

## 沖積地河川における水深一流量関係の予測

正員 ○ 岸 力 \*  
 正員 黒木幹男 \*\*  
 学生員 今泉正次 \*\*\*

### 1 序論

#### 1. 1 研究の目的と方法

此の研究の最終的な目標は沖積地河川において水深、勾配および河床材料を与えて流路の粗度係数を予測する方法を確立する事である。わが国の中小河川の多くは粗度係数の実測資料を持たないが、今後河川改修を進めるに当って粗度係数の予測が必要になって来る。粗度係数の実測資料が整備されている河川においても、改修工事によって流路形状が変化すればその効果が粗度係数の値にあらわれるであろう。またダム工事や砂防工事は下流河川の流砂量に変化を与える、それが流路抵抗にも影響を及ぼすであろう。これらの例は沖積地河川における抵抗予測の重要性を物語っている。

沖積地河川は流れと流路との相互作用によって流路の形状——平面形状、断面形状および河床形状がきめられまた流路抵抗が規定されるという特色を持っている。さらに流れと流路との相互作用は流砂量によって変化する。このように、沖積地河川の流れにおいては水理関係、流砂量および流路形状が相互に影響を及ぼし乍ら一つの閉じたシステムを形成している。これ迄、上述の3要素の複雑な相互関係が問題の解決を困難にしていると考えられて来た。著者らは逆に3要素の密接な相互関係に着目して問題への接近を試みた。すなわち、水理関係の変化が流路の幾何学的特性である形状の変化に反映しているとすれば、流路の形状特性によって水理現象を分類することによって、内在する法則性を見出す事が可能であろうと考えた。

流路の幾何学的特性には水理効果の異なる2種類のものがある。一つは河床波と呼ばれる河床面の形状で、砂連

砂堆、遷移、平坦、反砂堆等に分類されている。他一つは流路の平面形状で、直線、蛇行、網状等に分類されている。流路の中の流れの形態で分類すれば、直線流と弯曲流になる。此の報告で扱っているのは直線流の場合で、各種の河床波について水理関係の特性を明らかにしている。

#### 1. 2 流れの多価性

移動床流れにおける河床抵抗は河床形状によって大巾に変化するので、同一の流路で一定の水深および勾配の下で幾種類もの流量があらわれる。この事実は1957年に Vanoni & Brooks<sup>1)</sup> によって実験的に証明された。さらに Nordin (1964)<sup>2)</sup> は Rio Grande においてこの事実を実測した。図-1は Rio Grande で観測された

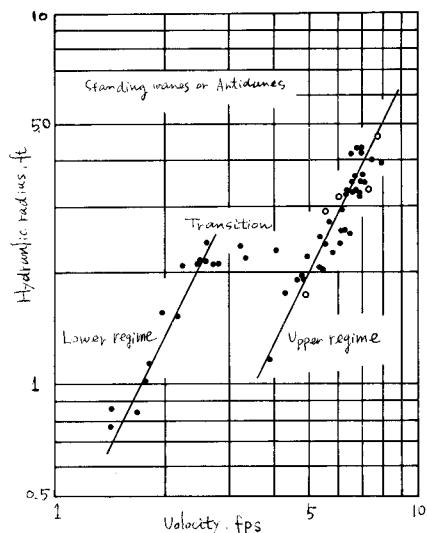


図-1 Rio Grande, Bernalilloでの流速、  
径深の関係 [Nordin (1964)]

径深一流速関係を示すが、径深が約 2.2 ft のとき流速は 1.5 fps から 5.5 fps の間で変化し値が不確定である。

\* 北大工学部 河川研究室 教授

\*\* 同上、助手

\*\*\* 同上、研究生

流れの多価性は、移動床流れにおける抵抗予測において重要な特性である。多価性があらわれる領域では水深、勾配および河床材料を与えても抵抗値が確定しないからである。此の領域を定式化することが抵抗予測の第一歩となるであろう。

