

斜張橋の斜吊材の取付部応力拡散について

正員 能 町 純 雄*

正員 小 西 輝 久**

正員 ○小 谷 和 雄***

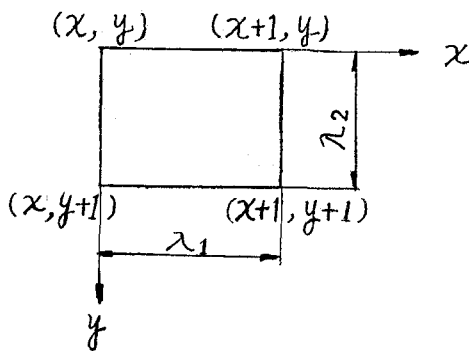
1. 概 要

斜張橋では、一般には多数の縦横リブにて補強された腹板と、橋軸方向に補強された上下フランジプレートを有する箱桁で、腹板に斜吊材による斜方向集中力が作用する場合が多い。ここではこのような場合の桁本体の応力分布を理論的に検討したものである。この場合縦横リブで囲まれた板の変位を線形分布とし、縦横リブの影響を考慮する理論式をたてて格点における差分方程式をたてて、上下フラについて変位剪断方程式によって応力解析を進める。

2. 予 備 公 式

2-1 弾性理論による公式

図一1のように縦横リブで分割された1区画について、要素 (x, y) , $(x, y+1)$, $(x+1, y)$, $(x+1, y+1)$ の矩形領域内で線形分布すると、橋軸方向を x 、高さ方向を y 、それぞれの変位を U, V とし、 x 軸 y 軸方向のリブ間隔をそれぞれ λ_1, λ_2 とすると



図一1

$$\begin{aligned} U &= (u) \cdot (\xi \cdot \eta)^T \\ V &= (v) \cdot (\xi \cdot \eta)^T \end{aligned} \quad (1)$$

ただし

$$\begin{aligned} (u) &= [u_{x,y}, u_{x,y+1}, u_{x+1,y}, u_{x+1,y+1}] \\ (v) &= [v_{x,y}, v_{x,y+1}, v_{x+1,y}, v_{x+1,y+1}] \\ (\xi \cdot \eta) &= [(1-\xi) \cdot (1-\eta), (1-\xi) \cdot \eta, \xi \cdot (1-\eta), \xi \cdot \eta] \\ \xi &= x/\lambda_1 \\ \eta &= y/\lambda_2 \end{aligned}$$

従って x, y 方向の歪と剪断歪 (Distortion) は

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_x &= (u) \cdot \frac{\partial(\xi \cdot \eta)}{\partial x} \\ \varepsilon_y &= (v) \cdot \frac{\partial(\xi \cdot \eta)}{\partial y} \\ \gamma_{xy} &= (u) \cdot \frac{\partial(\xi \cdot \eta)}{\partial y} + (v) \cdot \frac{\partial(\xi \cdot \eta)}{\partial x} \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

又、 x, y 方向の応力と剪断応力は

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x &= Et \varepsilon_x \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right) \\ \sigma_y &= E t \varepsilon_y \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right) \\ \tau_{xy} &= G \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

2-2 フーリエ定和変換公式

関数 $f(x)$ の和分変換を次のようにおく

$$S_i[f(x)] = \sum_{x=1}^{m-1} f(x) \sin \frac{i\pi}{m} x \quad (4)$$

この逆変換公式は

$$f(x) = \frac{2}{m} \sum_{i=1}^{m-1} S_i[f(x)] \sin \frac{i\pi}{m} x \quad (0 < x < m) \quad (5)$$

2-3 関連公式

$$\begin{aligned} S_i[A_2 f(x-1)] &= -\sin \frac{i\pi}{m} \\ &\left\{ (-1)^i f(m) - f(0) \right\} - Di S_i[f(x)] \end{aligned} \quad (6)$$

