

河川合流点における流れの機構の研究

正 員 板 倉 忠 興*

1. 緒 言

河川合流のモデルとして一様流中に支流が種々の角度で流入する場合を取上げ、川巾の比、流量比、流入角度等が合流点の流況に及ぼす影響について解析を行なった。このモデルは長方形断面の横方向の流れに対して、同じく長方形断面の支流が拡散するものであるが、主流が比較的狭い有限の巾を有しているため、一般的な拡散方程式の解を見出すことは困難である。著者は実験水路を用いて定性的な性質を把握し、理論によって定量的な解析を行なった。

2. 合流点の流況

図-1は合流点の一般的な特性を示した略図である。

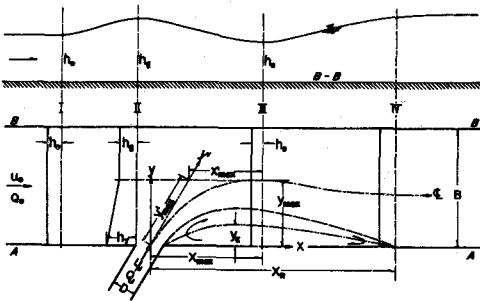


図-1 合流のモデル

主流は常流である。合流点の直下流には死水域が形成され丁度一様な流れの中に橋脚が存在する場合と同様な流況を示す。支流の影響を受けない充分上流(断面I)では等流状態であり、断面IIに近づくに従って支流の流入側から滞流が生じ徐々に水深が増加して断面IIで最大となる。断面IIからIIIにかけては支流の影響で主流の流積が減少して流速が増大し水深は減少し、支流の最大貫入点の断面IIIで水深は最小値をとる。また横断的にみると断面IIとIIIの間では死水域側で水深は大きく、対岸に向かって減少する。この傾向は断面IIIに向って次第に減少し断面IIIに達すると横断方向に一様な水深となる。断面III～IVに向っては主流と支流との混合が発達し始め、

これに伴って流速は徐々に減少し水深は増大して等流状態に漸近して行く。

3. 主流の水面形

断面I：この断面における水深 h_o 及び流量 Q_o は既知量として与えるものとする。

断面II：種々の実験結果から横断的な水面形は(1)式の関係にあることを知った。

$$h_{II} = \begin{cases} h_T + (h_g - h_T) \frac{y}{y_{max}} & (0 \leq y \leq y_{max}) \\ h_g & (y_{max} < y \leq B) \end{cases} \quad (1)$$

断面I～II間での連続及び比エネルギーの関係は

$$Q_o = (B - y_{max}) h_g U_g + \int_0^{y_{max}} h_{II} U_{II} dy \quad (2)$$

$$h_o \frac{U_o^2}{2g} = h_T = h_g + \frac{U_g^2}{2g} = h_{II} + \frac{U_{II}^2}{2g} \quad (3)$$

(1), (2), (3)式から(4)式が得られ、断面IIにおける水面形は断面Iの比エネルギー h_T 及び次章で述べる y_{max} の値を知られば決定することができる。

$$\sqrt{2g(h_T - h_g)} \left\{ (B - y_{max}) h_g + \frac{2}{15} (2h_T + 3h_g) y_{max} \right\} = Q_o \quad (4)$$

断面III：断面IとIIIを検査面にとって x 方向の運動量及び比エネルギーの関係を考えると、

$$\frac{\omega}{2} h_o^2 B + \varrho Q_o U_o + \varrho Q_J U_J \cos \theta = \frac{\omega}{2} h_s^2 + \varrho (Q_o + Q_J) U_{III} \quad (5)$$

$$h_o + \frac{U_o^2}{2g} = (h_T) = h_s + (1 + f_s) \frac{U_{III}^2}{2g} \quad (6)$$

(5), (6)式中の未知量は U_{III} 及び h_s であり、両式から断面IIIの水面形を決定できる。ここに f_s は断面IIIにおいて平均の流速を考える際の速度水頭の補正と合流によるエネルギー損失を合わせて考えた補正係数であり、実験の結果では $f_s \div 0.1$ を得た。 U_{III} は断面III全体に亘って考えた運動量式の上での平均流速であるが、断面III内

* 北海道大学工学部 助教授

の実際の流速との関係を実験の結果と比較すると、今回の実測の範囲 ($B/D=8\sim 26$, $U_J/U_0=1\sim 3$) では流入角度や主流の巾等による系統的な偏差なしに $\pm 10\%$ の範囲で $y=B$ 附近の主流の流速と等しい値となっている。

