_{18,18} = 2K_4 \cos^2 \beta \sin \beta \cdot \cos \frac{\pi}{2n}, A_{19,19} = 2K_4 \cos^2 \beta \sin \beta \cdot \cos \frac{\pi}{2n}$$

$$A_{20,20} = K_4 \cos^2 \beta \sin \beta, A_{21,21} = 2K_4 \cos^2 \beta \sin \beta \cdot \cos \frac{\pi}{2n}, A_{22,22} = 2K_4 \cos^2 \beta \sin \beta \cdot \cos \frac{\pi}{2n}, A_{23,23} = 2K_4 \cos^2 \beta \sin \beta \cdot \cos \frac{\pi}{2n}$$

$$H_3 = H_6 - (1-\epsilon) H_n + K_4 \cos^2 \beta \sin \beta / 2 \cdot \cos \frac{\pi}{2n} \{ \dot{U}_0 - (1-\epsilon) \dot{U}_n \}, H_4 = H_6 - (1-\epsilon) H_n + K_4 \cos^2 \beta \sin \beta / 2 \cdot \cos \frac{\pi}{2n} \{ \dot{U}_0 - (1-\epsilon) \dot{U}_n \}$$



$$m_1 + m_2 = m_3 + m_4 \quad \epsilon \dot{U}_n$$

参考文献

- 1) Sumio G. Nomachi : "A Note on Finite Fourier Transforms Concerning Finite Integration", The Memoirs of the Muroran Ins. Tech., Vol. 5, No. 2, pp. 205~212, 9/1966.
- 2) 能町 : "差分方程式で表わされる不確定構造物の和分変換による解法例", 土木学会北海道支部, 技術資料, 23号, 2/1967, pp. 173~177.
- 3) 能町, 小針 : "三弦トラスの応力解析について", 東北工業大学研究報告(理工編)第6巻, 第3号, 昭和44年7月; pp. 217~229.
- 4) Sumio G. Nomachi, Kenichi G. Matsumoto : "Application of Finite Fourier Integration Transforms for Structural Mechanics", Proceedings of the Twentieth Japan National Congress for Applied Mechanics, 1970", pp. 117~123.
- 5) 佐藤, 松本, 江見, 古元 : "炭素カネープレートトラス橋の地震応答と耐震設計法について", 土木学会論文集, No. 212, 1973, 4, pp. 1~10.
- 6) 日本道路公団編集 : 工事報告 天草五橋, 設計編および施工編
- 7) 土木学会・本州四国連絡橋技術調査委員会 : "本州四国連絡橋技術調査報告書, 付属資料2, 耐震設計指針 (1967)・同解説および耐震設計詳細", 昭和42年7月, pp. 115~119.