

半透過性構造物の水理

正員 近藤 俊 郎*
○学生員 小堀 共生**

1. ま え が き

本文の半透過性構造物とは、下部を透水可能な構造物とし、上部を不透水な構造物とした構造物である。本型式の構造物は、混成堤のモデルと考える事も可能であり、また、新型式の防波構造物と考える事もできる。本構造物の水理特性を調べるために、下部の透過構造物としてφ11mmのパイプを組み合わせた立体格子構造物を使用した半透過性構造物をもちいて実験を行ない、また、理論的に解析した。この理論解析を行なう方法として、速度ポテンシャルを有する微小振幅波を考え、各境界面における力学的境界条件を満たすように速度ポテンシャルを決定して、これによつて流体の運動を調べる方法を使用した。この理論解析を行なうにあたって、下部の透過構造物内で受ける抵抗は乱流状態に拡張された透水係数として表示されるとして解析を行なつた。この実験の結果と理論解析の結果について報告する。

なおこの研究の一部は第27回土木学会年次講演会で発表済である。

2. 理論的解析

図-1に示すように座表軸と各領域を定め、領域Ⅰにおける空隙率を入、圧力を p 、 x 軸、 z 軸それぞれの方向での平均流速を u 、 w 透水係数を k とすれば領域Ⅱにおける連続、運動の方程式は次のように定まる。

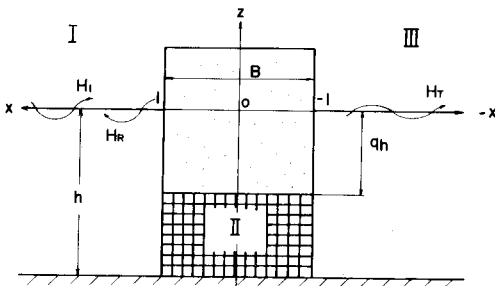


図-1 半透過性構造物

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{1}{g\lambda} \frac{\partial u}{\partial x} = -\frac{1}{\rho g} \frac{\partial p}{\partial x} - \frac{u}{k} \quad (2)$$

$$\frac{1}{g\lambda} \frac{\partial w}{\partial z} = -\frac{1}{\rho g} \frac{\partial p}{\partial z} - \frac{w}{k} - 1 \quad (3)$$

この運動は速度ポテンシャル $\Phi(x, z, t)$ を持ち流速と圧力は次式で表わされる。

$$u = \frac{\partial \Phi}{\partial x} \quad w = \frac{\partial \Phi}{\partial z}$$

$$p = -\left(\frac{1}{\lambda g} \frac{\partial \Phi}{\partial x} + \frac{\Phi}{k} + z\right) \quad (4)$$

領域Ⅰにおける水底条件と水面条件より

$$\frac{\partial \Phi}{\partial z} = 0 \quad \text{at } z = -h \quad (5)$$

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} = g \frac{\partial \Phi}{\partial z} \quad \text{at } z = 0 \quad (6)$$

領域Ⅱにおける z 方向の境界条件より

$$\frac{\partial \Phi}{\partial z} = 0 \quad \text{at } z = -h, z = -g \quad (7)$$

境界条件式(5),(6),境界条件式(7)を満たすLaplaceの方程式の解として領域Ⅰ、Ⅲの速度ポテンシャル Φ_I 、 Φ_{III} と領域Ⅱの速度ポテンシャル Φ_{II} が次のように定まる。

$$\begin{aligned} \Phi_I = \phi_1 e^{i\sigma t} &= \left\{ \frac{\cosh k_0(z+h)}{\cosh k_0 h} [A e^{i k_0(x-l)} + B e^{-i k_0(x-l)}] \right. \\ &\quad \left. + \sum_{n=1}^{\infty} C_n \frac{\cosh k_n(z+h)}{\cosh k_n h} e^{-k_n(x-l)} \right\} e^{i\sigma t} \end{aligned} \quad (8)$$

$$\Phi_{II} = \phi_2 e^{i\sigma t} = \left[\sum_{r=1}^{\infty} \left(D_r \cosh \frac{\pi r z}{g'} / \cosh \frac{\pi r l}{g'} \right) \right]$$

