

流域形状と流出系の関連について

北海道開発局 石狩川開発建設部 正会員 館谷 清
 “ “ “ 山口 甲
 “ “ “ ○工藤 昂

1. はじめに

河川流量の推定は、一般的に降雨より、適当な流出解析手法を用いて計算されるのが常とされている。河川を改修する場合、まず、計画高水流量が所定の安全度（降雨の超過確率年を用いる）で、所定の河川区間において計算されなければならない。計画高水流量解析に当り、大きな問題点として ①流量観測資料を持たない場合が多い ②流量観測を実施しているが、洪水毎にその流出特性が異なること、などがあげられる。また、洪水制御ダムの流入予測、あるいは、洪水予報のための河川流量の予測などにおいても、②の問題があり、これら、自然条件の異なる中ですべての流出特性に対応する解析手法の確立が要求されている。

そこで筆者らは、本邦で最も多く使われている貯留関数法を用いて、上記の諸問題を解消すべく、予測解析手法のモデルを検討したものである。

2. 概要

2-1 流域の概要

石狩川水系のなかで、流量資料の手出来た図-1の6流域を選んで、その諸元を表-1に示す。

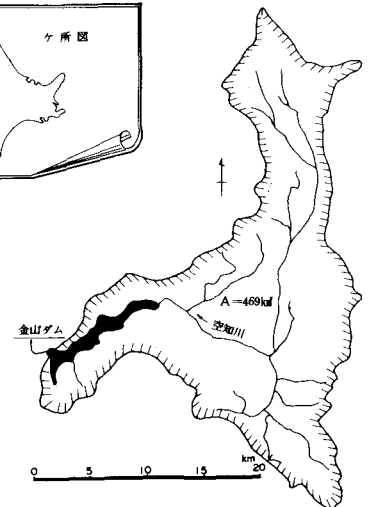
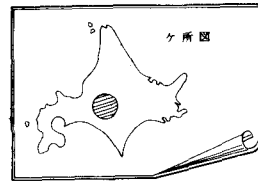


表-1 流域諸元

流域名	流域面積 A km ²	流路延長 L km	河川勾配 S	図尺から算出 Lp km	流域周長 L km
下夕張	91.2	23.4	0.02521	6.3	51
奥鹿島	28.5	11.9	0.06554	4.2	20
白金	49.9	16.0	0.05000	6.2	29
金山	469.0	54.5	0.01871	17.7	142
大夕張	176.4	28.5	0.02526	8.1	62
桂沢	151.2	14.5	0.02713	4.4	56

2-2 解析に用いた洪水例

表 2-1 下夕張

洪水番号	発生年月日	降雨量 mm	ピーク流量 m ³ /s	直接流出率
1	5.43.5.22	103.2	22.14	0.10
2	43.6.11	137.0	22.14	0.04
3	43.8.9	127.6	36.03	0.113
4	43.9.20	162.0	32.96	0.085
5	44.8.31	71.5	94.54	0.633

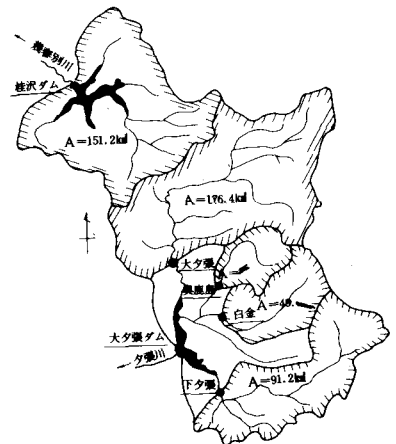


図-1 流域図

表 2.2 奥度島

洪水番号	発生年月日	降雨量 mm	ピーク流量 m³/s	直接流出率
1	54.3.5.22	139.7	8.27	0.116
2	43.6.11	153.5	6.75	0.043
3	44.8.31	102.1	20.45	0.198
4	46.9.4	127.0	11.65	0.159