## 2 河床形態との流体抵抗との関係

### 2・1 河床波抵抗の表示

河床波を伴う流れの河床セン断力 $\tau_0$ を河床表面の砂粒セン断力 $\tau_0'$ と河床波の形状抵抗のセン断力に分けて考える。河床セン断力 $\tau_0$ を無次元化して $\tau^*$ と書き式(1)であらわす。

$$\tau^* = R I / s d \quad (1)$$

ここに $\tau^*$ :無次元河床セン断力、R:径深、I:勾配、d:河床砂の平均粒径、 $s = (\rho_s - \rho_0) / \rho_0$ 、 $\rho_s$ :河床砂の密度、 $\rho_0$ :流体の密度

同様に、砂流セン断力 $\tau_0'$ を無次元化して $\tau^{* \prime}$ と書き、 $\tau^{* \prime}$ を式(2)および(3)で定義する。式(2)および(3)は Engelund (1967)<sup>3)</sup> が提案した関係で、Einstein-Barbarossa (1952)<sup>4)</sup> の式に小修正を加えたものである。

$$\tau^{* \prime} = R I / s d = R' I / s d \quad (2)$$

$$V = \sqrt{g R' T} [6.0 + 5.75 \log_{10}(R'/2d)] \quad (3)$$

ここに $V$ :平均流速、 $R'$ :砂粒セン断力 $\tau^{* \prime}$ に対応する径深

式(3)を指數式で近似すれば式(4)が得られる。

$$\frac{V}{U_*} (\equiv \varphi_0) = 7.66 \left(\frac{R}{2d}\right)^{\frac{1}{16}} \cdot \left(\frac{\tau^{* \prime}}{\tau^*}\right)^{\frac{3}{8}} \quad (4)$$

ただし、 $U_*$  はまさつ速度で式(5)で定義される。

$$U_* = \sqrt{g R T} \quad (5)$$

式(4)の左辺 $\varphi_0$ は流速係数と呼ばれ、抵抗係数と次のような関係にある。

$$\varphi_0 = \sqrt{f} = R^{\frac{1}{16}} / (\sqrt{g} \cdot n) \quad (6)$$

ここに $f$ :Darcy-Weisbachのまさつ係数、 $n$ :Manningの粗度係数、 $g$ :重力の加速度

式(4)の左辺は河床波を伴う流れの河床抵抗をあらわすことがわかる。一方、右辺の第1項 $7.66(R/2d)^{1/16}$ は波床波がない平坦な砂面の抵抗をあらわし、第2項 $(\tau^{* \prime}/\tau^*)^{3/8}$ が河床波による抵抗の増加をあらわしている。

著者らは、河床波の種類によって $\tau^{* \prime}/\tau^*$ が異った関数形をもっと考えた。これ迄に発表された水路実験の資料を河床波の種類毎に分類するため、各種の河床波の発生領域を考察した。

### 2・2 各種河床波の領域区分

著者らの研究(1972)<sup>5)</sup>によれば各種の河床波の発

生領域は次の諸式であらわされる：

1) 遷移河床が発生し始める限界

$$I / s = 0.02(R/d)^{-1/2} \quad (7-1)$$

$$\tau^* = 0.02(R/d)^{1/2} \quad (7-2)$$

2) 反砂堆が発生し始める限界

$$I / s = 0.07(R/d)^{-1/2} \quad (8-1)$$

$$\tau^* = 0.07(R/d)^{1/2} \quad (8-2)$$

2・3 各種河床波における $\tau^*$ と $\tau^{* \prime}$ との関係

Engelund は、同種の河床波をもつ流れにおいては $\tau^*$ は $\tau^{* \prime}$ のみの関数になり式(9)の関係が成立すると主張している。

$$\tau^* = f(\tau^{* \prime}) \quad (9)$$

著者らは、これに対し、式(9)を修正し式(10)を提案した。

$$\tau^* = f(\tau^{* \prime}, R/d) = T(\tau^{* \prime}) D(R/d) \quad (10)$$

ここに $T(\tau^{* \prime})$ および $D(R/d)$ はそれぞれ $\tau^{* \prime}$ および $R/d$ のみの関数をあらわす。河床波の領域区分式(7-2)および(8-2)によれば、河床波の発生条件は $R/d$ の関数として示めされている。したがって $\tau^*$ と $\tau^{* \prime}$ の関係は $R/d$ に依存するはずである。式(9)と(10)の相違は本質的なものである。Engelund は式(9)の成立を根拠として抵抗の相似仮説を提唱している。しかし式(10)によれば、抵抗の相似仮説が成立するのはある特殊な場合に限りられる事になる。

