

矢板の側方不安定構造解析について

正員 能町 純雄*

正員 松岡 健一**

正員 沢田 知之***

1. ま え が き

本稿は、矢板の側方不安定構造解析について考察したものであり、平面構造及びセル型構造を取り上げる。解析は先に発表した理論により、矢板をヒンデ結合された棒状要素と考へて行なつた。

2. 平面構造矢板の解析

スパン方向にヒンデ結合された矢板のうち任意のものを取り出した図-1より次の如くの基本微分方程式が導かれる。

$$EI \cdot \frac{w_{r+1}^{(4)}(x) + w_r^{(4)}(x)}{2} = QB -$$

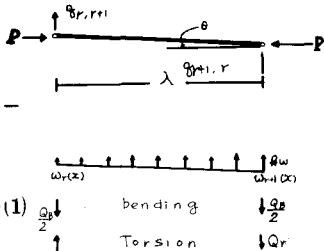
$$\frac{w_{r+1}^{(3)}(x) + w_r^{(3)}(x)}{2} \cdot K \dots (1)$$


図-1

$$GJ \cdot \frac{\ddot{w}_{r+1}(x) - \ddot{w}_r(x)}{\lambda} = -\lambda \cdot Q + \frac{K \cdot \lambda}{12} \{ w_{r+1}^{(2)}(x) - w_r^{(2)}(x) \}$$

$$+ P \cdot \{ w_{r+1}(x) - w_r(x) \} \dots (2)$$

ここで

 EI : 曲げ剛性 GJ : 捩り剛性 $w_r(x)$: たわみ λ : 矢板幅 K : 地盤反力係数 K : $k \times \lambda$

$$\text{一方、} \varphi_{r+1,r} = \frac{-Q_B}{2} + Q_T \dots (3)$$

$$\varphi_{r,r-1} = \frac{-Q_B}{2} + Q_T \dots (4)$$

なる関係がある故、(1)、(2)より Q_B 、 Q_T を(3)(4)に代入することにより、 $\varphi_{r,r-1}$ 及び $\varphi_{r,r+1}$ を求め

(5)示す節点条件式により(6)が示される。

$$\varphi_{r,r-1} - \varphi_{r,r+1} = 0 \dots (5)$$

$$\therefore \frac{EI}{4} \{ \Delta^2 w_{r-1}^{(4)}(x) + 4w_r^{(4)}(x) \} + \frac{GJ}{\lambda^2} \Delta^2 w_{r-1}^{(2)}(x) +$$

$$\frac{K}{6} \Delta^2 w_{r-1}^{(2)}(x) + K w_r^{(2)}(x) - \frac{P}{\lambda} \Delta^2 w_{r-1}(x) = 0 \dots (6)$$

次に(7)(8)(9)に示す如く *Fourier-sine* 定積分変換および *Fourier-sine* 変換を(6)に行なつて整理すると(10)と表わされる。

$$\sum_{r=1}^{n-1} \Delta^2 f(r-1) \cdot \sin \frac{i\pi r}{n} = \sin \frac{i\pi}{n} \{ (-1)^i f(n) -$$

$$f(0) \} - D_i \sum_{r=1}^{n-1} f(r) \cdot \sin \frac{i\pi r}{n} \dots (7)$$

$$D_i = 2 \left(1 - \cos \frac{i\pi}{n} \right)$$

$$\int_0^l \frac{d^4 f(x)}{dx^4} \sin \frac{m\pi}{l} x dx = \left[-\frac{m\pi}{l} f''(x) \cos \frac{m\pi}{l} x \right]_0^l +$$

$$\left[\left(\frac{m\pi}{l} \right)^3 f(x) \cos \frac{m\pi}{l} x \right]_0^l + \left(\frac{m\pi}{l} \right)^4 \int_0^l f(x) \sin \frac{m\pi}{l} x dx \dots (8)$$

$$\frac{m\pi}{l} x dx \dots (8)$$

$$\int_0^l \frac{d^2 f(x)}{dx^2} \sin \frac{m\pi}{l} x dx = \left[-\frac{m\pi}{l} f(x) \cos \frac{m\pi}{l} x \right]_0^l -$$

$$\left(\frac{m\pi}{l} \right)^2 \int_0^l f(x) \sin \frac{m\pi}{l} x dx \dots (9)$$