* 室蘭工業大学 教授 工博

** 北海道開発局道路建設課課長 補佐

*** 北海道開発コンサルタント橋梁課

ただし

$$\Delta f(x) = f(x+1) - f(x)$$

$$D_i = 2(1 - \cos i\pi/m)$$

2-4 2変数関数 $f(x, y)$ の和変換及び逆変換公式

$$S_i S_r [f(x, y)] = \sum_{x=1}^{m-1} \sum_{y=1}^{n-1} f(x, y) \cdot \sin \frac{i\pi}{m} x \sin \frac{r\pi}{n} y \quad (7)$$

$$f(x, y) = \frac{4}{mn} \sum_{i=1}^{m-1} \sum_{r=1}^{n-1} S_i S_r [f(x, y)] \cdot \sin \frac{i\pi}{m} x \sin \frac{r\pi}{n} y \quad (8)$$

ただし

$$0 < x < m, \quad 0 < y < n$$

3. 変位剪断方程式

3-1 縦リブにおける力の釣り合い

縦リブ (x, y) , $(x, y+1)$ の位置でリブに囲まれる腹板部分の面積も集中しているものと考えたと図-2のように x , $x+1$ 間の y 方向分布力による x 点, $x+1$ 点の反力は

$$\begin{aligned} R_x &= -\frac{Et\lambda_1}{6} \left(2 \frac{dv_x}{dy} + \frac{dv_{x+1}}{dy} \right) \\ R_{x+1} &= -\frac{Et\lambda_1}{6} \left(2 \frac{dv_{x+1}}{dy} + \frac{dv_x}{dy} \right) \end{aligned} \quad (9)$$

軸方向力 p_x は

$$p_x = EA_1 dv_x/dy + R_{x, x+1} + R_{x, x-1} \quad (10)$$

ただし

t は腹板厚

A_1 は縦リブ断面積

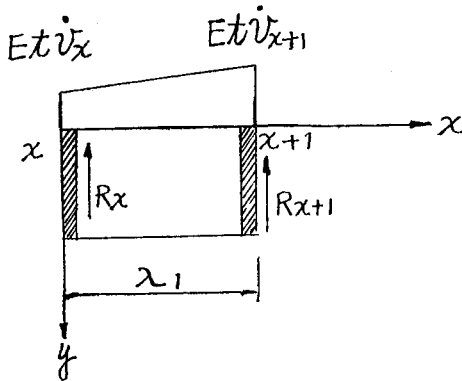


図-2

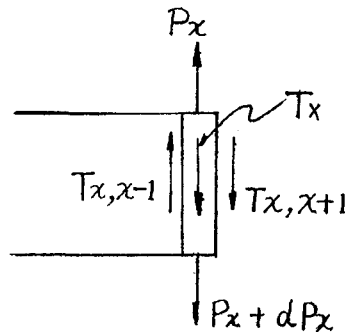


図-3

式(1)より

$$\frac{dv_x}{dy} = -\frac{v_{x,y} \cdot (1-\xi)}{\lambda_2} + \frac{v_{x,y+1} \cdot (1-\xi)}{\lambda_2} - \frac{v_{x+1,y} \cdot \xi}{\lambda_2} + \frac{v_{x+1,y+1} \cdot \xi}{\lambda_2} \quad (11)$$

荷重としての剪断力 T_x が作用すると、力の釣り合いは図-3より

$$dp_x/dy + T_{x, x+1} - T_{x, x-1} = T_x \quad (12)$$

剪断流は

$$T_{x, x+1} - T_{x, x-1} = Gt\Delta_x^2 v_{x-1, y}(1-\eta)/\lambda_1 + Gt\Delta_x^2 v_{x-1, y+1}\eta/\lambda_1 \quad (13)$$

$$R_{x, x+1} + R_{x, x-1} = -\frac{Et\lambda_1}{6} \left(\frac{dv_{x+1}}{dy} + \frac{4dv_x}{dy} + \frac{dv_{x-1}}{dy} \right) \quad (14)$$

$$\Delta_x^2 v_{x-1, y} = v_{x+1, y} - 2v_{x, y} + v_{x-1, y}$$

であるから式(14)は

$$R_{x,x+1} + R_{x,x-1} = -\frac{Et\lambda_1}{6} \left(\mathcal{A}_x^2 \frac{dv_{x-1}}{dy} + \frac{6dv_x}{dy} \right) \quad (15)$$

