

折板理論による曲線桁構造の解析について

正員 芳村 仁*

正員 〇 基 沢 憲 吉**

1. まえがき

著者らはすでに、板の面内変形、面外変形をともに考慮した折板理論を用いて種々の曲線桁の解析を試みた(1), (2), (3)。

本理論の特徴は、板の接合部分において面外方向の変形と回転を含んだ4種の変形に適合を与える点にあり、これによって曲線桁のウェブの変形を考える事や、ウェブ上にモーメント荷重の作用している場合の解析も可能になる。

本文においては、T形断面曲線単純桁の有効幅変化および1室箱形断面曲線連続桁の解析に関して述べる。

2. 解析理論

桁構造を複数の板によって構成されたものとする。直線桁の場合、それは橋長方向に長い平板であり、曲線桁の場合は、Kreisringplatte および Kreiszyllinderschale である。それらの板の基礎方程式は、無次元座標、無次元変位を採用すると次のように表わされる。

(1) Rechteckplatte

$$\Delta \Delta F = 0$$

$$\Delta \Delta v_{zz} = \frac{l^3}{D} P_{zz}$$

$$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$$

(2) Kreisringplatte

$$\Delta \Delta F = 0$$

$$\Delta \Delta v_{zz} = \frac{l^3}{D} P_{zz}$$

$$\Delta = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2}$$

(3) Kreiszyllinderschale

$$\Delta \Delta \Delta \Delta v_{rr} + \frac{12(1-\nu^2)}{\epsilon^2 h^2} \frac{\partial^4 v_{rr}}{\partial z^4} = 0$$

$$\Delta \Delta v_{zz} = \frac{1}{\epsilon} \left(-\nu \frac{\partial^3 v_{rr}}{\partial z^3} + \frac{1}{\epsilon^2} \frac{\partial^3 v_{rr}}{\partial z \partial \varphi^2} \right)$$

$$\Delta \Delta v_{\varphi\varphi} = -\frac{1}{\epsilon^2} \left\{ (2+\nu) \frac{\partial^3 v_{rr}}{\partial z^2 \partial \varphi} + \frac{1}{\epsilon^2} \times \frac{\partial^3 v_{rr}}{\partial \varphi^3} \right\}$$

$$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial z^2} + \frac{1}{\epsilon^2} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2}$$

ここに用いた記号は、文献を参照されたい。

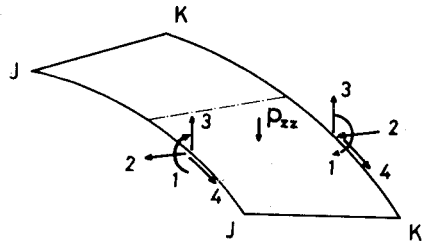


図-1 力 X と変形 δ

さて、図-1に示すように板の対辺J, Kの力Xと変形 δ を考える。それらを級数展開して基礎方程式を満足させ、いくつかの操作の後、級数項ごとに変形の係数は力の係数と面荷重の係数によって表現される。一般的に

$$\{\delta\} = [C] \{X\} + P_{zz, n} \{C_0\}$$

ここで、

$$\{\delta\} = \begin{Bmatrix} \delta_{J1} \\ \delta_{J2} \\ \delta_{J3} \\ \delta_{J4} \\ \delta_{K1} \\ \delta_{K2} \\ \delta_{K3} \\ \delta_{K4} \end{Bmatrix} \quad \{X\} = \begin{Bmatrix} X_{J1} \\ X_{J2} \\ X_{J3} \\ X_{J4} \\ X_{K1} \\ X_{K2} \\ X_{K3} \\ X_{K4} \end{Bmatrix}$$

[C] は 8×8 のマトリックス

* 北海道大学工学部 教授 工博

** 北海道大学工学部 助手 工修

ここで接合部分において3方向の変位と回転角の計4種の変形に対して適合条件を与えれば、力{X}が求められる。例えば、図-2の断面については、変位適合条件とは、板①のA端の4種の変形と板⑤のA端の4種の変形が等しいという事であり、同様にして変位適合条件式は、図-3のような形となる。

力{X}が求まれば、あとは個々の板の解析となる。

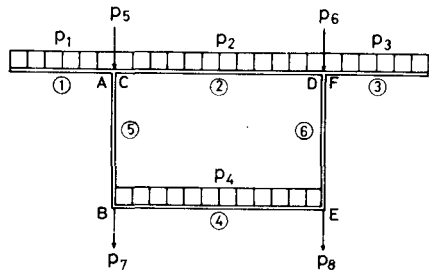


図-2 桁断面

		X						P							
		A	B	C	D	E	F	1	2	3	4	5	6	7	8
δ	A	①		⑤											
	B		④				④								
	C														
	D				②										
	E					④									
	F						③								