* 室工大 教授 工博

** 同 助教授 工修

*** 苫高専 助手 工修

$$\begin{aligned}
& \left\{ \frac{EI}{4} \cdot D_i \left(\frac{m\pi}{\ell} \right)^4 - EI \cdot \left(\frac{m\pi}{\ell} \right)^4 - \frac{GJ}{\lambda^2} \cdot D_i \cdot \left(\frac{m\pi}{\ell} \right)^2 - \frac{K}{6} (6 - D_i) + \frac{P}{\lambda} \right\} \cdot \bar{w}_i(x) \\
&= - \frac{EI}{4} (-1)^i S_i \left[\left(\frac{m\pi}{\ell} \right) \cdot \{ \ddot{w}_n(\ell) \cdot (-1)^m - \ddot{w}_n(0) \} + \left(\frac{m\pi}{\ell} \right)^3 \{ w_n(\ell) \cdot (-1)^m - w_n(0) \} \right. \\
&\quad + \left(\frac{m\pi}{\ell} \right)^4 \cdot \bar{w}_n(x) \Big] + \frac{EI}{4} \cdot S_i \left[- \left(\frac{m\pi}{\ell} \right) \{ \ddot{w}_n(\ell) \cdot (-1)^m - \ddot{w}_n(0) \} + \left(\frac{m\pi}{\ell} \right)^3 \{ w_n(\ell) (-1)^m \right. \\
&\quad \left. - w_n(0) \} + \left(\frac{m\pi}{\ell} \right)^4 \cdot \bar{w}_0(x) \Big] - \frac{EI}{4} D_i \left[- \left(\frac{m\pi}{\ell} \right) \{ \ddot{\bar{w}}_i(\ell) \cdot (-1)^m - \ddot{\bar{w}}_i(\ell) \cdot (-1)^m - \ddot{\bar{w}}_i(0) \} \right. \\
&\quad + \left(\frac{m\pi}{\ell} \right)^3 \{ \bar{w}_i(\ell) \cdot (-1)^m - \bar{w}_i(0) \} \Big] + EI \cdot \left[- \left(\frac{m\pi}{\ell} \right) \cdot \{ \ddot{\bar{w}}_i(\ell) \cdot (-1)^m - \ddot{\bar{w}}_i(0) \} \right. \\
&\quad + \left(\frac{m\pi}{\ell} \right)^3 \cdot \{ \bar{w}_i(\ell) \cdot (-1)^m - \bar{w}_i(0) \} \Big] + \frac{GJ}{\lambda^2} \cdot (-1)^i S_i \cdot \left[\left(\frac{m\pi}{\ell} \right) \{ w_n(\ell) \cdot (-1)^m - w_n(0) \} \right. \\
&\quad + \left(\frac{m\pi}{\ell} \right)^2 \cdot \bar{w}_n(x) \Big] + \frac{GJ}{\lambda^2} \cdot S_i \left[- \left(\frac{m\pi}{\ell} \right) \{ w_0(\ell) (-1)^m - w_0(0) \} \right] - \left(\frac{m\pi}{\ell} \right)^2 \cdot \bar{w}_0(x) \Big] \\
&\quad - \frac{GJ}{\lambda^2} \cdot D_i \cdot \left[- \left(\frac{m\pi}{\ell} \right) \{ \bar{w}_i(\ell) \cdot (-1)^m - \bar{w}_i(0) \} \right] - \frac{K}{6} \cdot S_i \cdot (-1)^i w_n(x) \\
&\quad + \frac{K}{6} \cdot S_i \cdot \bar{w}_0(x) - \frac{P}{\lambda} \cdot S_i \cdot (-1)^i \bar{w}_n(x) + \frac{P}{\lambda} \cdot S_i \cdot \bar{w}_0(x) \dots\dots\dots (10)
\end{aligned}$$

$$\text{ここで、 } S_i = \sin \frac{i\pi}{n}, \quad \bar{w} = \sum_{r=1}^{n-1} w \sin \frac{r\pi}{n}, \quad \bar{w} = \int_0^\ell w \sin \frac{m\pi x}{\ell} dx,$$