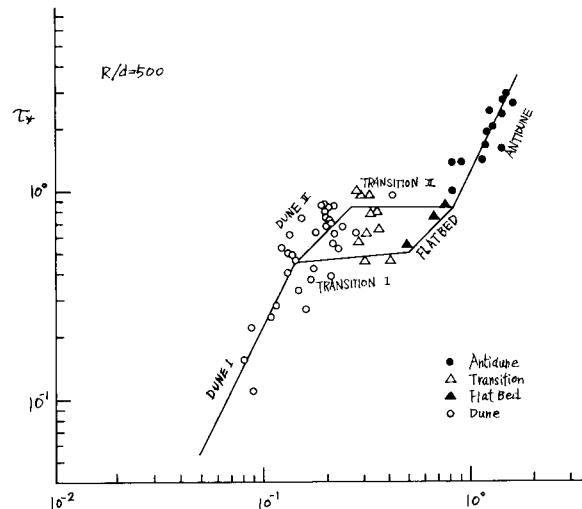


図-2 a 水路実験資料による $\tau^*$ と $\tau^{* \prime}$ との関係

Simons ら (1966)<sup>6)</sup>、Gilbert (1914)<sup>7)</sup> および佐藤・吉川・芦田 (1959)<sup>8)</sup> の実験資料を  $R/d$  の値によって分類し、それぞれのグループ毎に  $\tau^*$  ~  $\tau^{*\prime}$  の関係をしらべ図-2に示した。

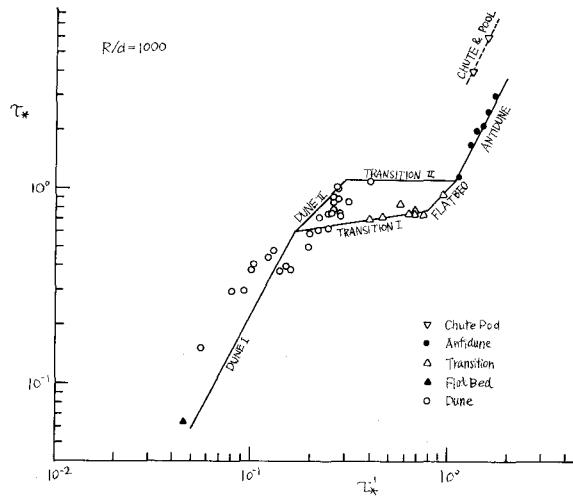


図-2 b 水路実験資料による  $\tau^*$  と  $\tau^{*\prime}$  の関係

図-2 a、b はそれぞれ  $R/d = 1,000$ 、500 の実験値に対するものである。図-2によれば  $\tau^* \sim \tau^{*\prime}$  の関係は相似であるが、それぞれの河床形状の推移条件は  $R/d$  によって異なることがわかる。したがって式(9)は一般的には成立せず、式(10)を用いるべき事が明らかである。さらに図-2によれば、砂堆河床および遷移河床に属する実験値は抵抗特性によってそれを2領域にさらに細分すべきことがわかる。著者らは河床波を次の7種に分類した。すなわち砂堆河床ⅠおよびⅡ、遷移河床ⅠおよびⅡ、平坦河床、反砂堆河床、および shoot & pool 河床である。ただし砂漣河床は抵抗特性が異なるので図-2の実験値から除いてある。図-2に示した  $\tau^* \sim \tau^{*\prime}$  の曲線にそれぞれが属する河床形状を記入してある。

図-2によってそれぞれの河床形状に対し式(10)の関数形を定めると次のようになる：

$$\text{砂堆河床Ⅰ}、\quad \tau^{*\prime} = 0.21 \tau^* \quad (11-1)$$

$$\text{砂堆河床Ⅱ}、\quad \tau^{*\prime} = 1.49 (R/d)^{-\frac{1}{2}} \quad (11-2)$$

$$\text{遷移河床Ⅰ}、\quad \tau^{*\prime} = 6.5 \times 10^{-7} (R/d)^{-\frac{1}{2}} \tau_*^{\frac{3}{2}} \quad (11-3)$$

