

# 折板理論による曲線箱桁構造の解析について

正員 芳村 仁\*  
正員・葦沢 憲吉\*\*

## 1. まえがき

曲線箱桁構造は一般に、水平面内に存するKreisringplatteと、その面に垂直な母線を有するKreiszylinderschaleの2種の構造要素によって構成されていると考えられる。個々の構造要素の解析はすでに広く行われているので、箱桁解析の問題点は接合面で伝達される断面力をいかに決定するかにある。

本文においては、その解析理論と方法を示したい。

## 2. 解析理論

### (1) Kreisringplatteに関する理論<sup>(1)</sup>

面内変形と面外変形は互いに独立であると仮定して、基本式として円筒座標系の①応力関数を用いたScheibeの微分方程式と②弾性曲面に関するPlatteの微分方程式を用いる。これらの解を境界条件を満足するように無限級数展開した形に仮定し、また垂直荷重も級数展開すると、既知の理論より断面力と変形は積分定数を含んだ無限級数展開式で求められる。

接合面で伝達される断面力は、曲げモーメント、せん断力+ねじりモーメント、直応力、接線力の4個である。それらの単位量が単独に内側または外側接合面に作用した8種の場合の変形状態は、連立方程式による積分定数の決定から求まる。また面荷重の作用する場合は、両接合面において断面力は全て0という境界条件より変形状態が求まる。

### (2) Kreiszylinderschaleに関する理論

基本式としてDonnellの平衡条件式<sup>(2)</sup>を用いる。すなわち

$$\nabla^4 v_{rr} + \frac{12(1-\nu^2)}{\varepsilon^2 h^2} v_{rr, zzzz} = 0$$

$$\nabla^4 v_{zz} = -\frac{1}{\varepsilon} (-\nu v_{rr, zzzz} + \frac{1}{\varepsilon^2} v_{rr, z\varphi\varphi})$$

$$\nabla^4 v_{\varphi\varphi} = \frac{1}{\varepsilon^2} \left\{ -(2+\nu) v_{rr, zz\varphi} - \frac{1}{\varepsilon^2} v_{rr, \varphi\varphi\varphi} \right\}$$

ここで記号は、 $\ell$ を任意の基準長として、 $v_{rr}, v_{zz}, v_{\varphi\varphi}$ はそれぞれ、半径方向、母線方向、円周方向の変位と $\ell$ との比（無次元変位）、 $z, \varphi$ は $\ell$ で除された無次元座標、 $\nu$ はボアソン比、 $\varepsilon$ は曲率半径と $\ell$ との比、 $h$ は板厚と $\ell$ との比で、

$$\nabla^4 = \frac{\partial^2}{\partial z^2} + \frac{1}{\varepsilon^2} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2}$$

変形を無限級数展開してこの式を解くことにより断面力と変形は積分定数を含む級数形で表わされる。<sup>3)</sup>

接合面に単位の単純な力が作用した場合の変形状態は、Kreisringplatteの場合と同様に求められる。

## 3. 解析方法

曲線箱桁構造を各構造要素に分解する際に、その接合面において伝達される断面力に対応するように不静定力を導入する。この不静定力による変形は、単位の力に対して、すでに前記理論において得られている。従って、各接合面においてたわみ角と3方向の変形に関する幾何的変位適合条件を与えると、不静定力量を未知数とする連立1次方程式が組立てられる。

例えば、両端単純支持で図-1に示すような断面形と載荷状態の単桁の場合は、図-2のように不静定力と端変位を定義すれば、その変位適合条件式は表-1のような形となる。

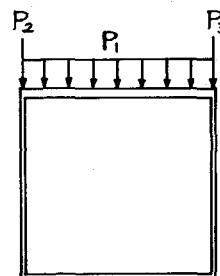


図-1 箱桁断面

\* 北海道大学工学部 教授 工博

\*\* ク ハ 助手 工修

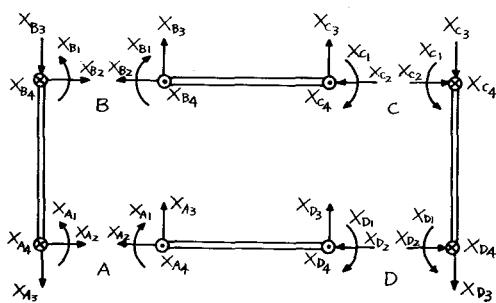


図-2 不静定力の定義( $\varphi > 0$ 断面)  
(変位 $\delta_{..}$ も対応して定義する)

		$X_A$	$X_B$	$X_C$	$X_D$	P
		1 2 3 4	1 2 3 4	1 2 3 4	1 2 3 4	1 2 3
$\delta_A$	1	- - - -	- - - -	- - - -	- - - -	- - - -
	2	- - - -	- - - -	- - - -	- - - -	- - - -
	3	- - - -	- - - -	- - - -	- - - -	- - - -
	4	- - - -	- - - -	- - - -	- - - -	- - - -
$\delta_B$	1	- - - -	- - - -	- - - -	- - - -	- - - -
	2	- - - -	- - - -	- - - -	- - - -	- - - -
	3	- - - -	- - - -	- - - -	- - - -	- - - -
	4	- - - -	- - - -	- - - -	- - - -	- - - -
$\delta_C$	1	- - - -	- - - -	- - - -	- - - -	- - - -
	2	- - - -	- - - -	- - - -	- - - -	- - - -
	3	- - - -	- - - -	- - - -	- - - -	- - - -
	4	- - - -	- - - -	- - - -	- - - -	- - - -
$\delta_D$	1	- - - -	- - - -	- - - -	- - - -	- - - -
	2	- - - -	- - - -	- - - -	- - - -	- - - -
	3	- - - -	- - - -	- - - -	- - - -	- - - -
	4	- - - -	- - - -	- - - -	- - - -	- - - -

表-1 変位適合条件式  
(-は1つの変位  
=は2つの変位の和)

この連立方程式を解けば、接合面に作用している力が決定され、あとは境界面に荷重を有する Kreisringplatte 及びKreiszylinderschaleの問題となってしまう。

### 参考文献

- 3) D. Rüdiger : Die strenge Theorie der Faltwerke konstanter Krümmung, öst. Ingenieur Arch. 11 / 1, 1956
- 2) L. H. Donnell : Stability of Thin Walled Tubes Under Torsion, NACA Technical Report, No.479, 1933
- 3) N. J. Hoff : Boundary-Value Problems of the Thin-Walled Circular Cylinder, Journal of Applied Mechanics, December 343, 1954