また次の如くの境界条件式が示される。

$$\text{自由端： } \ddot{w}(0) = \ddot{w}(\ell) = 0 \dots\dots\dots (11)$$

$$\text{固定端： } w(0) = w(\ell) = 0 \dots\dots\dots (12)$$

$$\text{単純支持： } w_0 = w_n = \ddot{w}_0 = \ddot{w}_n = 0 \dots\dots\dots (13)$$

今スパン方向に相対する両端単純支持、 $x=0$ 端自由、 $x=\ell$ 端固定なる構造物を考えると(10)は(11)(12)(13)より整理されFourier-sine 逆変換を施すと(14)で示される。

$$\bar{w}_i(x) = \left\{ Q(\xi) + \frac{1}{2\alpha\beta} P(\xi) \right\} \cdot \bar{w}_i(0) + \frac{1}{2\alpha\beta} \cdot P(1-\xi) \cdot \bar{w}_i(\ell) \dots\dots\dots (14)$$

$$P(\xi) = \sum \frac{2}{\pi} \frac{2\alpha\beta \cdot m}{(m^2 + \alpha^2 \beta^2)^2 + 4\alpha^2 \beta^2} \cdot \sin m\pi \xi$$

$$= \frac{\sinh \alpha \pi (2-\xi) \cdot \sin \beta \pi \xi - \sinh \alpha \pi \xi \cdot \sin \beta \pi (2-\xi)}{\cosh 2 \alpha \pi - \cos 2 \beta \pi}$$

$$Q(\xi) = \Sigma \frac{2}{\pi} \frac{m(m^2 + \alpha^2 - \beta^2)}{(m^2 + \alpha^2 - \beta^2)^2 + 4\alpha^2\beta^2} \sin m\pi\xi$$

$$= \frac{\cosh \alpha \pi (2-\xi) \cdot \cos \beta \pi \xi - \cosh \alpha \pi \xi \cdot \cos \beta \pi (2-\xi)}{\cosh 2 \alpha \pi - \cos 2 \beta \pi}$$

ここで $\xi = \frac{x}{\ell}$, $\alpha = \frac{\sqrt{A+2C}}{2}$, $\beta = \frac{\sqrt{2C-A}}{2}$, $C = \sqrt{B}$, $A = \frac{GJ}{EI} \cdot \frac{4 \cdot D_i}{(4-D_i)} \cdot \left(\frac{\ell}{\pi\lambda}\right)^2$,

$$B = \left\{ \frac{K \cdot (6-D_i)}{6} - \frac{P \cdot D_i}{\lambda} \right\} \cdot \left\{ \frac{4}{EI} \cdot \frac{1}{(4-D_i)} \cdot \left(\frac{\ell}{\pi}\right)^4 \right\}$$

$x=0$ 端での剪断力のつり合い:

$$\begin{aligned} & -\frac{EI}{4} (4-D_i) \left\{ \ddot{Q}(0) + \frac{1}{2\alpha\beta} \ddot{P}(0) \right\} \cdot \bar{w}_i(0) + \frac{1}{2\alpha\beta} \ddot{P}(1) \cdot \ddot{w}_i(\ell) \\ & - \frac{GJ}{\lambda^2} \cdot D_i \left\{ \dot{Q}(0) + \frac{1}{2\alpha\beta} \dot{P}(0) \right\} \cdot \bar{w}_i(0) + \frac{1}{2\alpha\beta} \dot{P}(1) \cdot \ddot{w}_i(\ell) \right\} = 0 \dots\dots\dots (15) \end{aligned}$$

$x=\ell$ 端でたわみ角=0 より:

$$\left\{ \dot{Q}(1) + \frac{1}{2\alpha\beta} \dot{P}(1) \right\} \cdot \bar{w}_i(0) + \frac{1}{2\alpha\beta} \dot{P}(0) \cdot \ddot{w}_i(\ell) = 0 \dots\dots\dots (16)$$

故に (15) (16) より P なる座屈荷重が求まる。また $x=0$ 端、 ℓ 端で単純支持の場合は (10) の分母=0 とおくことにより座屈荷重を得る。

3 $x=0$, ℓ 端で単純支持のセル型矢板構造解析

図-2 の如く、矢板 r , $r+1$ に対し曲げのみに関する A 、振りのみに関する B 、を考えることにより、次式が誘導される。

$$\begin{aligned} & EI \cdot \left\{ \frac{V_{r+1}(x) + V_r(x)}{2} \cdot \cos \theta - \frac{U_{r+1}(x) - U_r(x)}{2} \cdot \sin \theta \right\} \\ & = A + \left\{ \frac{V_{r+1}(x) + V_r(x)}{2} \cos \theta - \frac{U_{r+1}(x) - U_r(x)}{2} \sin \theta \right\} \cdot (-\ell\lambda) \\ & \dots\dots\dots (17) \end{aligned}$$