表 2.4 金山

洪水番号	発生年月日	降雨量	ピーク流量	直接流出率
1	53.6.7.24	137.0	288.97	0.233
2	37.8.3	218.0	703.20	0.390
3	39.8.23	74.5	202.08	0.458
4	44.8.31	50.0	96.75	0.109

表 2.5 大夕張

洪水番号	発生年月日	降雨量	ピーク流量	直接流出率
1	54.3.5.22	105.1	67.98	0.374
2	44.5.17	50.3	125.45	0.184
3	46.9.3	167.5	178.24	0.443

表 2.3 白金

洪水番号	発生年月日	降雨量	ピーク流量	直接流出率
1	54.3.5.20	147.5	14.60	0.082
2	43.5.22	127.9	14.91	0.117
3	43.6.11	159.0	17.54	0.060
4	43.9.20	264.1	21.18	0.060
5	43.9.30	195.8	14.10	0.093
6	44.5.17	68.0	52.97	0.339
7	44.8.31	115.5	88.96	0.205
8	46.9.4	149.0	27.44	0.528

表 2.6 桂沢

洪水番号	発生年月日	降雨量	ピーク流量	直接流出率
1	53.3.7.23	105.0	200.0	0.664
2	34.9.6	176.2	176.0	0.198
3	36.7.24	217.0	281.0	0.609
4	37.8.2	208.5	322.67	0.671
5	40.9.16	165.5	145.05	0.559
6	41.8.19	147.0	497.34	0.688

3. 貯留関数法とその推移

3-1 貯留関数法⁵⁾

$$\frac{ds}{dt} = I - O \quad , \quad S = K \cdot O^P \quad , \quad \frac{ds}{dO} = K \cdot P \cdot O^{P-1} = f(O)$$

を差分で解き、次式を得る。

$$O_2 = \frac{at}{f(O_1) + at/2} I + \frac{f(O_1) - at/2}{f(O_1) + at/2} O_1$$

流入量 I は、工藤らによる次の方法を用いた。

$$I = RE \cdot A / 3.6 \cdot at$$

$$RE = (R - r) \cdot \left\{ 1 - e^{-\beta(R-r)} \right\} \quad , \quad (R < Z)$$

$$RE = R - TRSA \quad , \quad (R > Z)$$

この RE: 累加有効雨量, R: 累加雨量, Z: $Rave(1-f) \cdot e$

r: 初期損失雨量, Rave: 流域平均雨量, f: 流出率 RE/ER

β : 主として地形、地質、降雨の強度によって決まる係数

TRSA: 総雨量と総有効雨量の差 $= \Sigma(R-r) - \Sigma RE$

3-2 貯留関数法の推移

貯留関数法による流出解析手法の体系は、木村氏によって提唱されたもので、貯留関数法のキーポイントである ① K (貯留係数), ② P (貯留指数), ③ T_d (遅滞時間) の解は S (実測貯留量) $\sim O_d$ (実測流出量) の曲線のループ解消を目視によって行ない、求めていた。その後、電子計算機の導入と相俟って、その方法がかならずしも最適解を得るものではないとし、種々の検討がなされてきた。それらの例を挙げると、

(1) 淀川にみられるように、流量誤差 E を次式で表わし、これを最小とする K, P (T_d は一定) を試算より求め

る方法

$$E = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left(\frac{QO(t_i) - QC(t_i)}{QOp} \right)^2, \quad (N: \text{サンプルサイズ}, QO(t_i): t \text{時刻の実測流量}, QC(t_i): t \text{時刻の計算流量}, QOp: \text{実測ピーク流量})$$

(2) 青木³⁾の方法は、洪水期間中に、実測の流域降雨へ流出量の関係から、時刻毎に P あるいは K を逐算により逐次求めて行く方法

(3) 工藤⁴⁾の方法は、 K, P, Te についての式誤差 E の3次元マトリックスの中から、 E の最小値となる K, P, Te を求める方法

(4) 千石⁵⁾にみられるように Te, P を与えて、 E が最小となる K を偏微分方程式を解いて求める方法

$$K = \frac{\Delta t \sum_{i=1}^{I-P} \{Q_i(t_i) - QC(t_i)\}^2}{P \sum_{i=1}^I \{QO(t_i) - QO(t_i - \Delta t)\} Q_i(t_i) \{Q_i(t_i) - QC(t_i)\}}, \quad (Q_i(t_i): t \text{時刻の流入量}, \Delta t: \text{単位時間})$$