遷移河床Ⅱ、 $\tau^{*\prime}$  は  $\tau^*$  に独立に変化する。

$$\text{平坦河床}、\quad \tau^{*\prime} = (\mathbf{K}_0 / \mathbf{K})^{\frac{1}{4}} \tau^* \quad (11-4)$$

ただし  $\mathbf{K}_0$ ：清水流におけるカルマン定数  
(= 0.4)、 $\mathbf{K}$ ：流砂を伴った流れにおけるカルマン定数

$$\text{反砂堆河床}、\quad \tau^{*\prime} = 0.264 (R/d)^{\frac{1}{2}} \tau^* \quad (11-5)$$

#### 2・4 各河床形状に対する抵抗則

式(11)に与えた関数を式(4)に代入すれば、各河床形状に対する抵抗則が得られる。抵抗則と領域区分とをまとめて示すと次の通りである。

(1) 砂堆河床Ⅰ、

$$\varphi_0 = \sqrt{8/f} = 2.4 (R/d)^{\frac{1}{2}} \tau_*^{-\frac{1}{2}} \quad (12-1)$$

(2) 砂堆河床Ⅱ、

$$\varphi_0 = \sqrt{8/f} = 8.9 \quad (12-2)$$

(3) 遷移河床Ⅰ、

$$\varphi_0 = \sqrt{8/f} = 1.1 \times 10^6 (R/d)^{-\frac{1}{2}} \tau_*^{\frac{3}{2}} \quad (12-3)$$

(4) (1)、(2)、(3)の間の領域区分、

$$I/s = 0.02 (R/d)^{-\frac{1}{2}} \quad (7-1)$$

$$\tau_* = 0.02 (R/d)^{\frac{1}{2}} \quad (7-2)$$

(5) 平坦河床、

$$\varphi_0 = \sqrt{8/f} = 6.9 (\mathbf{K}_0 / \mathbf{K})^{\frac{1}{4}} (R/d)^{\frac{1}{2}} \quad (12-4)$$

(6) 反砂堆河床

$$\varphi_0 = \sqrt{8/f} = 2.8 (R/d)^{\frac{1}{2}} \tau_*^{-\frac{1}{2}} \quad (12-5)$$

(7) (2)、(5)、(6)の間の領域区分

$$I/s = 0.07 (R/d)^{-\frac{1}{2}} \quad (8-1)$$

$$\tau_* = 0.07 (R/d)^{\frac{1}{2}} \quad (8-2)$$

図-3に上述の抵抗式による  $\varphi_0$  の計算値とを比較して示した。図-3は  $R/d = 1,000$  の実験値に対する例であるが、遷移および平坦河床を除けば、他の河床形状

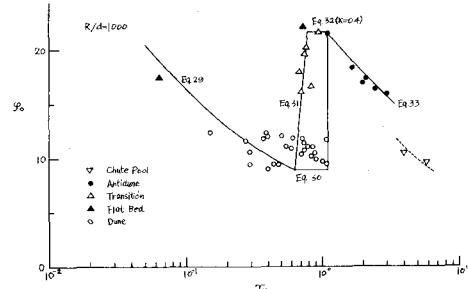


図-3 水路実験資料による流速係数の実測値と計算値の比較

については  $R/d$  の値の広い範囲にわたって上述の諸式が実験結果によく適合する。遷移および平坦河床においては流砂によるカルマン定数の変化が卓越し、しかもその評価が未だ確立されていない。

### 3 河床波を伴う流れの平均流速式

移動床の流れに対しても、現在は Manning の平均流速式が広く用いられている。Manning の式は、固定床の粗面流に対しては、乱流理論によって成立の根拠を確かめられる事ができる。しかし、移動床の流れに対しては Manning の式が必ずしも合理的とは云えない。各河床形状について平均流速式を求めるとき次のような諸特性が見出される：