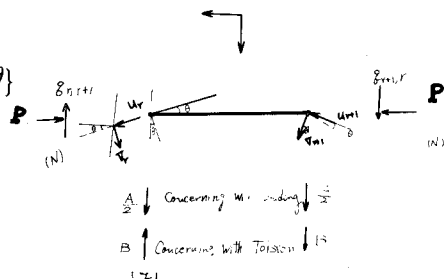


図-2

$$-GJ \cdot \left\{ \frac{\ddot{V}_{r+1}(x) - \ddot{V}_r(x)}{\lambda} \cdot \cos \theta + \frac{\ddot{u}_{r+1}(x) + \ddot{u}_r(x)}{\lambda} \cdot \sin \theta \right\} = B \cdot \lambda \dots\dots\dots (18)$$

一方次なる関係がある。

$$\frac{A}{2} + B = g_{r+1}, r \dots\dots (19) \quad \frac{A}{2} - B = -g_{r, r+1} \dots\dots\dots (20)$$

次に、図-3 において節点でのつり合いを求める。

(鉛直方向つり合い)

$$\begin{aligned} & -P \cdot \sin(\theta + \alpha_{r, r+1}) + g_{r, r+1} \cdot \cos(\theta + \alpha_{r, r+1}) \\ & -P \cdot \sin(\theta + \alpha_{r, r-1}) - g_{r, r-1} \cdot \cos(\theta + \alpha_{r, r-1}) = P \dots\dots (21) \end{aligned}$$

(水平方向つり合い)

$$\begin{aligned} & P \cdot \cos(\theta + \alpha_{r, r+1}) + g_{r, r+1} \cdot \sin(\theta + \alpha_{r, r+1}) \\ & -P \cdot \cos(\theta + \alpha_{r, r-1}) + g_{r, r-1} \cdot \sin(\theta + \alpha_{r, r-1}) = 0 \dots\dots\dots (22) \end{aligned}$$

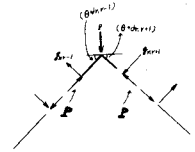


図-3

上式を加法定理で展開し、 $\alpha_{r, r+1} = 0$ 、 $\alpha_{r, r-1} = 0$ より

$$\begin{aligned} \sin \alpha_{r, r+1} &= \alpha_{r, r+1}, & \sin \alpha_{r, r-1} &= \alpha_{r, r-1} \\ \cos \alpha_{r, r+1} &= 1, & \cos \alpha_{r, r-1} &= 1 \quad \text{とおく} \end{aligned}$$

また α を求めると

$$\alpha_{r, r+1} = (-\nabla U_r(x) \cdot \sin \theta + \Delta V_r(x) \cdot \cos \theta) / \lambda \dots\dots\dots (23)$$

$$\alpha_{r, r-1} = (-\nabla U_{r-1}(x) \cdot \sin \theta + \Delta V_{r-1}(x) \cdot \cos \theta) / \lambda \dots\dots\dots (24)$$

故に (23) (24) より (21) (22) は

変位の2乗を省略することにより次の様に示される。

(鉛直方向つり合い)

$$\begin{aligned} & P \cdot (\Delta U_r(x) \cdot \sin \theta - \Delta^2 V_r(x) \cdot \cos \theta) \cdot \frac{2 \cdot \cos \theta}{\lambda} \\ & + (g_{r, r+1} - g_{r, r-1}) \cdot \cos \theta - 2P \cdot \sin \theta = P \dots\dots\dots (25) \end{aligned}$$

(水平方向つり合い)

$$\begin{aligned} & P \cdot \left\{ (-\Delta^2 U_r(x) - 4U_r(x)) \cdot \sin \theta + \Delta V_r(x) \cdot \cos \theta \right\} \cdot \frac{2 \cdot \sin \theta}{\lambda} + (g_{r, r+1} + g_{r, r-1}) \cdot \sin \theta \\ & = 0 \dots\dots\dots (26) \end{aligned}$$

ここで

$$\begin{aligned} \nabla f(x) &= f(x+1) + f(x) \\ \Delta f(x) &= f(x+1) - f(x) \\ \Delta^2 f(x) &= f(x+1) - 2f(x) + f(x-1) \\ \Delta f(x) &= f(x+1) - f(x-1) \end{aligned}$$