等がある。

ここで、筆者らは、さらにピーク流量についての重要度を加味し、 $EQ = E + 0.25 E_p$, ($E_p = \frac{QOp - Qcp}{QOp}$) の最小値を非線型計画法 (Nonlinear programming, NP) である無制約最小化反復法 (Sequence of Unconstrained Minimization Technique, SUMT) で K, P, Te を求めた。

4. 貯留関数とその特性

4-1 K と P の関係

筆者らの方法による EQ は、 $f(K, P, Te, Re, QO(t_i))$ の関数で表わされるが、 $P, Te, Re, QO(t_i)$ を既知数として、その最小値は $\frac{\partial EQ}{\partial K} = 0$ とおいて求まる。しかし、数式が複雑なため、SUMT法を用いることを前述したが、計算結果より得た K と P の関係は図-2に示すように、次式の関係を得た。

$$K = \alpha \cdot e^{-\beta P} \quad (3)$$

(3)式について、それぞれの観測所洪水例毎計算した結果を表-3に示したが、相関係数がほぼ1に近い良好な成果を得た。

表-3

観測所名	洪水番号	α	β	相関係数
F7張	1	359.99	3.26	0.999
	2	186.99	3.47	0.999
	3	390.84	4.05	0.999
	4	391.24	3.85	0.999
	5	1162.56	4.98	0.999
奥鹿島	1	138.49	2.42	0.999
	2	61.35	2.38	0.999
	3	189.55	3.52	0.999
	4	145.38	2.92	0.999
白金	1	156.38	2.63	0.999
	2	289.99	2.84	0.999
	3	161.40	3.20	0.999

白金	4	236.48	3.55	0.999
	5	255.75	3.13	0.999
	6	444.14	4.30	0.999
	7	691.42	5.04	1.000
金山	8	398.78	3.84	1.000
	1	4,054.23	6.25	1.000
	2	11,301.74	6.97	1.000
	3	3,946.11	5.23	1.000
	4	666.26	4.64	1.000

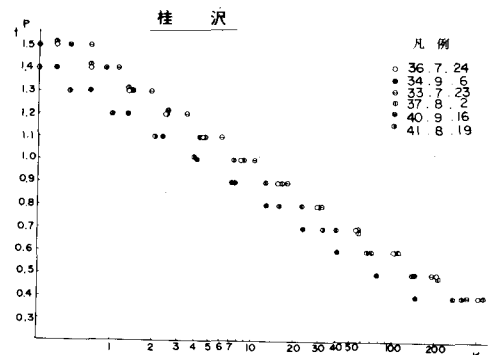


図-2 $K \sim P$

大7張	1	1,018.38	4.47	1.000
	2	1,449.27	5.11	1.000
	3	2,831.79	5.68	1.000
桂沢	1	3,157.39	5.68	1.000
	2	1,297.94	5.73	0.999
	3	4,583.20	6.29	1.000
	4	5,283.53	6.38	1.000
	5	2,205.07	5.65	0.999
	6	4,799.32	7.08	0.999

4-2 Pの流域特性

Pを0.1刻みで、EQを最小とするK, E, T_E (T_E は一洪水内では一定)が各々求まるが、洪水例毎にEQおよびEが最小を示すPの値が異なる。しかし、Pの値が多少の範囲で変動しても、それに対するKの値が適正であれば、それほど流量誤差を伴わない。

