

トラスプレート の 応力 解析

正 員 能 町 純 雄*
 正 員 松 岡 健 一**
 正 員 大 島 俊 之***
 学 生 員 ○坂 元 伸 樹****

1. ま え が き

リブを有する平板の問題についてはこれまでに幾多の解析法が考えられている。

本報告はリブの代りにトラスを考え、板とトラスが一体となって働く構造について解析した。ここでは、構造を平面要素に分割し、それらの要素間のつりあい関係によって全体の応力を解析しようとするもので、板の要素の軸方向変位が直線性を保つという仮定から誘導された変位せん断方程式を用い、基本差分方程式を導びきフーリエ定和変換と逆変換を用いて解析している。尚、本報告では板と結合するトラスの型式としてワーレントラスを考えている。

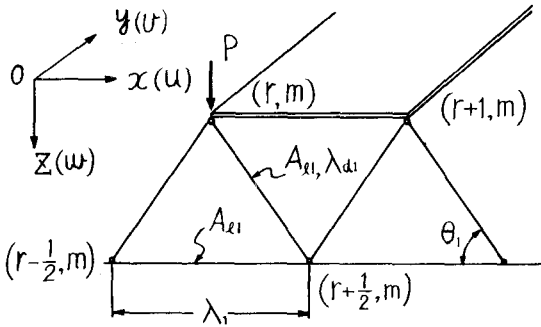


図-1 トラストプレート

2. 基本式

図-1のような構造について、要素間のつり合いは、変位せん断方程式¹⁾を用い、トラスの節点でのつり合いは、トラスの部材応力と変位との関係式²⁾を用いて求める。

a. 要素の x 方向のつり合いは

$$\begin{aligned} & \left[\frac{N_x}{\lambda_1} + K_3 \alpha_1^2 \right] \Delta_r^2 u_{r-1, m} + \frac{N_x}{6 \lambda_1} \Delta_r^2 \Delta_m^2 u_{r-1, m-1} \\ & + \frac{Gt}{4} \Delta_r \Delta_m^2 u_{r, m} + \frac{Gt \lambda_1}{6 \lambda_2} \left[\Delta_r^2 \Delta_m^2 u_{r-1, m-1} \right. \\ & \left. + 6 \Delta_m^2 u_{r, m-1} \right] + 4 K_3 \alpha_1^2 u_{r, m} \\ & - \frac{1}{2} K_3 \alpha_1^2 \left[u_{r+\frac{3}{2}, m} + 3 u_{r+\frac{1}{2}, m} + 3 u_{r-\frac{1}{2}, m} \right. \\ & \left. + u_{r-\frac{3}{2}, m} \right] \\ & - \frac{1}{2} K_3 \alpha_1 \beta_1 \left[\Delta_r w_{r+\frac{1}{2}, m} + \Delta_r w_{r-\frac{1}{2}, m} \right] = 0 \quad (1) \end{aligned}$$

y 方向のつり合いは

$$\begin{aligned} & \left[\frac{N_y}{\lambda_2} + K_4 \alpha_2^2 \right] \Delta_m^2 v_{r, m-1} + \frac{N_y}{6 \lambda_2} \Delta_r^2 \Delta_m^2 v_{r-1, m-1} \\ & + \frac{Gt}{4} \Delta_r \Delta_m u_{r, m} \end{aligned}$$

* 室蘭工業大学 教授 工博

** 室蘭工業大学 助教授 工修

*** 北見工業大学 助手 工修

**** 室蘭工業大学 大学院

$$+\frac{Gt\lambda_2}{6\lambda_1}[\mathcal{D}_r^2\mathcal{D}_m^2v_{r-1,m-1}+6\mathcal{D}_r^2v_{r-1,m}]$$

$$+4K_4\alpha_2^2v_{r,m}$$

$$-\frac{1}{2}K_4\alpha_2^2[v_{r,m+\frac{1}{2}}+3v_{r,m+\frac{1}{2}}+8v_{r,m-\frac{1}{2}}$$

$$+v_{r,m-\frac{3}{2}}]$$

$$-\frac{1}{2}K_4\alpha_2\beta_2[\mathcal{D}_mw_{r,m+\frac{1}{2}}+\mathcal{D}_rw_{r,m-\frac{1}{2}}]=0 \quad (2)$$