図-3 変位適合条件式

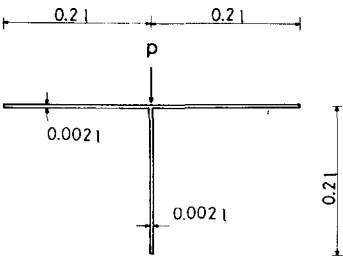
3. T形断面曲線単純桁

T形断面桁は接合部分が2箇所であるから、変位適合条件式は8元連立方程式となる。

桁の有効幅を考える時、一般に載荷状態が異なる時は

桁長方向に有効幅は変化する。直線桁の場合はすでに明らかにされているが、曲線桁となった場合にはいかなる変化をするのかという問題について解析した結果を示す。

採用したT形断面と有効幅の計算位置は図-4に示す。載荷重はsine分布荷重、等分布満載荷重、集中荷重とし、いずれもウェブ上にかかっているものとし、桁の曲率半径は桁長の2, 4, 6倍とした。比較のため直線桁の有効幅変化も示す。(表-1)



$\nu = 0.3$
 l : span length

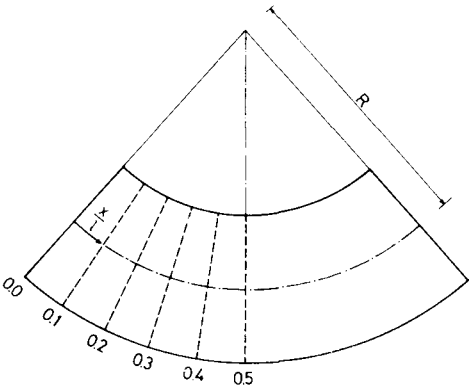


図-4 T形断面桁

載荷重	$\frac{X}{l}$	直線桁	曲線桁					
			R = 6l		R = 4l		R = 2l	
			内側	外側	内側	外側	内側	外側
	0.0	0.762	0.760	0.763	0.756	0.764	0.755	0.767
	0.1	0.762	0.760	0.763	0.759	0.764	0.755	0.767
	0.2	0.762	0.760	0.763	0.759	0.764	0.755	0.767
	0.3	0.762	0.760	0.763	0.759	0.764	0.755	0.767
	0.4	0.762	0.760	0.763	0.759	0.764	0.755	0.767
	0.5	0.762	0.760	0.763	0.759	0.764	0.755	0.767
	0.0	0.133	0.156	0.155	0.174	0.172	0.213	0.209
	0.1	0.667	0.680	0.681	0.686	0.688	0.690	0.696
	0.2	0.729	0.732	0.734	0.732	0.736	0.726	0.737
	0.3	0.761	0.759	0.762	0.758	0.762	0.753	0.764
	0.4	0.779	0.775	0.778	0.773	0.778	0.768	0.780
	0.5	0.785	0.780	0.783	0.778	0.783	0.773	0.786
	0.0	0.916	0.918	0.924	0.906	0.948	0.913	0.937
	0.1	0.927	0.909	0.917	0.902	0.914	0.895	0.919
	0.2	0.916	0.879	0.896	0.871	0.881	0.869	0.891
	0.3	0.845	0.831	0.836	0.822	0.829	0.806	0.822
	0.4	0.813	0.790	0.793	0.779	0.784	0.761	0.773
	0.5	0.175	0.206	0.204	0.227	0.224	0.275	0.271

表-1 有効幅変化

4. 箱形断面曲線連續桁

連続桁の中間支点はウェブの下部にあるものとする。
単純桁を基本系にとり、支点反力をその位置に作用する荷重と考えて、それぞれの支点位置のたわみを0とする条件から支点反力の大きさを決定する。すなわち、中間支点数 m の時、第 n 支点での条件は、

$$\delta_n + \sum_{i=1}^m \delta_{ni} = 0$$

ここで、 δ_n は基本系の載荷重及び自重による第 n 支点のたわみ、 δ_{ni} は第 i 支点の反力による第 n 支点のたわみである。反力の大きさが決まれば、あとは単純桁と同様に解析できる。この場合、ダイアフラムは無視する。

解析例として図-5 に示すような張出しのある1室箱形断面を採用する。荷重に図に示されたように、トップスラブ上に等分布面荷重、ウェブ上に等分布線荷重とす

支点反力を 0.005 ℓ 幅に分布しているものとして級数展開した結果、支点反力は次のような太さに求められた。

(1) 曲線桁 (曲率半径 $R=2\ell$)