筆者らは、図-3に示すようにPと E/E_{min} をプロットし、 E/E_{min} が全洪水例で最小となるPの値を、その流域でのP値とした。

さらに、こうして得られたP値と流域密度との関係を図-4にプロットし、高い相関関係を得た。

P値は、Manningの等流式から得られる理論解とは一致せず、流域形状の複雑な構造に多くは支配されるものと思われる。

4-3 Kの特性

Pの値が図-4の関係から与えられると、(3)式によりKが求まる。しかし、(3)式の α , β の値が表-3の如く、洪水毎に異なるため不便である。

筆者らは、 α と β が有効雨量 R_e の因子と極めて相関性が高いことを見出し、(3)式より(4)式を導いた。

$$K = a_1 R_e^{a_2} \cdot \exp\{-(a_3 + a_4 R_e)P\} \quad (4)$$

表-3より、(4)式の各係数を最小自乗法で求めると、(4)式は各流域毎表-4の如くとなる。

表-4の予測式を用いて、実績 R_e およびPをインポートして求まったK値を検証したのが図-5であり、予測K値から得られる流量再現計算の比較を表-5に示した。また、表-5の予測K値で得られた計算ピーク流量と実績ピーク流量を比較したのが図-6である。

表-4

観測所名	相 関 予 測 式
下夕張	$K = 44.49 R_e^{0.848} \exp\{-(0.03986 R_e + 3.21)P\}$
奥鹿島	$K = 11.31 R_e^{0.895} \exp\{-(0.060 R_e + 1.86)P\}$
白金	$K = 25.08 R_e^{0.832} \exp\{-(0.042 R_e + 2.68)P\}$
金山	$K = 115.07 R_e^{1.023} \exp\{-(0.0278 R_e + 4.68)P\}$
大夕張	$K = 110.32 R_e^{0.788} \exp\{-(0.022 R_e + 4.32)P\}$
桂沢	$K = 44.56 R_e^{0.917} \exp\{-(0.0078 R_e + 5.40)P\}$