式(10)を微分して

$$-\frac{d\dot{p}_x}{dy} = \dot{P}_x = EA_1 \ddot{v}_x + \frac{Et\lambda_1}{6} (\mathcal{A}_x^2 v_{x-1} + 6\ddot{v}_x) \quad (16)$$

従って式(12)は式(13), (16)より

$$(EA_1 + Et\lambda_1) \ddot{v}_x + Et\lambda_1 \mathcal{A}_x^2 \ddot{v}_{x-1} / 6 + Gt \mathcal{A}_x^2 v_{x-1,y} (1-\eta) / \lambda_1 + Gt \mathcal{A}_x^2 v_{x-1,y+1} \eta / \lambda_1 = T_X \quad (17)$$

上式を η で積分すると

$$(EA_1 + Et\lambda_1) \dot{v}_x + \frac{Et\lambda_1}{6} \mathcal{A}_x^2 \dot{v}_{x-1} + \frac{Gt}{\lambda_1} \mathcal{A}_x^2 \left\{ v_{x-1,y} \left(\eta - \frac{\eta^2}{2} \right) \lambda_2 + v_{x-1,y+1} \frac{\eta^2}{2} \lambda_2 \right\} = \lambda_2 \int_0^\eta T_X d\eta + (P_x)_{y,y+1} \quad (18)$$

上式で $\eta = 1$ とおいて更に定積分すると

$$(EA_1 + Et\lambda_1) \cdot (v_{x,y+1} - v_{x,y}) + \frac{Et\lambda_1}{6} \mathcal{A}_x^2 (v_{x-1,y+1} - v_{x-1,y}) + \frac{Gt\lambda_2^2}{6\lambda_1} \mathcal{A}_x^2 (2v_{x-1,y} + v_{x-1,y+1}) = \lambda_2 \int_0^1 \int_0^\eta T_X d\eta + P_{x,y} \quad (20)$$

又 $\mathcal{A}v_y = v_{y+1} - v_y$

であるから式(20)は

$$(EA_1 + Et\lambda_1) \mathcal{A}_y v_{xy} + \frac{Et\lambda_1}{6} \mathcal{A}_x^2 \mathcal{A}_y v_{x-1,y} + \frac{Gt\lambda_2^2}{6\lambda_1} \mathcal{A}_x^2 (2v_{x-1,y} + v_{x-1,y+1}) = \bar{T}_{X(y,y+1)} + (P_x)_{y,y+1} \quad (21)$$

$$(P_x)_{y+1,y} - (P_x)_{y,y+1} + Gt\lambda_2 \mathcal{A}_x^2 (v_{x-1,y} + v_{x-1,y+1}) / 2 = (\bar{T}_X)_{y+1,y} + (\bar{T}_X)_{y+1,y} \quad (22)$$

$$(EA_1 + Et\lambda_1) \mathcal{A}_y v_{x,y} + \frac{Et\lambda_1}{6} \mathcal{A}_x^2 \mathcal{A}_y v_{x-1,y} - \frac{Gt\lambda_2^2}{6\lambda_1} \mathcal{A}_x^2 (2v_{x-1,y+1} + v_{x-1,y}) = (\bar{T}_X)_{y+1,y} + (P_x)_{y+1,y} \lambda_2 \quad (23)$$