* 室蘭工業大学 助教授

** 室蘭工業大学 大学院

$$+ E_r \sinh \frac{r\pi x}{g} / \sinh \frac{r\pi \ell}{g'} \cos \frac{r\pi(\beta+gh)}{g'} + \frac{z}{\ell} E_0 + D_0 \} e^{i\sigma t} \quad (9)$$

$$\Phi_{\parallel} = \phi_{\parallel} e^{i\sigma t} = \left[F \frac{\cosh k_0(\beta+h)}{\cosh k_0 h} e^{ik_0(x+\ell)} + \sum_{n=1}^{\infty} G_n \frac{\cos k_n(\beta+h)}{\cos k_n h} e^{ik_n(x+\ell)} \right] e^{i\sigma t} \quad (10)$$

ただし $g = h - gh$, $A, B, \dots, G_n$ は定数, k_0, k_n はそれぞれ次式を満たす固有値である。

$$k_0 h \tanh k_0 h = \frac{\sigma^2 h}{g}, \quad -k_n h \tanh k_n h = \frac{\sigma^2 h}{g} \quad (11)$$

境界面 $x = \ell$, $x = -\ell$ で水平流速と圧力が連続しているので次の条件式が成立する。

$x = \ell$ において

$$\frac{\partial \phi_{\parallel}}{\partial x} = \frac{\partial \phi}{\partial x}, \quad \phi_{\parallel} = \alpha \phi_{\parallel} \quad (-h < \beta < -gh) = 0 \quad (-gh < \beta) \quad (12)$$

$x = -\ell$ において

$$\frac{\partial \phi_{\parallel}}{\partial x} = \frac{\partial \phi}{\partial x}, \quad \phi_{\parallel} = \alpha \phi_{\parallel} \quad (-h < \beta < -gh) = 0 \quad (-gh < \beta) \quad (13)$$

ただし $\alpha = 1 / \lambda - ig / \sigma k$

境界条件式(12), (13)を満たすように D_r/A , E_r/A を定めるための連立方程式は次のようになる。

$$\begin{aligned} & \sum_{r=1}^{\infty} \frac{r\pi}{g'} \tanh \frac{r\pi \ell}{g'} \left\{ \frac{\sinh^2 k_0 g'}{k_0^3 h N_0} \frac{1}{[1+(r\pi/k_0 g')^2]} \cdot \frac{1}{[1+(\Delta\pi/k_0 g')^2]} \right. \\ & + i \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin^2 k_n g'}{k_n^3 h N_n} \cdot \frac{1}{[1-(r\pi/k_n g')^2]} \cdot \frac{1}{[1-(\Delta\pi/k_n g')^2]} \Big\} \frac{D_r}{A} \\ & + i \alpha \beta \frac{D_{\Delta}}{A} = \frac{i \sinh k_0 g'}{k_0 [1+(\Delta\pi/k_0 g')^2] \cosh k_0 h} \quad (\Delta = 0, 1, 2, \dots) \end{aligned} \quad (14)$$

$$\begin{aligned} & \sum_{r=1}^{\infty} \frac{r\pi}{g'} \tanh \frac{r\pi \ell}{g'} \left\{ \frac{\sinh^2 k_0 g'}{k_0^3 h N_0} \frac{1}{[1+(r\pi/k_0 g')^2]} \frac{1}{[1+(\Delta\pi/k_0 g')^2]} \right. \\ & + i \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin^2 k_n g'}{k_n^3 h N_n} \frac{1}{[1-(r\pi/k_n g')^2]} \frac{1}{[1-(\Delta\pi/k_n g')^2]} \Big\} \frac{E_r}{A} \\ & + \left\{ \frac{\sinh^2 k_0 g'}{k_0^3 h N_0} \cdot \frac{1}{[1+(\Delta\pi/k_0 g')^2]} + i \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin^2 k_n g'}{k_n^3 h N_n} \frac{1}{[1-(\Delta\pi/k_n g')^2]} \right\} \frac{E_0}{A} \\ & + i \alpha \beta \frac{E_{\Delta}}{A} = \frac{i \sinh k_0 g'}{k_0 [1+(\Delta\pi/k_0 g')^2] \cosh k_0 h} \quad (\Delta = 0, 1, 2, \dots) \end{aligned} \quad (15)$$