內側支点反力 $102.5 \text{ D}/\ell$

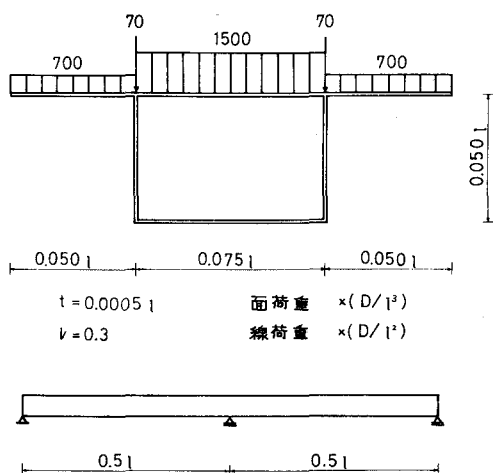
外側支点反力 97.8 D/l

(2)直線桁

兩側支點反力 99.3 D/l

また、この2径間連続桁のトップスラブの桁長方向垂直応力は各点において求められ、図-6、7のようになる。中間支点位置において引張応力がピークを示し、桁

る。中間支点は桁中央の内側，外側に2個あるものとする。



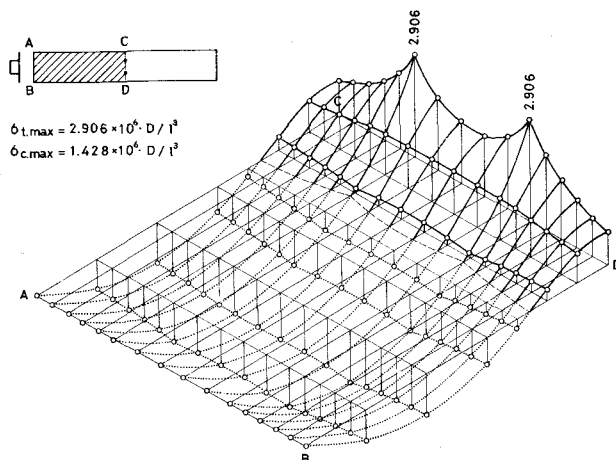
圖—5 箱形断面連續桁

端に向うに従って圧縮応力側になり、桁端では0となる。曲線桁の場合、直線桁より引張応力のピークがやや大きく、かつ圧縮応力の大きさも直線桁の最大圧縮応力を越える場所があることがわかる。

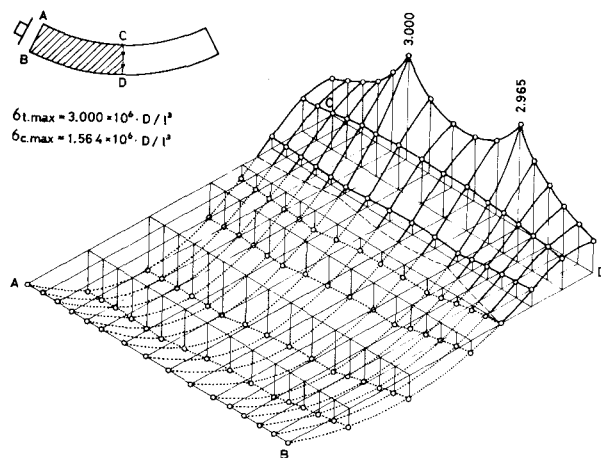
梁の曲げ理論による結果を付け加えておくと、直線桁の場合、

最大引張応力 $2.639 \times 10^6 (D/\ell^3)$ 最大壓縮応力 $1.484 \times 10^6 \text{ (D}/\ell^3)$

である。



図一 6 直線連続桁の床版応力分布



図一 7 曲線連続桁の床版応力分布 ($R=2\ell$)

5. あとがき

本文において、T形桁の有効幅と連続桁の応力分布を扱った。結果として、曲線桁と直線桁の場合を比較すると、極端な差異は見られない。しかし、曲線という性質より生じる特質が特殊な載荷状態に対しては大きく表われてくるといふ事も考えられうる。今後、その方面にも研究を進めたいと思う。

参考文献

- (1) 葦沢・芳村, 土木学会第26回年次学術講演会講演集 I—189, 1971
- (2) 芳村・葦沢, 土木学会北海道支部研究発表論文集, 1972
- (3) 芳村・葦沢, 土木学会第27回年次学術講演会講演集 I—242, 1972