

横荷重を受けるマルチセルケーソンの応力解析

正員 能町 純 雄*
正員 尾崎 昶**
学生員 ○佐藤 博***

1. まえがき

構造物の大型化に伴い、マルチセル構造のケーソンを基礎として用いることが考えられる。先に、変位せん断公式とフーリエ定和変換によって、方眼マルチセル構造物が軸方向の両端で単純支持されている場合の曲げ解析について⁽¹⁾は一部発表しているが、ここではこの解析方法を用いて重合せの原理により横荷重を受けるマルチセルケーソンについての応力解析を行った。

2. 基本公式

(a) 変位せん断公式⁽²⁾

図-1のようなマルチセルケーソンにおいて、X, Y, Z方向の変位をu, v, w, X軸回りの回転角をθとし、細長い矩形帯板要素を取り出すと、縁z, z+1でのせん断力T, 法線方向力Sは次のように示される。

$$T_{z, z+1} = \frac{ANa}{6} (2\ddot{u}_z + \ddot{u}_{z+1}) + \frac{\nu Na}{2} (\dot{w}_{z+1} - \dot{w}_z) + \frac{Gta}{2} (\dot{w}_z + \dot{w}_{z+1}) + \frac{Gta}{A} (\dot{u}_{z+1} - u_z) \quad (1)$$

$$T_{z+1, z} = \frac{ANa}{6} (2\ddot{u}_{z+1} + \ddot{u}_z) + \frac{\nu Na}{2} (\dot{w}_{z+1} - \dot{w}_z) - \frac{Gta}{2} (\dot{w}_z + \dot{w}_{z+1}) - \frac{Gta}{A} (u_{z+1} - u_z) \quad (2)$$

$$S_{z, z+1} = \frac{Na}{A} (w_{z+1} - w_z) + \frac{\nu Na}{2} (\dot{u}_z + \dot{u}_{z+1}) + \frac{Gta}{2} (\dot{u}_{z+1} - \dot{u}_z) + \frac{GAta}{6} (2\ddot{w}_z + \ddot{w}_{z+1}) \quad (3)$$

$$\dot{S}_{z+1, z} = \frac{Na}{A} (w_{z+1} - w_z) + \frac{\nu Na}{2} (\dot{u}_z + \dot{u}_{z+1}) - \frac{Gta}{2} (\dot{u}_{z+1} - \dot{u}_z) - \frac{GAta}{6} (2\ddot{w}_{z+1} + \ddot{w}_z) \quad (4)$$