ただし $\beta = 1$ ($\Delta = 0$), $= 1/2$ ($\Delta \neq 0$)

$$N_0 = [\sinh(2k_0 h) / 2k_0 h + 1] / 2$$

$$N_n = [\sin(2k_n h) / 2k_n h + 1] / 2$$

連立方程式(14), (15)の解を $x_r = D_r/A$, $y_r = E_r/A$ とすると

$$\begin{aligned} \frac{B}{A} = & 1 + i \frac{\cosh k_0 h}{k_0 h N_0} \left\{ \sum_{r=1}^{\infty} \frac{r\pi}{g' k_0} \cdot \frac{\sinh k_0 g'}{[1+(r\pi/k_0 g')^2]} (\chi_r \tanh \frac{r\pi \ell}{g'} \right. \\ & \left. + Y_r \tanh \frac{r\pi \ell}{g'}) + \frac{\sinh k_0 g'}{\ell k_0} Y_0 \right\} \end{aligned} \quad (16)$$

$$\frac{F}{A} = i \frac{\cosh k_0 h}{k_0 h N_0} \left\{ \sum_{r=1}^{\infty} \frac{r\pi}{g' k_0} \frac{\sinh k_0 g'}{[1+(r\pi/k_0 g')^2]} (\chi_r \tanh \frac{r\pi \ell}{g'} - Y_r \tanh \frac{r\pi \ell}{g'}) - \frac{\sinh k_0 g'}{\ell k_0} Y_0 \right\} \quad (17)$$

$$\text{反射率} \quad K_R = \left| \frac{B}{A} \right| \quad \text{透過率} \quad K_T = \left| \frac{F}{A} \right|$$

今、入射波の波形が $\eta = a \cos(\sigma t - k_0 x)$ とすると下部透過構造物内の流速は次式の実数部で表わされる。

$$u = \frac{ia\alpha e^{i(k_0\ell + \sigma t)}}{\sigma} \left[\sum_{r=1}^{\infty} \frac{r\pi}{g'} \cos \frac{r\pi(\frac{x}{g} + g_h)}{g'} \right. \\ \left. (X_r \sinh \frac{r\pi x}{g'} / \cosh \frac{r\pi\ell}{g'} + Y_r \cosh \frac{r\pi\ell}{g'}) \right. \\ \left. + \frac{Y_0}{\ell} \right] \quad (18)$$

$$w = -\frac{ia\alpha e^{i(k_0\ell + \sigma t)}}{\sigma} \sum_{r=1}^{\infty} \frac{r\pi}{g'} \sin \frac{r\pi(\frac{x}{g} + g_h)}{g'} \\ (X_r \cosh \frac{r\pi x}{g'} / \cosh \frac{r\pi\ell}{g'} + Y_r \sinh \frac{r\pi x}{g'} / \\ \sinh \frac{r\pi\ell}{g'}) \quad (19)$$

上部不透過構造物に作用する揚圧力は次式の実数部で表わされる。

$$Pu = a\alpha e^{i(k_0\ell + \sigma t)} \left[\sum_{r=1}^{\infty} (X_r \cosh \frac{r\pi x}{g'} / \cosh \frac{r\pi\ell}{g'} + Y_r \sinh \frac{r\pi x}{g'} / \sinh \frac{r\pi\ell}{g'}) \right. \\ \left. + \frac{x}{\ell} Y_0 + X_0 \right] \quad (20)$$

揚圧力の合力は次式の実数部で表わされる。

$$Pu = 2a\alpha e^{i(k_0\ell + \sigma t)} \left[\sum_{r=1}^{\infty} \left(-\frac{g'}{r\pi} X_r \tanh \frac{r\pi\ell}{g'} \right. \right. \\ \left. \left. + X_0 \ell \right) \right] \quad (21)$$