b. 節点 (r, m) 点における鉛直方向のつり合いは

$$K_3\beta_1[\mathcal{D}_ru_{r-\frac{1}{2},m}\alpha_1+(\nabla_rw_{r-\frac{1}{2},m}^{-2}w_{r,m})\beta_1]$$

$$+K_3\beta_2[\mathcal{D}_mv_{r,m-\frac{1}{2}}\alpha_2+(\nabla_mw_{r,m-\frac{1}{2}}^{-2}w_{r,m})\beta_2]$$

$$=-P_{\zeta m} \quad (3)$$

c. 節点 $(r+\frac{1}{2}, m)$ 点における x 方向に関する水平方向のつり合いは

$$K_1\mathcal{D}_r^2u_{r-\frac{1}{2},m}+K_4\alpha_1^2[\nabla_ru_{r,m}^{-2}u_{r+\frac{1}{2},m}]$$

$$-K_3\alpha_1\beta_1\mathcal{D}_rw_{r,m}=0 \quad (4)$$

鉛直方向のつり合いは

$$\mathcal{D}_ru_{r,m}\alpha_1-(\nabla_rw_{r,m}^{-2}w_{r+\frac{1}{2},m})\beta_1=0 \quad (5)$$

d. 節点 $(r, m+\frac{1}{2})$ 点における y 方向に関する水平方向のつり合いは

$$K_2\mathcal{D}_m^2v_{r,m-\frac{1}{2}}+K_4\alpha_2^2[\nabla_mv_{r,m}^{-2}v_{r,m+\frac{1}{2}}]$$

$$-K_4\alpha_2\beta_2\mathcal{D}_mw_{r,m}=0 \quad (6)$$

鉛直方向のつり合いは

$$\mathcal{D}_mv_{r,m}\alpha_2-(\nabla_mw_{r,m}^{-2}w_{r,m+\frac{1}{2}})\beta_2=0 \quad (7)$$

ここで、 $N_x=E t \lambda_2$, $N_y=E t \lambda_1$

$$K_1=\frac{EA_{l1}}{\lambda_1}, K_2=\frac{EA_{l2}}{\lambda_2}, K_3=\frac{EA_{d1}}{\lambda_{d1}}, K_4=\frac{EA_{d2}}{\lambda_{d2}}$$

(1)~(7)式をフーリエ定和分変換し、

$\overline{S}_m S_i[w_{r+\frac{1}{2},m}]$, $S_m \overline{S}_i[w_{r,m+\frac{1}{2}}]$ を消去して 5 本の式にまとめると次のようになる。

$$[-(\frac{N_x}{\lambda_1}+K_3\alpha_1^2)D_m+\frac{1}{6}(\frac{N_x}{\lambda_1}+\frac{Gt\lambda_1}{\lambda_2})D_m-\frac{Gt\lambda_1}{\lambda_2}D_i$$

$$+4K_3\alpha_1^2-\frac{1}{2}K_3\alpha_1^2\sin^2\frac{m\pi}{n}]R_m S_i[u_{r,m}]$$

$$-4K_3\alpha_1^2\cos\frac{3m\pi}{2n}\overline{C}_m S_i[u_{r+\frac{1}{2},m}]$$

$$-Gt\sin\frac{m\pi}{n}\sin\frac{i\pi}{k}S_m R_i[v_{r,m}]$$

$$-K_3\alpha_1\beta_1\sin\frac{m\pi}{n}\cos\frac{2m\pi}{2n}S_m S_i[w_{r,m}]=\widetilde{P}_1 \quad (8)$$

$$-(K_1D_m+2K_3\alpha_1^2)\overline{C}_m S_i[u_{r+\frac{1}{2},m}]$$

$$+2K_3\alpha_1^2\cos\frac{m\pi}{2n}R_m S_i[u_{r,m}]$$

$$-2K_3\alpha_1\beta_1\sin\frac{m\pi}{2n}S_m S_i[w_{r,m}]=\widetilde{P}_2 \quad (9)$$