$$Na = Eta / (1 - \nu^2) \quad \dot{u} = du / dx$$

曲げに関して帯板の縁, z, z+1 におけるモーメントMとそれによるせん断力Xとすると

$$M_{z, z+1} = 2Ka (2\theta_z + \theta_{z+1} - 3\Delta v_z / A) \quad (5)$$

$$M_{z+1, z} = 2Ka (2\theta_{z+1} + \theta_z - 3\Delta v_z / A) \quad (6)$$

$$AX_{z, z+1} = -6Ka (\theta_z + \theta_{z+1} - 2\Delta v_z / A) \quad (7)$$

$$X_{z, z+1} = X_{z+1, z} \quad (8)$$

$$\Delta v_z = v_{z+1} - v_z \quad Ka = Eta^3 / 12A (1 - \nu^2)$$

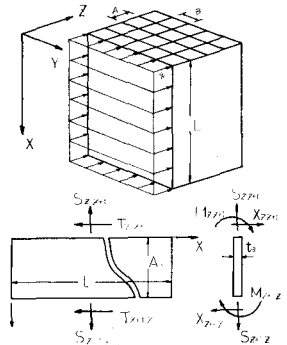


図-1

3. マルチセル構造体の解析

部材接合部における力のつり合を図-2に示す。

$$T_{y, y+1} + T_{y, y-1} + T_{z, z+1} + T_{z, z-1} = 0 \quad (9)$$

$$S_{y, y+1} - S_{y, y-1} - X_{z, z+1} + X_{z, z-1} = 0 \quad (10)$$

$$X_{y, y+1} - X_{y, y-1} + S_{z, z+1} - S_{z, z-1} = 0 \quad (11)$$

$$M_{y, y+1} + M_{y, y-1} + M_{z, z+1} + M_{z, z-1} = 0 \quad (12)$$

Z=0上の端部材では

$$oT_{y, y+1} + oT_{y, y-1} + yT_{o, 1} = 0 \quad (13)$$

$$oS_{y, y+1} - oS_{y, y-1} - yX_{o, 1} = 0 \quad (14)$$

$$oX_{y, y+1} - oX_{y, y-1} + yS_{o, 1} = -P_{o, y} \quad (15)$$

* 室蘭工業大学 教授 工博

** 室蘭工業大学 助教授 工博

*** 室蘭工業大学 大学院

$${}_0\text{My}_{.y+1} + {}_0\text{My}_{.y-1} + {}_y\text{Mo}_{.1} = 0 \quad (16)$$

$$\begin{aligned}\tilde{\theta}_{0,k} &= \frac{4}{nk} \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^k (-1)^i \tilde{\theta}_{ij} \\ \tilde{\theta}_{0,0} &= \frac{4}{nk} \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^k \tilde{\theta}_{i,j}\end{aligned}$$

上述式と端部材の接合部でのつり合式を満すように (21) ~ (24) の境界値を定め得られた $\tilde{u}_{ij}, \tilde{v}_{ij}, \tilde{w}_{ij}$ $\tilde{\theta}_{ij}$ を逆変換すると各接合点での変位と断面力が求まる。

4. 数値計算例

荷重はZ方向のみで簡単のため対称荷重が作用している場合を考え、変位はZ方向には一定でありY方向には変位しないとして計算を行った。

なお、境界値は以下の方法で求められる。

基本式、端部材の接合部での式は次の形で表される。

せん断力のつり合

$$S_i S_j [\tilde{u}_{yz}] = {}_1A_{ij} S_j [\tilde{u}_{0,z}] + {}_2A_{ij} S_i [\tilde{u}_{y,0}] \quad (25)$$

モーメントのつり合

$$\begin{aligned}R_i R_j [\tilde{\theta}_{yz}] &= {}_1B_{ij} S_i [\tilde{w}_y] + {}_2B_{ij} \tilde{w}_0 + {}_3B_{ij} \\ &R_i [\tilde{\theta}_{y,0}] + {}_4B_{ij} R_j [\tilde{\theta}_{0,z}] \quad (26)\end{aligned}$$

Z方向の力のつり合

$$\begin{aligned}S_i [\tilde{w}_y] &= {}_1C_i S_i [\tilde{u}_{y0}] + {}_2C_i \tilde{w}_0 + {}_3C_i R_j R_o \\ &[\tilde{\theta}_{yz}] + {}_4C_i R_i [\tilde{\theta}_{y,0}] + \tilde{P}_i \quad (27)\end{aligned}$$

Z=0でのせん断力のつり合

$$\begin{aligned}{}_1E_i S_i [\tilde{u}_{y0}] + {}_2E_i S_i [\tilde{u}_{y,1}] + {}_3E_i S_i [\tilde{w}_y] + \\ {}_4E_i \tilde{u}_{0,0} = 0 \quad (28)\end{aligned}$$

Y=0でのせん断力のつり合

$${}_1F_j S_j [\tilde{u}_{0,z}] + {}_2F_j S_j [\tilde{u}_{1,z}] + {}_3F_j \tilde{u}_{0,0} = 0 \quad (29)$$

Y=0, Z=0でのせん断力のつり合

$$G_1 \tilde{u}_{0,0} + G_2 \tilde{u}_{0,1} + G_3 \tilde{u}_{1,0} + G_4 \tilde{w}_0 = 0 \quad (30)$$

Y=0でのZ方向の力のつり合

$$\begin{aligned}H_1 \tilde{u}_{0,0} + H_2 \tilde{w}_1 + H_3 \tilde{w}_0 + H_4 R_o [\tilde{\theta}_{1,z} + \tilde{\theta}_{0z}] + G_5 \\ (\tilde{\theta}_{0,0} + \tilde{\theta}_{1,0}) + \tilde{P}_{00} - \tilde{P}_{u0} = \quad (31)\end{aligned}$$