従って縦リブの条件式は

$$(EA_1 + Et\lambda_1) \mathcal{A}_y^2 v_{x,y-1} + \frac{Et\lambda_1}{6} \mathcal{A}_x^2 \mathcal{A}_y^2 v_{x-1,y-1} + \frac{Gt}{6\lambda_1} \lambda_2^2 \mathcal{A}_x^2 (\mathcal{A}_y^2 v_{x-1,y-1} + 6v_{x-1,y+1}) = (\bar{T}_X)_{y,y+1} + (\bar{T}_X)_{y,y-1} \quad (24)$$

3-2 横リブの力の釣り合い

縦リブと同様にして次の式を得る

$$-\frac{EA_2 + Et\lambda_2}{\lambda_1^2} \mathcal{A}_x^2 u_{x-1,y} + \frac{Et\lambda_2 + Gt\lambda_1}{6\lambda_1} \mathcal{A}_x^2 \mathcal{A}_y u_{x-1,y-1} + \frac{Gt}{\lambda_1} \mathcal{A}_y^2 u_{x,y-1} = (T_{xy}) \quad (25)$$

3-3 上フランジの力の釣り合い

上フランジプレートは図-4のように補強鋼床版でできている。図-4の r, r' 部分は $r'-1', r; r', r+1$ より剛性が大きく剪断による変形も少ない。補強 $Pl.$ を含めた r, r' 部分の断面積を A_u , 上フランジ板厚を t_u , 補強 $Pl.$ 間隔を a , x 軸, 幅員方向 z 軸方向の変位をそれぞれ $u^{(u)}, w$, 剪断力および法線力をそれぞれ T, S とすると変位剪断方程式は

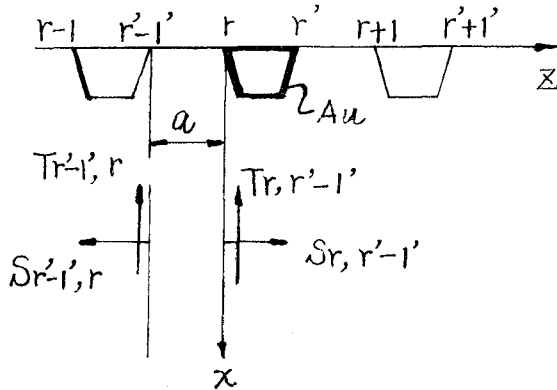


図-4

$$T_{r'-1',r} = E t_u a (2\ddot{u}_{r'-1'}^{(u)} + \ddot{u}_r^{(u)})/6 + (\bar{S}_{r'-1',r} - \bar{S}_{r,r'-1'})/a \quad (26)$$

$$G t a w' = G t (\ddot{u}_{r'-1'}^{(u)} - \ddot{u}_r^{(u)}) + S_{r'-1',r} - S_{r,r'-1} \quad (27)$$

上式中 $\ddot{u}$, $\bar{S}$ はそれぞれ x についての微分と積分を表わし, w' は r' 点の変位で, 幅員方向に変形しないものとする
と $w = 0$ となり $w' = 0$ となるから

$$T_{r,r'-1'} = E t_u a (2\ddot{u}_r^{(u)} + \ddot{u}_{r'-1'}^{(u)})/6 + (\bar{S}_{r,r'-1'} - \bar{S}_{r'-1',r})/a \quad (28)$$

$$E t_u a (\ddot{u}_{r+1}^{(u)} + 4\ddot{u}_r^{(u)} + \ddot{u}_{r-1}^{(u)})/6 + E A_u \ddot{u}_r^{(u)} - G t u d^2 u_{r-1}/a = 0$$

整理して

$$(E t_u a + E A_u) \ddot{u}_r^{(u)} + E t_u a d^2 \ddot{u}_{r-1}^{(u)}/6 - G t u d^2 \ddot{u}_{r-1}^{(u)}/a = 0 \quad (29)$$