$$K_3\alpha_1\beta_1\sin\frac{m\pi}{n}R_m S_i[u_{r,m}]$$

$$-2K_3\alpha_1\beta_1\sin\frac{m\pi}{2n}\overline{C}_m S_i[u_{r+\frac{1}{2},m}]$$

$$-2(K_3\beta_1^2\sin^2\frac{m\pi}{2n}+K_4\beta_2^2\sin\frac{i\pi}{2k})S_mS_i(w_{r,m})$$

$$-2K_4\alpha_2\beta_2\sin\frac{i\pi}{2k}S_m\bar{C}_i(v_{r,m+\frac{1}{2}})$$

$$+K_4\alpha_2\beta_2\sin\frac{i\pi}{k}S_mR_i(v_{r,m})=\tilde{P}_3. \quad (10)$$

$$-(K_2D_i+2K_4\alpha_2^2)S_m\bar{C}_i(v_{r,m+\frac{1}{2}})$$

$$+2K_4\alpha_2^2\cos\frac{i\pi}{2k}S_mR_i(v_{r,m})$$

$$-2K_4\alpha_2\beta_2\sin\frac{i\pi}{2k}S_mS_i(w_{r,m})=\tilde{P}_4 \quad (11)$$

$$[-(\frac{N\gamma}{\lambda_2}+K_4\alpha_2^2)D_i+\frac{1}{6}(\frac{N\gamma}{\lambda_2}+\frac{Gt\lambda_2}{\lambda_1})D_mD_i$$

$$-\frac{Gt\lambda_2}{\lambda_1}D_m+4K_4\alpha_2^2-\frac{1}{2}K_4\alpha_2^2\sin^2\frac{i\pi}{k})S_mR(v_{r,m})$$

$$-4K_4\alpha_2^2\cos^3\frac{i\pi}{2k}S_m\bar{C}_i(v_{r,m+\frac{1}{2}})$$

$$-Gt\sin\frac{m\pi}{n}\sin\frac{i\pi}{k}R_mS_i(u_{r,m})$$

$$-K_4\alpha_2\beta_2\sin\frac{i\pi}{k}\cos^2\frac{i\pi}{2k}S_mS_i(w_{r,m})=\tilde{P}_5 \quad (12)$$

ここに

$$S_i[f(x)]=\sum_{x=0}^{n-1}f(x)\sin\frac{i\pi}{n}x$$

$$C_i[f(x)]=\sum_{x=1}^{n-1}f(x)\cos\frac{i\pi}{n}x$$

$$R_i[f(x)]=C_i[f(x)]+\frac{1}{2}(-1)^if(n)+\frac{1}{2}f(0)$$

$$S_i[f(x+\frac{1}{2})]=\sum_{x=0}^{n-1}f(x+\frac{1}{2})\sin\frac{i\pi}{n}(x+\frac{1}{2})$$

$$C[f(x+\frac{1}{2})]=\sum_{x=0}^{n-1}f(x+\frac{1}{2})\cos\frac{i\pi}{n}(x+\frac{1}{2})$$

$$D_i=2(1-\cos i\pi/n)$$

$$i=0, 1, \dots, n: \quad x=0, 1, \dots, n$$

ここで

$$\tilde{u}=R_mS_i(u_{r,m}), \tilde{u}^z=C_mS_i(u_{r,m+\frac{1}{2}})$$

$$\tilde{v}=S_mR_i(v_{r,m}), \tilde{v}^z=S_mC_i(v_{r,m+\frac{1}{2}})$$

$$\tilde{w}=S_mS_i(w_{r,m}), \tilde{P}=S_mS_i(P_{r,m})$$

.....(13)

とにおいて、(8)~(12)式をマトリックス表示すると

$$K \cdot U = \tilde{P}$$

ここに

$$K=\begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} & k_{14} & k_{15} \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} & k_{24} & k_{25} \\ k_{31} & k_{32} & k_{33} & k_{34} & k_{35} \\ k_{41} & k_{42} & k_{43} & k_{44} & k_{45} \\ k_{51} & k_{52} & k_{53} & k_{54} & k_{55} \end{bmatrix} \quad u=\begin{bmatrix} \tilde{u} \\ \tilde{u}^z \\ \tilde{w} \\ \tilde{v}^z \\ \tilde{v} \end{bmatrix} \quad P=\begin{bmatrix} \tilde{P}_1 \\ \tilde{P}_2 \\ \tilde{P}_3 \\ \tilde{P}_4 \\ \tilde{P}_5 \end{bmatrix}$$