(25), (26) をZ方向に逆変換すると

$$\begin{aligned}S_i [\tilde{u}_{yz}] &= \sum_{j=1}^{k-1} \phi_{ij} \sin \frac{j\pi z}{k} S_j [\tilde{u}_{0,z}] + f_{iz} \\ &S_i [\tilde{u}_{y,0}] \quad (32)\end{aligned}$$

$$R_i [\tilde{\theta}_{yz}] = \frac{2}{k} \sum_{j=0}^k {}_1B_{ij} \cos \frac{j\pi z}{k} S_i [\tilde{w}_y] + b_{1j} \tilde{w}_0$$

$$\begin{aligned}+ b_{2i} R_i [\tilde{\theta}_{y,0}] + \frac{2}{k} \sum_{j=0}^k {}_4B_{ij} \\ \cos \frac{j\pi z}{k} R_j [\tilde{\theta}_{0,z}] \quad (33)\end{aligned}$$

同様にY方向に逆変換すると $S_i [\tilde{u}_{y,z}]$, $R_j [\tilde{\theta}_{y,z}]$ についても得られる。また、モーメントのつり合とその変換式を考慮して (27) から

$$\begin{aligned}S_i [w_y] &= c_{1,i} S_i [\tilde{u}_{y,0}] + c_{2,i} \tilde{w}_0 + c_{3,i} R_i \\ &[\tilde{\theta}_{y,0}] + c_{4,i} + c_{5,i} \sum_{l=1}^{n-1} d_{1,l} S_l [\tilde{u}_{y,0}] \\ &+ c_{6,i} \sum_{l=0}^n d_{2,l} R_l [\tilde{\theta}_{y,0}] \quad (34)\end{aligned}$$

(28) (29) の $S_i [\tilde{u}_{y,1}]$, $S_j [\tilde{u}_{1,z}]$, $S_i [\tilde{w}_y]$ を消去し

$$S_j [\tilde{u}_{0,z}] = \sum_{i=1}^{n-1} {}_1\phi_{ij} S_i [\tilde{u}_{y,0}] + \lambda_j \tilde{u}_{0,0} \quad (35)$$

$$\begin{aligned}S_i [\tilde{u}_{y,0}] &= \sum {}_2\phi_{ij} S_j [\tilde{u}_{0,z}] + \delta_{1,i} \left\{ \sum_{l=1}^{n-1} \right. \\ &{}_1d_{1,l} S_l [\tilde{u}_{y0}] \left. \right\} + \delta_{2,i} \tilde{u}_{0,0} + \delta_{3,i} \\ &\tilde{w}_0 + \delta_{4,i} R_i [\tilde{\theta}_{y,0}] + \delta_{1,i} \sum_{l=0}^n d_{2,l} R_l \\ &[\tilde{\theta}_{y,0}] + \delta_{5,i} \quad (36)\end{aligned}$$

(33) の $S_i [\tilde{w}_y]$, $R_i [\tilde{\theta}_{0,z}]$ を消去すると

$$\begin{aligned}R_i [\tilde{\theta}_{y,0}] &= {}_1k_i S_i [\tilde{u}_{y,0}] + {}_2k_i \tilde{w}_0 + {}_3k_i + \\ &\sum_{l=1}^{n-1} {}_4k_{i,l} S_l [\tilde{u}_{y,0}] + \sum_{l=0}^n {}_5k_{i,l} \\ &R_l [\tilde{\theta}_{y,0}] \quad (37)\end{aligned}$$

(35) (36) を逆変換して $\tilde{u}_{0,1}$, $\tilde{u}_{1,0}$ を求め (30) に代入する。

$$\begin{aligned}Y_1 \tilde{u}_{0,0} + Y_2 \tilde{w}_0 &= \sum_{i=1}^{n-1} Y_{3,i} S_i [\tilde{u}_{y,0}] + \sum_{l=0}^n \\ &Y_{4,i} R_i [\tilde{\theta}_{y,0}] + Y_5 \quad (38)\end{aligned}$$

同様に (31) も次のようになる。

$$\begin{aligned}Z_1 \tilde{u}_{0,0} + Z_2 \tilde{w}_0 &= \sum_{i=1}^{n-1} Z_{3,i} S_i [\tilde{u}_{y,0}] + \sum_{i=0}^n \\ &Z_{4,i} R_i [\tilde{\theta}_{y,0}] + Z_5 \quad (39)\end{aligned}$$