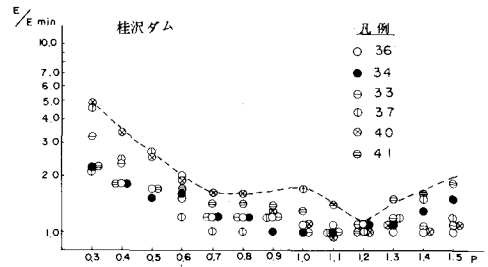


図-3 $E/E_{min} \sim P$

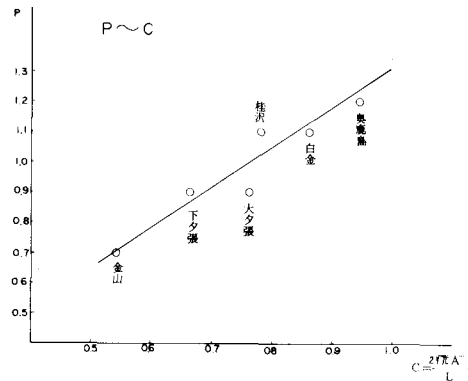


図-4

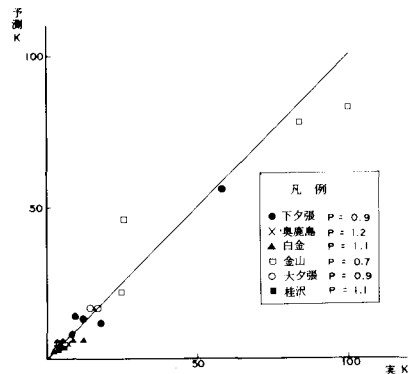


図-5 予測K値の検証

表-5

観測所名	洪水番号	SUMT法による計算値				予測法による計算値			
		K	P	E	Ep	K	P	E	Ep
下ノ張	1	18.1	0.9	12.9	3.2	12.4	0.9	14.6	29.5
	2	7.9	"	1.4	0.2	8.6	"	1.9	4.6
	3	9.6	"	15.7	1.5	14.2	"	7.9	17.9
	4	11.8	"	2.8	1.2	13.9	"	2.7	11.5
	5	12.7	"	2.1	2.1	12.4	"	2.5	3.7
鹿島	1	7.6	1.2	5.4	1.9	4.6	1.2	22.1	21.1
	2	3.5	"	2.4	1.3	4.1	"	2.5	6.0
	3	2.8	"	3.5	0.7	4.2	"	2.5	19.3
	4	4.3	"	2.9	0.1	4.2	"	3.2	0.8
白金	1	8.5	1.1	1.5	0.3	6.3	1.1	5.8	10.9
	2	12.6	"	4.9	1.7	6.3	"	13.9	40.8
	3	4.7	"	3.3	0.1	5.5	"	3.7	8.1
	4	4.6	"	7.7	0.5	6.3	"	10.9	13.3
	5	8.1	"	4.2	0.7	6.3	"	5.0	11.1
	6	3.5	"	2.9	1.7	6.2	"	11.9	25.2
	7	2.6	"	6.7	4.1	2.4	"	8.1	7.7
	8	5.8	"	7.9	0.7	5.5	"	8.6	3.2
金山	1	49.8	0.7	4.9	13.5	80.7	0.7	8.5	18.2
	2	84.2	"	4.8	3.3	78.2	"	4.6	8.9
	3	99.5	"	7.5	3.5	82.8	"	7.8	9.7
	4	24.8	"	1.8	1.9	22.2	"	2.5	7.2

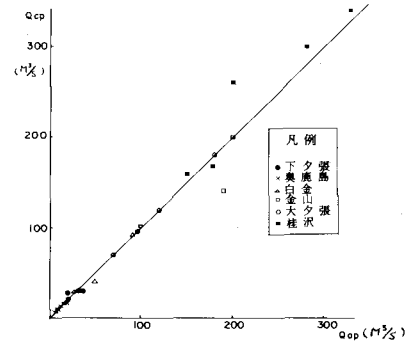


図-6 ピーク流量の比較図

観測所名	洪水番号	SUMT法による計算値				予測法による計算値			
		K	P	E	Ep	K	P	E	Ep
大ノ張	1	17.2	0.9	4.4	0.9	15.9	0.9	4.9	4.5
	2	14.0	"	1.9	4.6	16.8	"	1.8	8.3
	3	16.5	"	2.0	1.0	17.0	"	1.8	0.9
桂沢	1	6.0	1.1	4.8	0.4	3.7	1.1	28.2	30.0
	2	2.3	"	17.2	0.9	2.6	"	17.0	0.8
	3	4.4	"	7.4	2.3	4.0	"	7.9	6.6
	4	4.6	"	3.7	0.2	4.0	"	3.6	5.1
	5	4.2	"	16.5	8.5	4.0	"	17.3	10.3
	6	2.0	"	13.4	1.8	4.1	"	21.4	38.0

表-4の相関予測式は、流量観測の実施されている流域で与えられ、(4)式の係数 $a_1 \sim a_4$ は流域の規模で異なっているので、流量観測の実施していない流域での予測式を必要とする場合、(4)式では不便である。そこで、筆者らは、(3)式の α 、 β を推定するため、有効雨量 Re 、流域面積 A を因子として、(5)式なる相関関係を試みた結果、表-6に示すように非常に高い相関性が得られたものである。

$$K = 10^{(B_0 + B_1 \log Re + B_2 \log A)} \cdot \exp\{-(B_3 + B_4 \log Re + B_5 \log A)P\} \quad (5)$$

なお、(5)式は、限られた範囲での検討であるため、ここでは単に相関性の検討のみとした。

4-4 T_L の特性

遅滞時間 T_L の特性は、よく用いられているLinsleyの式を参考とし実験式⁸⁾にプロットしたが、比較的相関性

表-6 単相関係数マトリックス

	$\log Re$	$\log A$	$\log \alpha$
$\log Re$	1.000		
$\log A$	0.3558	1.000	
$\log \alpha$	0.8109	0.8250	1.000