一方 (17) (18) と (19) (20) より、 $g_{r, r-1}$ 、 $g_{r, r+1}$ は次の如く表わされる。

$$g_{r, r-1} = \frac{EI}{4} \left\{ \overset{\text{IV}}{V}_r(x) + \overset{\text{IV}}{V}_{r-1}(x) \right\} \cdot \cos \theta - \left(\overset{\text{IV}}{U}_r(x) - \overset{\text{IV}}{U}_{r-1}(x) \right) \cdot \sin \theta \Bigg\} + \frac{h\lambda}{4}$$

$$\{ V r(x)+V r_{-1}(x) \} \cdot \cos \theta-(U r(x)-U r_{-1}(x)) \cdot \sin \theta\}-\frac{G J}{\lambda}\left\{\ddot{V} r(x)-\ddot{V} r_{-1}(x)\right\} \cdots \cdots(27)$$

$$\begin{aligned} g r, r+1=-\frac{E I}{4}\left\{\left(\sum_{i=1}^N V r_{+1}(x)+V r(x)\right) \cdot \cos \theta-(U r_{+1}(x)-U r(x)) \cdot \sin \theta\right\}-\frac{\lambda \cdot \lambda}{4}\left\{\left(V r_{+1}(x)+V r(x)\right) \cdot \cos \theta-\right. \\ \left.(U r_{+1}(x)-U r(x)) \cdot \sin \theta\right\}-\frac{G J}{\lambda^2}\left\{\ddot{V} r_{+1}(x)-\ddot{V} r(x)\right\} \cdots \cdots(28) \end{aligned}$$

故に (25) (26) に (27) (28) を代入し、

$U r(x)=\sum U i(x) \cdot \sin \frac{2 \pi i}{n} r, V r_{+1}(x)=\sum V i(x) \cdot \cos \frac{2 \pi i}{n}(r+1)$ 等において整理すると次の 2 式に表わされる。

$$\begin{aligned} P \cdot\left\{\sum U i(x) \cdot 2 \sin \frac{2 \pi i}{n} \cdot \sin \theta-\sum V i(x) \cdot 2 \cdot\left(\cos \frac{2 \pi i}{n}-1\right) \cdot \cos \theta\right\} \cdot \frac{\cos \theta}{\lambda}-\frac{E I}{4} \cdot \cos \theta \cdot \\ \left[\left\{\sum V i(x) \cdot\left(\cos \frac{2 \pi i}{n}-1\right)-2 \sum V i(x)\right\} \cdot \cos \theta+\sum U i(x) \cdot \sin \frac{2 \pi i}{n} \cdot \sin \theta\right] \\ -\frac{\lambda \lambda}{4} \cdot \cos \theta\left[\left\{\sum V i(x) \cdot\left(\cos \frac{2 \pi i}{n}-1\right)-2 \sum V i(x)\right\} \cdot \cos \theta+\sum U i(x) \cdot \sin \frac{2 \pi i}{n} \cdot \sin \theta\right] \\ -\frac{G J}{\lambda^2} \cdot \cos \theta \sum \ddot{V} i(x) \cdot\left(\cos \frac{2 \pi i}{n}-1\right)=0 \cdots \cdots(29) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P \cdot\left[\left\{\sum U i(x) \cdot\left(\cos \frac{2 \pi i}{n}-1\right)-2 \sum U i(x)\right\} \cdot \sin \theta-\sum V i(x) \cdot \sin \frac{2 \pi i}{n} \cdot \cos \theta\right] \cdot \frac{2 \sin \theta}{\lambda} \\ +\frac{E I}{4} \cdot \sin \theta \cdot\left\{\sum V i(x) \cdot \sin \frac{2 \pi i}{n} \cdot \cos \theta+\sum U i(x) \cdot\left(\cos \frac{2 \pi i}{n}-1\right) \cdot \sin \theta\right\} \\ +\frac{\lambda \lambda}{4} \cdot \sin \theta \cdot\left\{\sum V i(x) \cdot \sin \frac{2 \pi i}{n} \cdot \cos \theta+\sum U i(x) \cdot\left(\cos \frac{2 \pi i}{n}-1\right) \cdot \sin \theta\right\}+\frac{G J}{\lambda^2} \cdot \sin \theta \\ \sum V i(x) \cdot \sin \frac{2 \pi i}{n}=0 \cdots \cdots(30) \end{aligned}$$