図-2 は以上の水面計の計算をブロック図に示したものである。

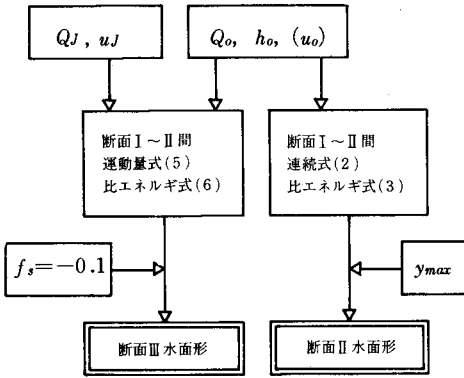


図-2 主流水面形の計算

4. 支流中心の軌跡

一般に無限の拡がりの中へ側圧を受けながら噴流が直角に流入する場合には、噴流軸の弯曲偏向特性が円弧となることが知られている¹⁾。河川合流のモデルもこの場合と類似しているが、主流が有限の巾を有しているために支流の貫入は抑制されるはずであり、これを実験によって検討した結果は次のようである。

支流中心の軌跡はその出口から最大貫入点 (x'_{max}, y'_{max}) まではいずれの場合も斜角座標上 (図-1) で (7) 式のような楕円を描く。

$$\left(\frac{x'}{x'_{max}} - 1\right)^2 + \left(\frac{y'}{y'_{max}}\right)^2 = 1 \quad (7)$$

(7) 式の支流中心の軌跡は最大貫入点の座標 (x_{max}, y_{max}) を知れば確定することになる。

x_{max} : Rouse²⁾ は定常渦を作る目的で無限の拡がりを持つ横風中へ直角に噴出する空気流の実験を行ない幾つかの実験式を得ている。著者はこれを参考にして Rouse が用いたパラメーターに川巾及び流入角度の影響を取入れることを目的として実験を行ない (8) 式の関係を得た。

$$\frac{x'_{max}}{D} = 0.04 \theta^\circ \left(\frac{Q_J/D}{Q_0/B} \sqrt{\frac{B}{D}} \right)^{0.7} \quad (8)$$

y_{max} : 支流の中心線を一つの境界と考えて合流点の

の直下流では主流の流積が減少し、また前述の断面 III における平均流速 U_{III} に対して支流と主流の流量比に等しいだけ流速が増大すると仮定すると、断面 I 及び III の間の連続の式は

$$\frac{1}{2} Q_J + Q_0 = (B - y_{max}) h_s \left(1 + \frac{Q_J}{Q_0} \right) U_{III} \quad (9)$$

(9) 式から得られた y_{max} の値を実測値と比較すると互に良く一致して居り前述の仮定が妥当であることを知った。尚、 y_{max} を前述の x_{max} と同様の方法で実測値の整理を行ない (10) 式を得ている。(9) 式と (10) 式の精度はほぼ同様である。

$$\frac{y_{max}}{D} = 0.01 \theta^\circ \left(\frac{Q_J/D}{Q_0/B} \sqrt{\frac{B}{D}} \right)^{0.9} \quad (10)$$

図-3 は以上の支流中心の軌跡の計算をブロック図で示したものである。

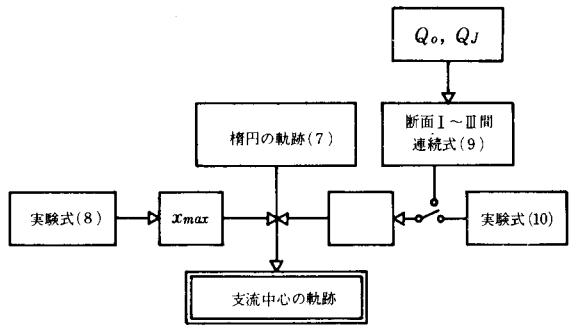


図-3 支流中心の軌跡の計算

4. 死水域の形状

一般に合流点の直下流には図-1 に示すような死水域が形成される。この死水域の形状を表す代表的な量として Reattaching Point³⁾ までの距離 x_R と逆流域が主流中に張出す最大巾 y_E に着目し、実験による解析を行なった。