(38) (39) から $\tilde{u}_{0,0}$, $\tilde{w}_0$ を求め (36) (37) に代入する。

$$Si [\tilde{u}_{y,o}] = \sum_{I=1}^{n-1} {}_1gi, I Si [\tilde{u}_{y,o}] + \sum_{I=0}^n {}_2gi, I Ri [\tilde{\theta}_{y,o}] + {}_3gi Ri [\tilde{\theta}_{y,o}] + {}_4gi \quad (40)$$

$$Ri [\tilde{\theta}_{y,o}] = \sum_{I=1}^{n-1} {}_1hi, I Si [\tilde{u}_{y,o}] + \sum_{I=0}^n {}_2hi, I Ri [\tilde{\theta}_{y,o}] + {}_3hi Si [\tilde{u}_{y,o}] + {}_4hi \quad (41)$$

(40) (41) より $Si [\tilde{u}_{y,o}] Ri [\tilde{\theta}_{y,o}]$ が求まり (38)

(39) (35) 等により全ての境界値が決定される。

計算例としては、ケーソンの前面に等分布荷重が作用している場合とその全荷重と同じ大きさの荷重が中央の線上に作用している場合について解き、これらを重ねることにより、ケーソンの解析を試みた。計算に用いた断面諸元に次に示すごとくである。

$n=10 \quad k=10 \quad A=5cm \quad B=5cm \quad t_a=2cm$
 $t_b=2cm \quad t_{ao}=1.6cm \quad t_{bo}=1.6cm \quad l=100cm$
 $E=2.1 \times 10^5 Kg/cm^2 \quad \nu=0.15$

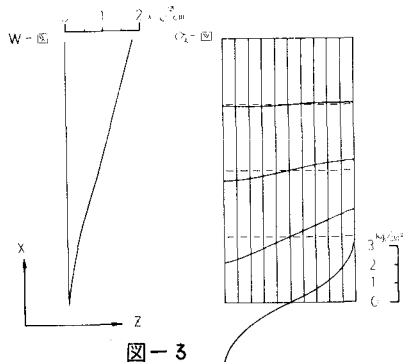


図-3

5. あとがき

変位せん断公式とフーリエ定和分変換公式を基本として重ねの原理により、マルチセルケーソンの横荷重を受けている場合について応力解析を行った。

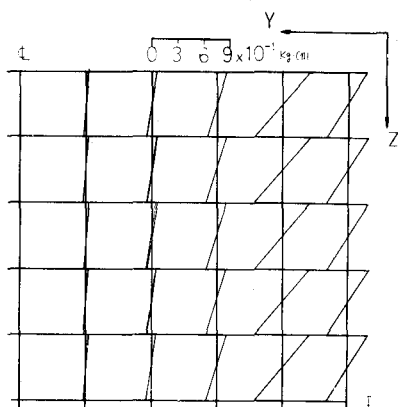
なお、鉛直方向荷重を受けている場合についても現在解析を行っている。

参考文献

(1) 能町純雄, 松岡健一, 佐藤博; 方眼マルチセル構造体の応力解析について, 土木学会第 27 回年次学術講演会講演集 (1972)

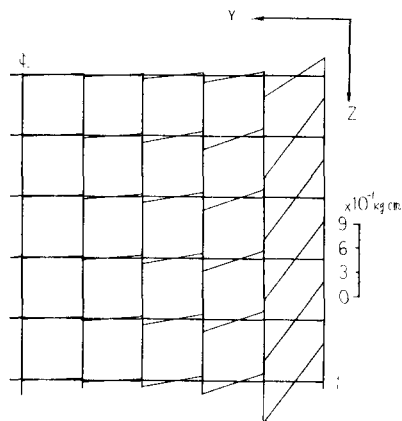
(2) 能町純雄, 尾崎詔, 大島俊之, 佐藤博; ホーロースラブの応力計算について, 土木学会北海道支部研究発表講演集, 昭和 46 年度

(3) S. G. Nomachi; On Finite Fovrier



ケーソン断面の応力分布の位置変形モード

図-4



ケーソン断面の応力分布の位置変形モード

図-5

Sine Series with Respect to Finite
Differences 室蘭工業大学紀要 Vol 5
No.7 1965