よつて (29)、(30) に (8)、(9) の如くの Fourier-sine 変換を行なつて整理すると次の如く示される。

$$\begin{aligned} \left[2 P \cdot \sin \frac{2 \pi i}{n} \cdot \sin \theta \cdot \cos \theta \cdot \frac{1}{\lambda}-\frac{E I}{4} \cdot \sin \theta \cdot \cos \theta \cdot \sin \frac{2 \pi i}{n}\left(\frac{m \pi}{\ell}\right)^4\right. \\ \left.-\frac{\lambda \lambda}{4} \sin \theta \cdot \cos \theta \cdot \sin \frac{2 \pi i}{n}\right] \cdot \widetilde{U} i(x)+\left[-2 P \cdot\left(\cos \frac{2 \pi i}{n}-1\right) \cdot \frac{\cos ^2 \theta}{\lambda}\right. \\ \left.-\frac{E I}{4} \cos ^2 \theta \cdot\left(\cos \frac{2 \pi i}{n}-3\right) \cdot\left(\frac{m \pi}{\ell}\right)^4-\frac{\lambda \lambda}{4} \cos ^2 \theta \cdot\left(\cos \frac{2 \pi i}{n}-3\right)\right. \\ \left.+\frac{G J}{\lambda^2} \cos \theta \cdot\left(\cos \frac{2 \pi i}{n}-1\right) \cdot\left(\frac{m \pi}{\ell}\right)^2\right] \cdot \widetilde{V} i(x)-\frac{E I}{4} \cos ^2 \theta \cdot\left(\cos \frac{2 \pi i}{n}-3\right) \times \\ \left[-\left(\frac{m \pi}{\ell}\right)\left\{\ddot{V} i(\ell) \cdot(-1)^m-\ddot{V} i(0)\right\}+\left(\frac{m \pi}{\ell}\right)^3\left\{V i(\ell) \cdot(-1)^m-V i(0)\right\}\right] \\ +\frac{G J}{\lambda^2} \cdot \cos \theta \cdot D i\left(\frac{m \pi}{\ell}\right) \cdot\left\{V i(\ell) \cdot(-1)^m-V i(0)\right\}-\frac{E I}{4} \sin \theta \cdot \cos \theta \cdot \sin \frac{2 \pi i}{n} \times \\ \left[-\left(\frac{m \pi}{\ell}\right)\left\{\ddot{U} i(\ell) \cdot(-1)^m-\ddot{U} i(0)\right\}+\left(\frac{m \pi}{\ell}\right)^3\left\{U i(\ell) \cdot(-1)^m-U i(0)\right\}\right]=0 \cdots \cdots(31) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \left[P \cdot \frac{2 \sin^2 \theta}{\lambda} \left(\cos \frac{2\pi i}{n} - 3 \right) + \frac{EI}{4} \sin^2 \theta \cdot \left(\cos \frac{2\pi i}{n} - 1 \right) \cdot \left(\frac{m\pi}{\ell} \right)^4 \right. \\
& \quad \left. + \frac{\hbar \lambda}{4} \sin^2 \theta \cdot \left(\cos \frac{2\pi i}{n} - 1 \right) \right] \cdot \widetilde{U} i(x) + \left[-P \cdot \frac{2 \sin \theta \cdot \cos \theta}{\lambda} \cdot \sin \frac{2\pi i}{n} \right. \\
& \quad \left. + \frac{EI}{4} \sin \theta \cdot \cos \theta \cdot \sin \frac{2\pi i}{n} \cdot \left(\frac{m\pi}{\ell} \right)^4 + \frac{\hbar \lambda}{4} \sin \theta \cdot \cos \theta \cdot \sin \frac{2\pi i}{n} \right. \\
& \quad \left. - \frac{GJ}{\lambda^2} \cdot \sin \theta \cdot \sin \frac{2\pi i}{n} \cdot \left(\frac{m\pi}{\ell} \right)^2 \right] \cdot \widetilde{V} i(x) + \frac{EI}{4} \sin \theta \cdot \cos \theta \cdot \sin \frac{2\pi i}{n} \times \\
& \quad \left[- \left(\frac{m\pi}{\ell} \right) \{ V i(\ell) \cdot (-1)^m - V i(0) \} + \left(\frac{m\pi}{\ell} \right)^3 \{ V i(\ell) \cdot (-1)^m - V i(0) \} \right]
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{GJ}{\lambda^2} \cdot \sin \theta \cdot \sin \frac{2\pi i}{n} \cdot \left[- \left(\frac{m\pi}{\ell} \right) \{ V i(\ell) \cdot (-1)^m - V i(0) \} \right] + \frac{EI}{4} \sin^2 \theta \left(\cos \frac{2\pi i}{n} - 1 \right) \times \\
& \quad \left[- \left(\frac{m\pi}{\ell} \right) \{ \ddot{U} i(\ell) \cdot (-1)^m - \ddot{U} i(0) \} + \left(\frac{m\pi}{\ell} \right)^3 \{ U i(\ell) \cdot (-1)^m - U i(0) \} \right] = 0 \quad \dots\dots\dots (32)
\end{aligned}$$