ただし、 $k_{11} \sim k_{55}$ は(8)~(11)式の係数である。上の(14)式を解くと各点の変位が求まり応力も求められる。

3. 数値計算例

以上の計算を次の値により、周辺単純支持のトラストプレートについて計算した結果を次に示す。

$$E=2.100.000Kg/cm^2, \quad G=810.000Kg/cm^2$$

$$\lambda_1=\lambda_2=10cm, \quad A_{t1}=A_{t2}=A_{d1}=A_{d2}=2.5cm^2$$

$\theta_1 = \theta_2 = 60^\circ$, $t = 0.5 \text{ cm}$, $n = 8$
 $k = 6$, $p = 1000 \text{ Kg}$

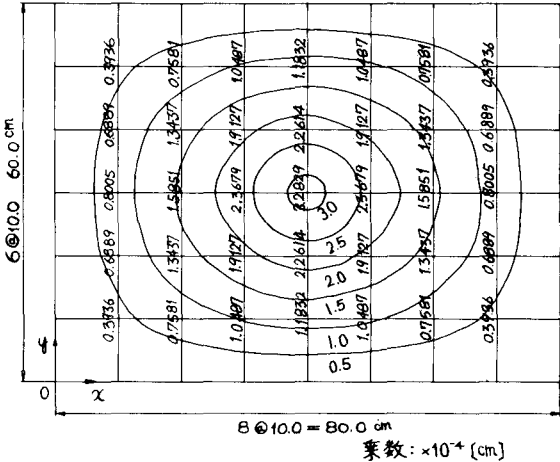


図 - 2 w

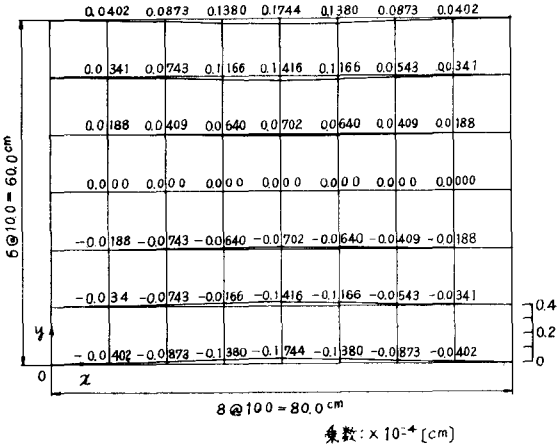


図 - 4 v

4. あとがき

以上、トラストプレートについて理論式を折板理論から誘導し、数値計算により変位を求め、その構造特性を調べた。今後は種々の支持条件に対して、考察を行う予定である。

5. 参考文献

- 1) 能町、松岡、大島：縦横リブを有する板の応力解析について、土木学会北海道支部論文集第27号 (1971)
- 2) Nomachi & Matsuoka : Applications of Finite Fourier Integration Transforms for Structural Mechanics , Proceedings of the 20th Japan National Congress for Applied Mechanics (1970)

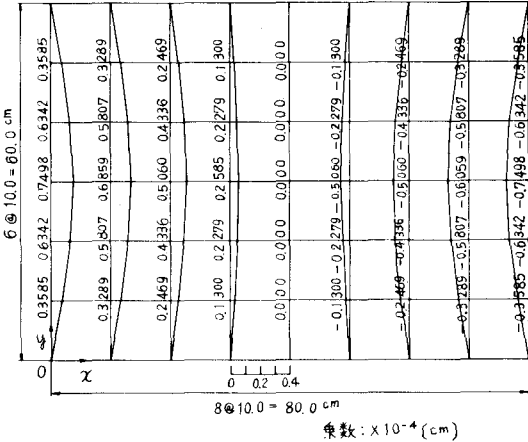


図 - 3 u