ここで

$$\partial_u^2 / \partial x^2 = \ddot{u} = d^2 u_x / \lambda_1^2$$

であるから式(29)は

$$(E t_u a + E A_u) \frac{d^2 u_{x-1,r}}{\lambda_1^2} + \frac{E A_u}{6} \cdot \frac{d^2 d^2 u_{x-1,r-1}}{\lambda_1^2} - \frac{G t u}{a} d^2 \ddot{u}_{r-1}^{(u)} = 0 \quad (30)$$

3-4 下フランジの力の釣り合い

図-5のように上フランジと同様にして, バルブプレートの断面積を A_l , 下フランジの板厚を t_e , バルブプレートの間隔を b , x 方向変位を $u^{(l)}$ と置いて式(30)より

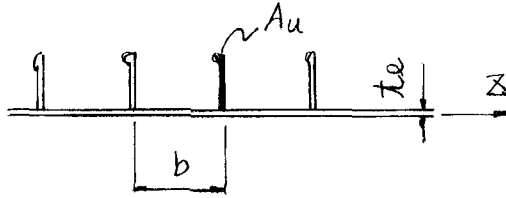


図-5

$$(E t_l b + E A_l) \frac{d^2 u_{x-1,r}}{\lambda_1^2} + \frac{E A_l}{6} \cdot \frac{d^2 d^2 u_{x-1,r-1}}{\lambda_1^2} - \frac{G t_l}{b} d^2 \ddot{u}_{r-1}^{(l)} = 0 \quad (31)$$

4. 和 分 変 換 式

式(6)より

$$d_y^2 \ddot{v}_{x,y-1} = - \sin \frac{r\pi}{n} \{ (-1)^r \ddot{v}_{x,n} - \ddot{v}_{x,o} \} - D_r \ddot{v}_{x,y} \quad (32)$$

$$d_x^2 d_y^2 \ddot{v}_{x-1,y-1} = D_l \left[\sin \frac{r\pi}{n} \{ (-1)^r \ddot{v}_{x,n} - \ddot{v}_{x,o} \} + D_r \ddot{v}_{x,y} \right] \quad (33)$$

縦リブについて式(24)を和分変換すると

$$- \frac{E A_l + E t_l \lambda_1}{\lambda_2^2} \left[\sin \frac{r\pi}{n} \{ (-1)^r \ddot{v}_{x,n} - \ddot{v}_{x,o} \} \right] + \frac{E t_l \lambda_1 + G t_l \lambda_2}{6 \lambda_2^2} \left[D_l \sin \frac{r\pi}{n} \{ (-1)^r \ddot{v}_{x,n} - \ddot{v}_{x,o} \} \right] + \ddot{v}_{x,y} \left\{ - D_r \frac{E A_l + E t_l \lambda_1}{\lambda_2^2} + \frac{E t_l \lambda_1 + G t_l \lambda_2}{6 \lambda_2^2} D_r D_l - D_l \frac{G t}{\lambda_2} \right\} = \bar{T}_{x,y}$$

従って

$$\ddot{v}_{x,y} = \frac{\sin \frac{r\pi}{n} \{ \ddot{v}_{x,o} - (-1)^r \ddot{v}_{x,n} \}}{D_r + \eta_i} - \frac{\bar{T}_{x,y}}{\left(\frac{E A_l + E t_l \lambda_1}{\lambda_2^2} - D_l \frac{E t_l \lambda_1 + G t_l \lambda_2}{6 \lambda_2^2} \right) \cdot (D_r + \eta_i)} \quad (34)$$

上式を逆変換すると腹板の鉛直変位を求める式は

$$v_{x,y} = \frac{2}{m} \sum_{r=1}^{m-1} \sin \frac{r\pi x}{m} \left\{ \ddot{v}_{x,y} \frac{\sinh \beta_r y}{\sinh \beta_r n} + \ddot{v}_{x,o} \frac{\sinh \beta_r (n-y)}{\sinh \beta_r n} \right\} + \frac{2}{m} \sum_{r=1}^{m-1} \sum_{(f,g)} \sin \frac{r\pi x}{m} \sin \frac{r\pi f}{m} \varrho_u(f,g) G_v(g,y) - \frac{E A_l + E t_l \lambda_1}{\lambda_2^2} \frac{D_r}{6} \left(\frac{E t_l \lambda_1 + G t_l \lambda_2}{\lambda_2^2} \right) \quad (35)$$