今、境界条件として $x=0$ 、 ℓ 端で単純支持であるから、 $U i(0)=V i(0)=U i(\ell)=V i(\ell)=0$ であり、さらに、 $\ddot{U} i=\ddot{V} i(0)=\ddot{U} i(\ell)=\ddot{V} i(\ell)=0$ である。よつて (31)、(32) において、 $\widetilde{U} i(x)$ 、 $\widetilde{V} i(x)$ の *determinant* = 0 をとるとよい。

よつて次に示される、 P の 2 次式より座屈荷重を得る。

ここで

$$\begin{aligned}
& \widetilde{U} i(x) = \int_0^\ell U i(x) \cdot \sin \frac{m\pi x}{\ell} dx \\
& \widetilde{V} i(x) = \int_0^\ell V i(x) \cdot \sin \frac{m\pi x}{\ell} x dx
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \{ -D_i \cdot (D_i + 2) + (\sin 2\theta)^2 \} \frac{(\sin 2\theta)^2}{\lambda} \cdot P^2 \\
& + \left\{ -\frac{EI}{2\lambda} \cdot D_i^2 \cdot (\sin 2\theta)^2 \cdot \left(\frac{m\pi}{\ell} \right)^4 - \frac{\hbar}{8} \cdot D_i^2 (\sin 2\theta)^2 + \frac{EI}{8} \frac{1}{\lambda} (\sin 2\theta)^2 \cdot (D_i^2 - 4) \left(\frac{m\pi}{\ell} \right)^4 \right. \\
& + \frac{\hbar}{4} \cdot \sin 2\theta \cdot \sin \theta \cdot (D_i^2 - 4) - \frac{GJ}{2\lambda^3} \sin 2\theta \sin \theta \cdot D_i (D_i + 2) \cdot \left(\frac{m\pi}{\ell} \right)^2 \\
& - \frac{EI}{8\lambda} (\sin 2\theta)^2 \left(\sin \frac{2\pi i}{n} \right)^2 \cdot \left(\frac{m\pi}{\ell} \right)^4 - \frac{\hbar}{8} \cdot (\sin 2\theta)^2 \cdot \left(\sin \frac{2\pi i}{n} \right)^2 \\
& - \frac{EI}{8\lambda} (\sin 2\theta)^2 \left(\sin \frac{2\pi i}{n} \right)^2 \cdot \left(\frac{m\pi}{\ell} \right)^4 - \frac{\hbar}{8} (\sin 2\theta)^2 + \frac{GJ}{\lambda^3} \left(\sin \frac{2\pi i}{n} \right)^2 \cdot \sin \theta \cdot \sin 2\theta \cdot \left(\frac{m\pi}{\ell} \right)^2 \} \cdot P \\
& + \left\{ -\frac{EI}{16} \sin^2 \theta \cdot \cos^2 \theta \cdot D_i \cdot (D_i - 2) \cdot \left(\frac{m\pi}{\ell} \right)^8 - \frac{EI \cdot \hbar \lambda}{64} (\sin 2\theta)^2 \cdot D_i \cdot (D_i - 2) \cdot \left(\frac{m\pi}{\ell} \right)^4 \right.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -\frac{1}{32} EI \cdot \lambda \sin 2\theta \cdot \sin \theta \cdot D_i (D-2) \left(\frac{m\lambda}{l}\right)^4 - \frac{(\lambda\lambda)^2}{32} \sin 2\theta \cdot \cos \theta \cdot D \cdot (D_i-2) \\
& + \frac{1}{8\lambda^2} GJ \cdot EI \cdot \sin 2\theta \cdot \sin \theta \cdot D_i \left(\frac{m\pi}{l}\right)^6 + \frac{\lambda \cdot GJ}{8\lambda} \sin 2\theta \cdot \sin \theta \cdot D_i^2 \cdot \left(\frac{w\pi}{l}\right)^2 \\
& + \frac{(EI)^2}{64} (\sin 2\theta)^2 \left(\sin \frac{2\pi i}{n}\right)^2 \cdot \left(\frac{m\pi}{l}\right)^8 + \frac{1}{64} EI \cdot \lambda (\sin 2\theta)^2 \cdot \left(\sin \frac{2\pi i}{n}\right)^2 \cdot \left(\frac{m\pi}{l}\right)^4 \\
& + \frac{\lambda \lambda}{8} EI (\sin 2\theta)^2 \left(\sin \frac{2\pi i}{n}\right)^2 \cdot \left(\frac{m\pi}{l}\right)^4 + \frac{(\lambda\lambda)^2}{64} (\sin 2\theta)^2 \left(\sin \frac{2\pi i}{n}\right)^2 \\
& - \frac{1}{8\lambda^2} \cdot GJ \cdot EI \cdot \sin \theta \cdot \sin 2\theta \left(\sin \frac{2\pi i}{n}\right)^2 \cdot \left(\frac{m\pi}{l}\right)^6 \\
& - \frac{GJ \cdot \lambda}{8\lambda} \cdot \sin 2\theta \cdot \sin \theta \cdot \sin \frac{2\pi i}{n} \cdot \left(\frac{m\pi}{l}\right)^2 \} = 0 \dots \dots \dots (3.3)
\end{aligned}$$