重相関係数 $R_{y, x_1, x_2} = 0.994$

	$\log Re$	$\log A$	β
$\log Re$	1.000		
$\log A$	0.3558	1.000	
β	0.8066	0.7675	1.000

重相関係数 $R_{y, x_1, x_2} = 0.958$

が高い。(図-7)

$$T_R = C(L \cdot L_p / \sqrt{S})^n$$

この C: 流域地形によって定まる係数
L: 流域内で最も長い河川延長
L_p: 流域重心までの距離
S: 流路の平均勾配
n: 指数定数

4-5 流量の再現

以上の方法による流量再現図の一部を示したが図-8である。

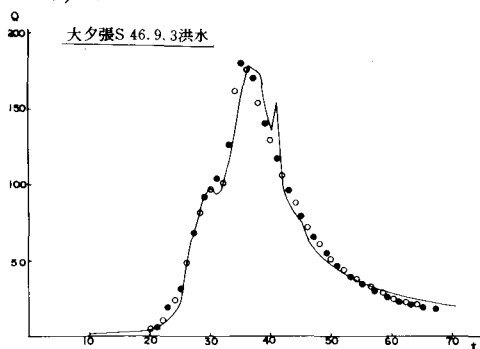


図-8 流量再現図

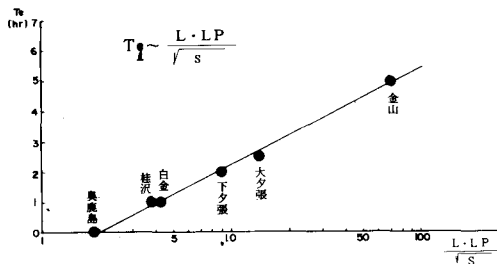
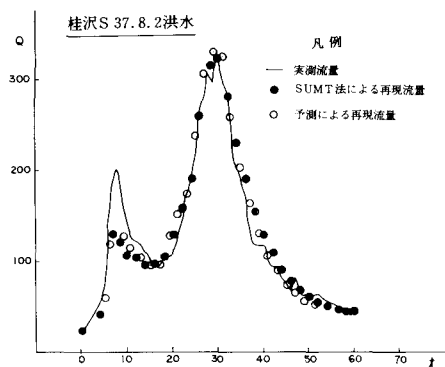


図-7 T_R の特性



5 あとがき

河川管理者は、ダム管理及び洪水予報業務において、ダム流入量並びに河川流量の予測計算をしなければならぬが、その手法についての明瞭な回答が得られず、多くの研究がなされている。また、計画高水流量の算定に当っては、計画流量が河川の改修規模を決定する重要な要素であることは周知のとおりであるが、観測所の不備は地味での解析及び推定流量の適否の検証に欠けていた。

本研究の成果は、限られた資料数であるが、筆者らは期待以上の成果を得たものとし、なお、さらに多くの河川での検討を実施中である。

なお、本研究の前提となる降雨予測・有効雨量予測の研究については、工藤⁷⁾の研究があるがこれをもさらに研究を進めている。

参考文献

- 1) 木村俊晃、貯留関数法 昭和37年12月 (土木技術資料会刊)
- 2) 近畿地建、淀川の治水計画とそのシステム工学的研究、昭和45年 p265
- 3) 青木 佑久、貯留関数法による洪水流出量の予測手法の改良、昭和47年: 土木技術資料 4月号
- 4) 工藤 昇、田村 祥一、貯留関数法による河川流出河道追跡の手法に関する研究 昭和48年2月, 北海道開発局 技術研究発表会論文集
- 5) 北海道開発コンサルタント、千代川流量解析検討報告書: 昭和48年3月 p105 北海道開発局 石狩川開発建設部
- 6) 新河川学, 地人書館 昭和36年8月発行 p6
- 7) 工藤 昇、橋本 鐵吾、豊平川におけるダム統合管理の最適解について、昭和48年 第27回建設省技術研究会講演概要集 p123
- 8) ちと之 岸力 昭和36年7月洪水の石狩川水系洪水流出解析に関する調査報告 S37.3