ただし上式中 $\varrho_v(f,g)$ は腹板に載荷する荷重, $G_v(g,y)$ はグリーン関数, $\ddot{v}_{x,o}$, $\ddot{v}_{x,n}$ は境界条件により決まるものである。

$$\eta_i = \frac{D_i \frac{Gt}{\lambda_2^2}}{\frac{EA_1 + Et\lambda_1}{\lambda_2^2} - D_i \frac{Et\lambda_1 + Gt\lambda_2}{6\lambda_2^2}} \quad (37)$$

$$\cosh \beta_r = 1 + \eta_i/2$$

グリーン関数

$$G_v(g, y) = \begin{cases} \frac{\sinh \beta_r \cdot y \cdot \sinh \beta_r (n - g)}{\sinh \beta_r \cdot \sinh \beta_r n}, & (g \geq y) \\ -\frac{\sinh \beta_r (n - y) \cdot \sinh \beta_r g}{\sinh \beta_r \cdot \sinh \beta_r n}, & (g < y) \end{cases} \quad (39)$$

横リブに対して式(25)を和分変換すると

$$\tilde{u}_{x,y} = \tilde{u}_{x,y} \frac{\sinh \alpha_i y}{\sinh \alpha_i n} + \tilde{u}_{x,o} \frac{\sinh \alpha_i (n - y)}{\sinh \alpha_i n} + \frac{\sum \sin \frac{i\pi f}{m} \Omega_h(f \cdot g) G_h(g \cdot y)}{\frac{EA_1 + Et\lambda_2}{\lambda_1^2} - \frac{D_i}{6} \left(\frac{Et\lambda_2 + Gt\lambda_1}{\lambda_1^2} \right)} \quad (40)$$

上式を逆変換すると腹板の水平変位を求める式は

$$u_{xy} = \frac{2}{m} \sum_{i=1}^{m-1} \sin \frac{i\pi x}{m} \left\{ \tilde{u}_{x,n} \frac{\sinh \alpha_i y}{\sinh \alpha_i n} + \tilde{u}_{x,o} \frac{\sinh \alpha_i (n - y)}{\sinh \alpha_i n} \right\} + \frac{2}{m} \sum_{i=1}^{m-1} \frac{\sin \frac{i\pi x}{m} \sin \frac{i\pi f}{m} \Omega_h(f \cdot g) \cdot G_h(g \cdot y)}{\frac{EA_1 + Et\lambda_2}{\lambda_1^2} - \frac{D_i}{6} \left(\frac{Et\lambda_2 + Gt\lambda_1}{\lambda_1^2} \right)} \quad (41)$$

ただし上式中 $\Omega_h(f \cdot g)$ は腹板に載荷する水平方向荷重、 $G_h(g \cdot y)$ はグリーン関数、 $\tilde{u}_{x,o}$ 、 $\tilde{u}_{x,n}$ は境界条件により決まるものである。

$$\xi_i = \frac{D_i \frac{EA_2 + Et\lambda_2}{\lambda_1^2}}{-\frac{D_i}{6} \left(\frac{Gt}{\lambda_1} + \frac{Et\lambda_2}{\lambda_1^2} \right) + \frac{Gt}{\lambda_1}} \quad (42)$$

$$\cosh \alpha_i = 1 + \xi_i/2 \quad (43)$$

グリーン関数

$$G_h(g, y) = \begin{cases} \frac{\sinh \alpha_i y \cdot \sinh \alpha_i (n - g)}{\sinh \alpha_i \cdot \sinh \alpha_i n}, & (g \geq y) \\ \frac{\sinh \alpha_i (n - y) \cdot \sinh \alpha_i g}{\sinh \alpha_i \cdot \sinh \alpha_i n}, & (g < y) \end{cases} \quad (44)$$