Rouse は先に述べた研究の結果から x_R に関する実験式を示しているが、これを合流点のモデルの結果と比較すると、支流と主流との流量比が大、川巾の比が小となるに従って系統的に相違が大きくなっている。このことは死水域に関しても主流の巾の影響が現われていることを示すものであり、川巾の効果を考慮したパラメーターによる解析を試みた。主流と支流の巾の比をべき乗の形で取入れた関数を仮定し、さらに角度の影響を取入れ実験によって係数の決定を行なった結果 (11) 式を得た。

$$\frac{x_R}{D} \cdot \frac{y_E}{D} = a \left(\frac{Q_J/D}{Q_0/B} \sqrt{\frac{B}{D}} \right)^b$$

$$x_R : a=0.055 \quad (\theta^* - 35^\circ)$$

$$y_E : a=0.004 \quad (\theta^* - 35^\circ)$$

$$b=1.1+0.004(90^\circ - \theta^*) \quad (11)$$

尚, Rouse の実験式では $(Q_J/D)/(Q_0/B) = m$ として $x_R \propto m^{1.5}$ であり, G. I. Taylor²⁾ によると $x_R \propto m^2$ となっている。

死水域の長さとの比 x_R/y_E についてみると(11)式から(12)式の関係となり, 死水域の形状は流入角度及び川巾の比に関係なく一定の関係にあることが解る。

$$x_R \doteq 14 y_E \quad (12)$$

今回の測定では流入角度が 30° の場合は死水域が形成されなかった。(11)式の係数 a についてみると死水域が消滅する限界の角度は 35° である。ちなみに断面急拡の場合の境界層の剝離の限界は, 今回の実験のレイノルズ数の範囲では約 0.2 以下で非常に小さな値となっている。

6. 合流点の流速分布

巾が無限に小な slit から発する二次元自由噴流の流速分布に関しては古くから種々の理論的並びに実験的な解析が行なわれている。これらはそれぞれ仮定などは異なっているが最終的な分布型は細部を除けば非常に類似した結果が得られている⁴⁾。著者はこの二次元自由噴流の拡散の問題を河川合流の場合に適用して合流点の流速分布を求める方法について考察を行なった。

Görtler⁵⁾ の解法は Prandtl の第二仮説を用いて

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = \epsilon \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \quad (13)$$

噴流の中心線上或る距離 $x = \ell$ における流速を U_ℓ , 巾を b として

$$U = U_\ell \sqrt{\frac{\ell}{x}}, \quad b = b_\ell \frac{x}{\ell}, \quad \epsilon = \epsilon_\ell \sqrt{\frac{x}{\ell}} \quad (14)$$

さらに流れ関数を(15)式のように仮定する。ただし σ は噴流拡散の定数である。

$$\psi = \frac{1}{\sigma} U_\ell \sqrt{\ell} \sqrt{x} F(\eta), \quad \eta = \sigma \frac{y}{x} \quad (15)$$

これらの関係から x 方向の流速分布として(16)式を得る。

$$u = \sqrt{\frac{3K\sigma}{4x}} (1 - \tanh^2 \eta), \quad K = \int_{-\infty}^{\infty} u^2 dy \quad (16)$$

合流点における流速分布に対して図-4 のようなモデルを考える。先に 4. で述べた方法によって主流中における支流中心の軌跡が求められた後, その法線上の任意の点 y'' における流速を求める。

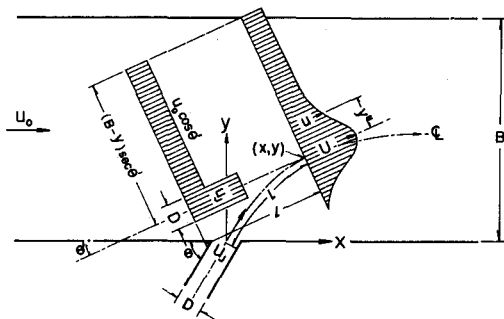


図-4 合流点の流速分布

支流中心線の接線の延長上で出口から点 (x, y) までの支流中心線の長さ ℓ に等しい距離だけ後方に仮想の原点を考え, 巾が無限小の噴流の集合が存在すると仮定する。それぞれの無限小巾噴流の運動量は保存されるものとして, 運動量の重合せとして流速の表現を行なう。さらに仮想の原点における個々の噴流の初速には(17)式を適用する。

$$\begin{aligned} U &= U_J \quad \text{ただし} -\frac{D}{2} \leq y'' \leq \frac{D}{2} \\ U &= U_0 \cos \theta' \quad \text{ただし} \frac{D}{2} \leq y'' \leq (B-y) \sec \theta' \end{aligned} \quad (17)$$