#### (1) 砂堆河床 I

平均流速式

$$V = (2.4 \sqrt{g} s)^{1/6} d^{1/6} R^{1/6} I^{1/6} \quad (13-1)$$

式(13-1)で  $V$  を  $m/sec$ 、 $R$  を  $m$ 、 $d$  を  $mm$  単位とし  $s = 1.65$  にとると、

$$V = 2.8 d^{1/6} R^{1/6} I^{1/6} \quad (13-2)$$

粗度係数

$n$  を  $m - sec$  単位、 $d$  を  $mm$  であらわすと

$$n \left( = \frac{R^{1/6}}{\sqrt{g} \varphi_o} \right) = 0.042 \tau_*^{1/6} d^{1/6} \quad (14-1)$$

( $n \sim R$ )、( $n \sim \tau_o$ ) および ( $n \sim d$ ) の諸関数をしらべると式(13-1)から式(14-2)が得られる。

$$n = \frac{(RI)^{1/3}}{2.4 \sqrt{g} S^{1/3} d^{1/6}} = \frac{\tau_o^{1/3}}{2.4 g^{5/6} (\rho_s - \rho_o)^{1/3} d^{1/6}} \quad (14-2)$$

#### (2) 砂堆河床 II

平均流速式

$$V = 8.9 \sqrt{g} \sqrt{R} T \quad (15-1)$$

Chezy の流速係数

$$C \approx 28 \quad (15-2)$$

#### (3) 平坦河床

粗度係数

$$n = \frac{d^{1/6}}{6.9 \sqrt{g} (K_o/K)^{1/2}} \quad (16-1)$$

式(16-1)で  $n$  を  $m - sec$  単位、 $d$  を  $mm$  単位とすれば

$$= \frac{0.015 d^{1/6}}{(K_o/K)^{1/2}} \quad (16-2)$$

式(16-2)で  $K = K_o$  と置くと Strickler (1923) の式(16-3)とほぼ一致する。

$$n = 0.016 d^{1/6} \quad (16-3)$$

#### (4) 反砂堆河床

$$V = (2.8 s^{1/3} \sqrt{g}) R^{1/6} I \quad (17-1)$$

$$Fr = 2.8 s^{1/3} I^{1/6} \sim 3.3 I^{1/6}$$

$$\text{ただし } s = 1.65 \quad (17-2)$$

$$\varphi_o \approx 3.3 I^{-1/3} \text{ ただし } s = 1.65 \quad (17-3)$$

平均流速は河床粒径に依存しない。 $Fr$  および  $\varphi_o$  は勾配だけの関数になる。

### 4 河川における実測値と理論値との比較

上述の理論は、水路実験で得られた資料に基いて導かれた。実際河川では、流路の平面形および断面形の抵抗に及ぼす効果の他に、流量の変化があって流れは定常流ではない。これらの要素の効果をしらべるため、石狩川の実測結果を理論値と比較した。実測資料には岩見沢大橋、奈井江大橋および橋本町の各測水所における流量測定記録を用いた。河床砂の粒径は岩見沢大橋で  $d_{50} = 1.5 mm$ 、奈井江大橋で  $d_{50} = 6.7 mm$ 、橋本町で  $d_{50} = 12.7 mm$  である。実測資料が属する河床形態を式(7)によつてしらべたが全資料とも砂堆河床 I に属するものであった。

図-4(a)に  $\tau_*$  ～  $\tau_*'$  の関係を示す。図中の実線は式

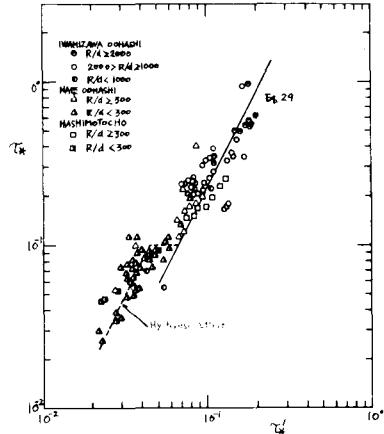


図-4 a 石狩川、岩見沢大橋、奈井江大橋および橋本町における  $\tau_*$  と  $\tau_*'$  との関係

(11-1)をあらわすが、 $\tau_*$  が比較的大きい範囲では式(11-1)の関係が砂堆河床 I を持つ実際河川にも適用できる事がわかる。また領域区分式(7)も実測値に適合することが認められる。