ここで ξ_i の種々の値について式(43)、(44)を吟味すると、 $\xi_i \geq 0$ の場合、式(43)、(44)はそのまま計算できる。

$0 > \xi_i \geq -4$ の場合

$$\alpha_i = \tan^{-1} \frac{\sqrt{-\xi_i(4 - \xi_i)}}{2 + \xi_i} \quad (43-a)$$

$$G_h(g, y) = \frac{\sin \alpha_i y \cdot \sin \alpha_i (n - g)}{\sin \alpha_i \cdot \sin \alpha_i n}, \quad (g \geq y) \quad (44-a)$$

$-4 > \xi_i$ の場合

$$\alpha_i = \cosh^{-1} \left(1 + \frac{|\xi_i|}{2} \right) \quad (43-b)$$

$$G_h(g, y) = (-1)^{y-g-1} \frac{\sinh \alpha_i y \cdot \sinh \alpha_i (n - g)}{\sinh \alpha_i \cdot \sinh \alpha_i n}, \quad (g \geq y) \quad (44-b)$$

上フランジについて式(30)を和分変換すると

$$\tilde{u}_{x,z}^{(u)} = \tilde{u}_{xp}^{(u)} \frac{\sinh r_i z}{\sinh r_i p} + \tilde{u}_{x,o}^{(u)} \frac{\sinh r_i (p - z)}{\sinh r_i p} \quad (45)$$

上式で $\tilde{u}_{xp}^{(u)} = \tilde{u}_{x,o}^{(u)}$ であるから逆変換すると水平変位は

$$u_{x,z}^{(u)} = \frac{2}{m} \sum_{i=1}^{m-1} \sin \frac{i\pi x}{m} \tilde{u}_{x,o}^{(u)} \left\{ \frac{\sinh r_i z}{\sinh r_i p} + \frac{\sinh r_i (p - z)}{\sinh r_i p} \right\} \quad (46)$$

ただし p は z 方向分割数

$$j_i = \frac{D_i \frac{EA_u + Et_{ua}}{\lambda_1^2}}{\frac{Gt_n}{a} - \frac{Et_{ua} D_i}{6\lambda_1^2}} \quad (47)$$

$$\cosh ri = 1 + ji/2 \quad (48)$$

かつ

$$\tilde{u}_{x,0}^{(u)} = \tilde{u}_{x,0}$$

である。

下フランジについて式(31)を和分変換すると

$$\tilde{u}_{x,z}^{(l)} = \tilde{u}_{x,q}^{(l)} \frac{\sinh ri'z}{\sinh ri'q} + \tilde{u}_{x,0}^{(l)} \frac{\sinh ri'(q-z)}{\sinh ri'q} \quad (49)$$

上式で $\tilde{u}_{x,q}^{(l)} = \tilde{u}_{x,0}^{(l)}$ であるから逆変換して、下フランジの水平変位は

$$u_{xz}^{(l)} = \frac{2}{m} \sum_{i=1}^{m-1} \sin \frac{i\pi x}{m} \tilde{u}_{x,0}^{(l)} \left\{ \frac{\sinh ri'z}{\sinh ri'q} + \frac{\sinh ri'(q-z)}{\sinh ri'q} \right\} \quad (50)$$