これらの噴流の集合が仮想の原点から発して拡散を始め任意の点 (ℓ, y'') に到達したと考えて前述の仮定を適用すると(18)式を得る。

$$\begin{aligned} \frac{u}{A \cdot u_J} &= \left\{ \int_{\frac{\sigma}{\ell}(-\frac{D}{2}-y'')}^{\frac{\sigma}{\ell}(\frac{D}{2}-y'')} \frac{(1 - \tanh^2 \eta)^2 d\eta}{\sigma} \right\}^{\frac{1}{2}} \\ &+ \frac{u_0 \cos \theta'}{u_J} \left\{ \int_{\frac{\sigma}{\ell}(\frac{D}{2}-y'')}^{\frac{\sigma}{\ell}(L-y'')} \frac{(1 - \tanh^2 \eta)^2 d\eta}{\sigma} \right\}^{\frac{1}{2}} \end{aligned} \quad (18)$$

ただし, $L = (B-y) \sec \theta'$

(18)式の y'' の範囲は θ' によって大きく変化することになるが, これは実際に(18)式の計算を行なうと支流の影響(右辺第一項)は y'' の比較的小さい範囲にとどまるという事実に基づいての近似である。

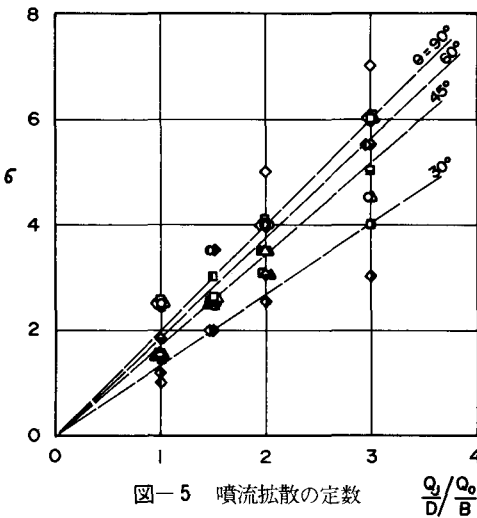
(18)式中の拡散の定数 σ は実測によって定めることになるが今回は次の三つの方法を試みた。

- イ) 流速が支流の中心流速の $\frac{1}{2}$ となる点 $y'' = Y$ に着目して算出(死水域側)。
- ロ) 流速が支流の中心流速よりも何%か減少する点に着目して算出(主流側)。
- ハ) 支流の中心流速の変化に着目して算出。

イ)の方法では特に合流点直下流に形成される死水域を基準として算出することになり必ずしも合流点全域の性格を代表するものとは考えにくい。また合流角度が 35° 以下の場合には死水域が発生しないことから一般的に適切な方法とは考えにくくなった。

ロ)の方法はイ)に比較して主流側の特性をより強く表現することになる。今回は流速が支流の中心流速から10~20%だけ減少する点に着目して解析を行なったが、結果的には支流の流速が充分大きな場合でなければ解析が不可能であり、一般的な指標としては不適当と思われる。

ハ)の方法がこの場合最も適しているようである。図一5は σ の実測値を一括して示したものである。一般に σ の値は支流と主流との単位巾当りの流量比及び合流角



度によって大きな影響を受け、川巾の比による影響は少ないようである。すなわち σ の値は支流と主流の流量及び合流角度が与えられればひとつの決った値をとるものと考えた。

(16)式又は(18)式によれば σ の値は小の程支流の流速の減衰は急激であって、支流の主流中への拡散は促進されることになる実測の結果は図一5のように、合流角度が小さい程 σ の値は小さく、また単位巾流量比が小の程 σ は小となって支流の拡散が速やかに行なわれることを示している。

例えば支流の巾を代表する量として、支流の中心から流速が中心流速の $\frac{1}{2}$ となる点までの距離Yの実測結果をみると、一般に合流角度が小の程Yの増大する割合が大となる傾向を示している。

σ の値に関しては、今回の実測値は(18)式を適用した結果得られたものであって単一の噴流について得られた値

と直接比較を行なうことは必ずしも適切ではないが、ちなみに噴流が静止した流体中に拡散する場合については、実測値として $\sigma = 7.5 \sim 12$ が知られている。6) これらは著者の実測値と比較するといずれも大きな値である。即ち合流点のモデルにおける実測値はいずれの場合も静止流体中の場合より小であり、主流が存在するため支流の拡散が見かけ上促進されることを示している。