3 計 算 法

本理論は下部透過構造物の透水係数が等方性でなければ解析できない。実構造物は多少の異方性があるが、 x 方向の透水係数の効果がより大きいと考えられるので仮想

の等方性透水係数として x 方向の透水係数を使用して解析を進める。また、内部流速が大きいとき抵抗は非線型となるが、この乱流状態における透水係数は、層流状態の透水係数を k とすると次式で表わされる。

$$k_t = k / [1 + \frac{8}{3\pi} \beta U(x)] \quad (22)$$

k_t は場所によって変化する値であるが、 $U(x)$ を透過構造物の中心点の値 $U(0)$ で代表させ、 k_t が透過構造物全体にわたって一様であると近似して計算を行う。本型式の構造物において、透過部内の流速は場所によってあまり大きな変化はないと考えられるのでほぼ妥当な近似である。計算の手順は、最初に $U(0)$ の値を仮定しこの U によって定まる k_t を使って新たな U を求め、仮定した値と新たに求められた値が、必要とされる精度で一致するまでくり返し計算を行う。また連立方程式(14)、(15)は無限連立方程式であり、本計算においては11個の連立方程式として近似計算したが十分な精度を持つと思われる。

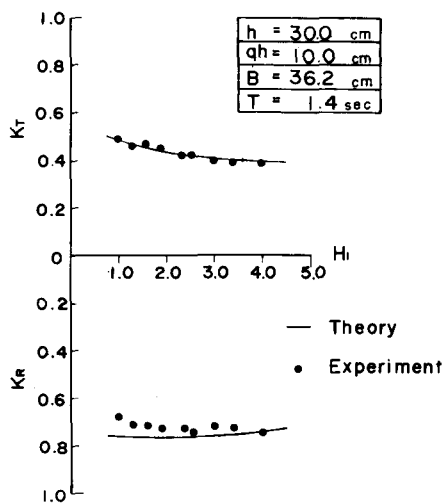


図-2 透過率 K_T および反射率 K_R

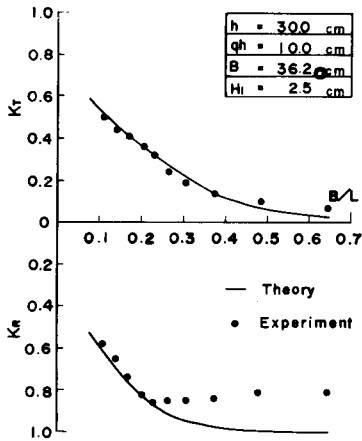


図-3 入射波の周期による透過率、反射率の変化

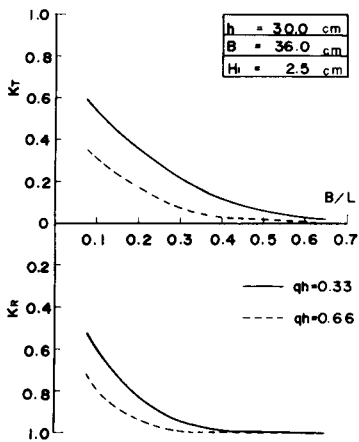


図-4 透過率 K_T および反射率 K_R (理論値)