しかし、 $\tau_*$  が小さい場合、例えば奈井江大橋および橋本町では、 $\tau_* < 0.1$  の範囲では  $\tau_*'$  が理論値より小さくなる特性が認められる。これらの測点においては、 $\tau_*' < 0.05$  で河床砂が移動していない事を示している。したがって、 $\tau_*$  が小さい場合には、それ以前の出水で

生じた砂堆河床が消滅せずに残っていると解釈される。著者らはこの現象を抵抗の履歴効果と名付けている。実際河川では流れは非定常で、河床形状と水理量は必ずしも平衡状態になく履歴効果が残るのである。

履歴効果が顕著な地点では、低水時の抵抗が測定時の水理量だけでは一義的にきまらないため水位一流量曲線の設定が困難になる。低水流量の測定に当り特に注意すべき点である。測水所毎に履歴効果があらわれる限界の流量を見出しが、合理的な水位一流量曲線を設定する上に必要になって来るであろう。

図-4(b)には3地点における流速係数 $\varphi_0$ の実測値と

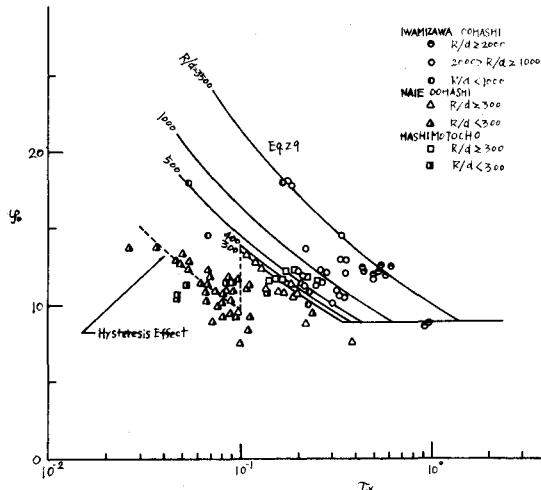


図-4.6 石狩川、岩見沢大橋、奈井江大橋  
および橋本町における流速係数の  
実測値と計算値の比較

予測値とを比較して示した。奈井江大橋および橋本町における実測値のうち、履歴効果をうけている測点についても、何等かの実験的な $\varphi_0 \sim \tau_*$  関係を求める事が可能と思われる。履歴効果を評価する上で一つの手掛りとなる結果である。

#### 参考文献

- 1) Vanoni, V.A. and Brooks, N.H.: Laboratory Studies of the Roughness and Suspended Load of Alluvial Streams, Rep No E-68, Sedimentation Laboratory, CIT, Dec. 1957
- 2) Nordin, C.F.Jr.: Aspects of flow Resistance and Sediment Transport, Rio Grande near Bernalillo, New Mexico, USGS Water-Supply paper 1498-H, 1964
- 3) Engelund, F.: closure to Hydraulic Resistance of Alluvial Streams, Journal of the Hydraulics Division, ASCE, Vol. 93, No HY-4, July 1967
- 4) Einstein, H.A. and Barbarossa, N.L.: River Channel Roughness, Trans. ASCE, Vol. 117, Paper No. 2528, 1952.
- 5) 岸力、黒木幹男、今泉正次：移動床流れにおける河床形状と流体抵抗、第27回年次講演会概要集、土木学会、1972, 10月, pp. 221-224.
- 6) GuY, H.P., Simons, D.B., and Richardson, E.V.: Summary of Alluvial Channel Data from Experiments, 1956-61, USGS Professional Paper 462-1, 1966.
- 7) Gilbert, G.K.: Transportation of Debris by Running Water, USGS Professional Paper 86, 1914
- 8) 佐藤清一、吉川秀夫、芦田和男：河床砂礫の掃流運動に関する研究、建設省土木研究所報告、第98号、1957、12月