次に問題となる点は(16)式又は(18)式中の σ の値が、(15)式中の拡散係数 ϵ といかなる関係にあるかである。

(15)式以下の計算を(14)式へ代入すると前述のYを指標として(19)式が得られ、これによって実測値から ϵ の試算を行なうとすべての実験例についてほぼ(20)式の関係が認められる。

$$\epsilon = \frac{1.135}{4\sigma} Y U \quad (19)$$

$$\epsilon = 5.5 Y^{0.75} \quad (\text{cm}^2 / \text{sec}) \quad (20)$$

Brooks 7) は海洋への拡散に関する資料から(21)式を紹介している。

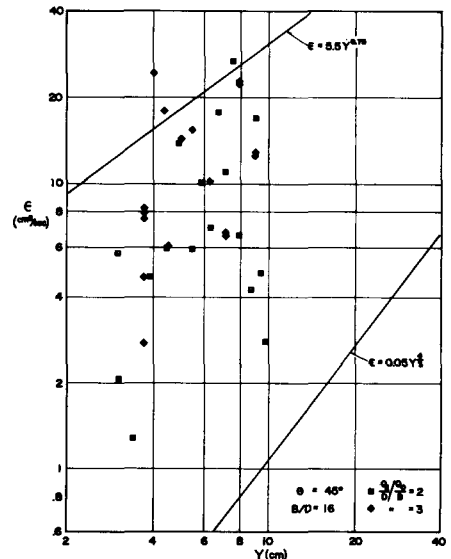
$$\epsilon = 0.01 L^{1/2} \quad (\text{cm}^2 / \text{sec}) \quad (21)$$

この場合の分布はガウス分布であり、基準寸法LをYに置換えると(22)式となる。これを(20)式と比較すると基準寸法のべき乗の係数が著者の実測結果では小さな値となっている。

$$\epsilon = 0.05 Y^{1/2} \quad (\text{cm}^2 / \text{sec}) \quad (22)$$

ところで拡散係数はEinsteinの式によると σ_y を標準偏差として(23)式のように表わされる。

$$\epsilon = \frac{1}{2} \frac{d\sigma_y^2}{dt} \quad (23)$$



図一6 拡散係数

さらに Taylor の仮説によれば $\bar{U}$ を平均流速として(24)式を得る。

$$\epsilon = \frac{1}{2} \bar{U} \frac{d\sigma_y^2}{dx} \quad (24)$$

(18)式の σ から(19)式によって得た ϵ の値が実際の拡散係数といかなる関係にあるかを知るために標的を流下させてその拡散の実測を行なった。

直径1.8mmのパンチくずを標的として支流の出口に投下し、下流の地点で1cm間隔の格子を用いてこれを捕え、その標準偏差から(24)式によって ϵ を求めた。図-6は実測の一例である。実測値はいずれも静水中における(22)式よりも大きな値となって居り、主流の存在のために支流の拡散が促進されていることを示している。また、合流点のモデルから得た(20)式による値は実際の拡散係数の上限を示していることが判る。

7. あとがき

本研究について懇切に御指導下さった岸 力教授に、著者は深く感謝の意を表します。

参 考 文 献

- 1) 新津靖・加藤孝夫：エアカーテンの性能及び設計に関する研究，衛生工業協会誌，第34巻，第12号，pp. 10~24，昭和35年12月。
- 2) Rouse, H. : Diffusion in the Lee of a Two-

Dimensional Jet, Proc. of IXth Int. Congress of Appl. Mech., Vol. pp. 307~315, 1957.

- 3) Bourque, C. and Newman, B.G. : Reattachment of a Two-Dimensional Incompressible Jet to an Adjacent Flat Plate The Aeron. Quat., Vol. XI, pp. 307~315, 1957.
- 4) Pai, S. I. : Fluid Dynamics of Jets, pp. 77~138, D. Van Nostrand Co., 1954.
- 5) Görtler, von H. : Berechnung von Aufgaben der freien Turbulenz auf Grund eines neuen Näherungsansatzes, Z. A. M. M., Bd. 22, Nr. 5, pp. 224~254, Okt. 1942.
- 6) Newmann, B. G. : The Deflexion of Plane Jets by Adjacent Boundaries, Lachmann, Ed. Boundary Layer and Flow Control, pp. 232~264, Pergamon Press, 1961.
- 7) Brooks, N. H. : Diffusion of Sewage Effluent in an Ocean-Current, Proc. of Ist. Int. Conf. on Water Disposal in the Marine Environment, July 1959, pp. 246~267, Pergamon Press, 1960.
- 8) 板倉忠興・須藤靖彦：河川合流点における流れの機構の研究，第26回土木学会年次学術講演会，II-89, 1970.