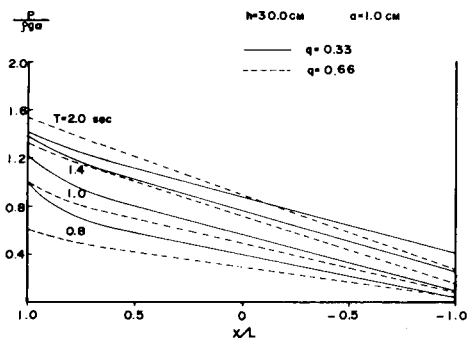


図-5 上部構造物に作用する揚圧力の分布

4 実験値および理論値

実験に使用した構造物は幅 $B = 36.2$ cmで下部透過部の空隙率 $\lambda = 0.6075$ である。定常流に対する抵抗係数を求める実験を行い、結果を *Cohen de Lara* の空隙率の5剰法則をもちいて整理し、これより x 方向の透水係数 k_t を求めた。この結果 $k = 1006$ cm/sec, $\beta = 0.64$ である。実験に使用した入射波の周期は $0.6 \sim 2.0$ 秒であり、波高は $1 \sim 5$ cmである。図-2によると、透過率は実験値、理論値ともに波高の増大にともなって減少する傾向を示し、値も一致している。反射率は、理論値が波高の増加にともなって減少する傾向を示すのと異り、実験値は明らかな傾向を示さない。図-3によると、透過率は実験値、理論値ともに周期が長くなると増加する傾向を示し、値もほぼ一致している。反射率について、周期の長い波に対しては、実験値、理論値ともに周期が長くなるにつれて減少する傾向を示し、値もほぼ一致している。しかし、 $B/L > 0.25$ の短周期の波に対しては理論値が実験値よりかなり大きな値となる。これは短周期の波ほど実験誤差が大きくなる事と、理論解析において考慮していない、構造物前面付近での擾乱によるエネルギーの損失がその一因だと思われるが、はっきりとは分からず、今後の検討を必要とする。図-4によると、下部の透過部の割合が多い方が、透過率が大きく、また反射率は小さい。しかし短周期の波に対しては、透過率、反射率ともにその差が小さくなるようである。これは短周期の波に対して、透過構造物内の水が水塊として働き透過部の割合の大きさの効果が減少するためと考えられる。図-5によると、上部不透透構造物に作用する揚圧力は、波の周期が長くなるにともなって増加するようである。また、透過部分の割合が小さいが、作用する揚圧力の分布は直線化する傾向を示している。揚圧力については実験を行っていないので確認できないが、ほぼ妥当な傾向と思われる。

5 結 言

下部が透水可能な半透過性構造物の水理特性を調べるために、速度ポテンシャルを有する微小振幅波を考え、下部の透過性構造物内の抵抗が、乱流状態に拡張された透水係数 k_t によって表わされると考えて、線型抵抗をうける場合の計算をくり返し行なう事によって、透過率、反射率、下部構造物内の流速、その他を計算しその結果の一部を実験値と比較した。この計算を行なうにあたって x 方向の透水係数のみを考え、かつこの透水係数 k_t を定めるにあたっては $U(x)$ の値を下部構造物の中央点の値 $U(0)$ 1つで代表させたが、透過率は実験値とよい対応を

示し、反射率についても周期の長い波に対してはかなりよい対応を示した。本理論解析は、半透性構造物の水理特性を調べるための一方法として、かなりの範囲に使用できると思われる。

本研究は、室蘭工業大学河海工学研究室で行なわれたもので、ご支援下さった境隆雄教授、協力された藤間聡助手、加納隆一技術員、また研究の一部に協力された室蘭工業大学 学生 鈴木健一郎、西尾慎一両君に感謝の意を表します。また本研究の一部は文部省科学研究費（代表者 京大 岩垣雄一教授）によることを付記する。

参 考 文 献

- 1) 近藤叔郎：透過性防波堤の伝達波、第16回海岸工学講演会講演集 昭44. 12,
- 2) 富永正照、坂本忠彦：透過性構造物による波の変形に関する研究(I)、第16回海岸工学講演会講演集
- 3) 近藤叔郎、藤間聡：透過性構造物の水理特性（第2報）、第18回海岸工学講演会論文集、昭46. 10
- 4) 井島武士、江口泰彦、小林 彰：透過性防波堤と岸壁に関する研究、第18回海岸工学講演会論文集
- 5) 井島武士：最近の波浪理論における境界値問題の解法とその応用、水工学夏期研修会講義集、昭46. 7
- 6) 近藤叔郎、小堀共生：半透過性構造物による波の反射と伝達、第27回土木学会年次講演会講演概要集 昭47, 10
- 7) *Jared L. Blak and Chiang C. Mei : Scattring and Radiction of water wavs, WATER RESOURCES AND HYDRODYNAMICS LABORATORY Department of Civil Enginnering MIT, Repot No. 121, April 1970*