4 数 値 計 算 例

例として今、 $n=10$ 、 $l=100m$ 、 $\lambda=10cm$ 、 $E=2.1 \times 10^6 \frac{kg}{cm^2}$ 、 $G=8.0 \times 10^5 \frac{kg}{cm^2}$ 、厚さ $1cm$ と $1mm$ のものについて、 $x=0$ 、 l 端で単純支持のものについて座屈荷重と枚数の関係を図-4、図-5に各々示す。

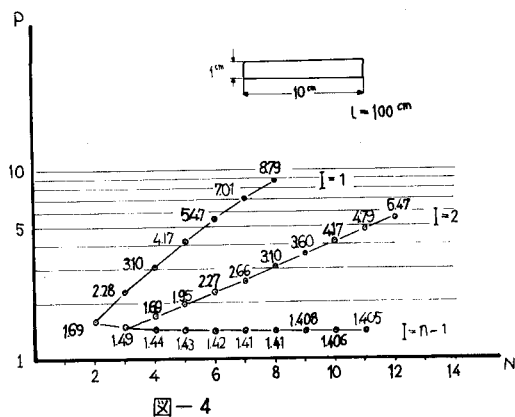


図-4

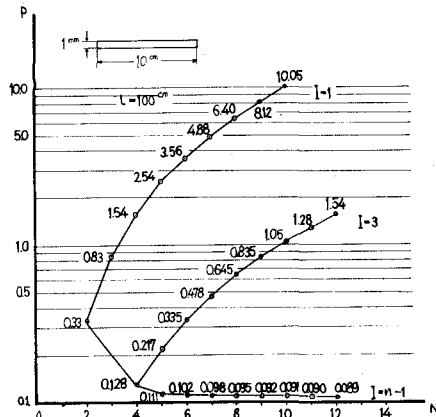


図-5

5 あ と が き

以上、矢板の側方不安定構造解析を行なったが、平面構造における $free-fix$ の条件の場合、およびセル型矢板構造の数値計算も現在進めており、実験解析を行なって理論の検討をする予定である。

参 考 文 献

1) S. G. Nomachi: A Note on Finitar Tron s orm Concerning Finit e Integration The Tran

script from the memories of the Muroran Institute of Technology Vol. 5, NO 2)

- 2) 能町、松岡、沢田：スパン方向にヒンデで結合された棒状要素による面構造の応力について、
(土木学会第25回年次学術講演集I-99)
- 3) 能町、松岡、沢田：スパン方向にヒンデ結合されたパイルによる平面構造について、
(土木学会北海道支部研究発表会論文集 第27号 昭和45年度)