ただし q は z 方向分割数

$$j'_i = \frac{D_i \frac{EA_e + Ete \cdot b}{\lambda_1^2}}{\frac{Gte}{b} - \frac{Ete \cdot b D_i}{6\lambda_1^2}} \quad (51)$$

$$\cosh ri' = 1 + j'i/2 \quad (52)$$

かつ

$$\tilde{u}_{x,0}^{(u)} = \tilde{u}_{x,0}$$

である。

5. 境 界 条 件

$y = 0$, $(P_x) = 0$ から式(24)は

$$\frac{EA_1 + Et\lambda_1}{\lambda_2^2} \cdot \Delta_y \tilde{u}_{x,0} + \frac{Et\lambda_1}{6\lambda_2^2} \Delta_x \Delta_y v_{x-1,0} - \frac{Gt}{\lambda_2} (2\Delta_x^2 v_{x-1,0} + \Delta_x^2 v_{x-1,1}) = 0 \quad (53)$$

$$\begin{aligned} & \frac{EA_1 + Et\lambda_1}{\lambda_2^2} (\bar{v}_{x,1} - \bar{v}_{x,0}) - D_i \frac{Et\lambda_1}{6\lambda_2^2} (\bar{v}_{x,1} - \bar{v}_{x,0}) - \frac{Gt}{6\lambda_2} D_i (2\bar{v}_{x,0} + \bar{v}_{x,1}) = \bar{F}_{x,0} \\ & \bar{v}_{x,0} \left[-\left(\frac{A_1}{\lambda_2 t} + \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \right) + D_i \frac{\lambda_1}{6\lambda_2} - \frac{D_i}{6(1+\nu)} \right] + \bar{v}_{x,1} \left[\left(\frac{A_1}{\lambda_2 t} + \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \right) - \frac{D_i \lambda_1}{6\lambda_2} - \frac{D_i}{12(1+\nu)} \right] = \frac{\bar{F}_{x,0} \lambda_2}{Et} \end{aligned} \quad (54)$$

又, $y = n$, $(P_x) = 0$ から

$$\frac{EA_1 + Et\lambda_1}{\lambda_2^2} \Delta_y \bar{v}_{x,n-1} + \frac{Et\lambda_1}{6\lambda_2^2} \Delta_x \Delta_y v_{x-1,n-1} - \frac{Gt}{\lambda_2} (2\Delta_x^2 v_{x-1,n} + \Delta_x^2 v_{x-1,n-1}) = 0 \quad (55)$$

$$\bar{v}_{x,n} \left[\left(\frac{A_1}{\lambda_2 t} + \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \right) - D_i \frac{\lambda_1}{6\lambda_2} + \frac{D_i}{6(1+\nu)} \right] + \bar{v}_{x,n-1} \left[-\left(\frac{A_1}{\lambda_2 t} + \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \right) + \frac{D_i \lambda_1}{6\lambda_2} + \frac{D_i}{12(1+\nu)} \right] = \frac{\bar{F}_{x,n} \lambda_2}{Et} \quad (56)$$

$$\bar{v}_{x,1} = \bar{v}_{x,n} \frac{\sinh \beta_i}{\sinh \beta_{in}} + \bar{v}_{x,0} \frac{\sinh \beta_i(n-1)}{\sinh \beta_{in}} + \frac{\lambda^2}{Et} \sum_{(f,g)} \frac{\Omega_v(f,g) \sin \frac{i\pi f}{m} \cdot G_v(g,1)}{\left(\frac{A_1}{\lambda_2 t} + \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \right) - \frac{D_i}{6} \left\{ \frac{\lambda_1}{\lambda_2} + \frac{1}{2(1+\nu)} \right\}} \quad (57)$$

$$\bar{F}_{x,0} = \sum_f \Omega_v(f,0) \cdot \sin \frac{r\pi f}{m} / \lambda_2 \quad (58)$$

$$\bar{F}_{x,n} = \sum_f \Omega_v(f,n) \sin \frac{r\pi f}{m} / \lambda_2 \quad (59)$$

式(54), (56), (57), (58), (59)の連立方程式を解いて、鉛直方向の境界条件 $\bar{v}_{x,0}$, $\bar{v}_{x,n}$ を求めることができる。

式(25)より腹板上端では

$$\frac{Et\lambda_2}{3\lambda_1^2} \Delta_x^2 u_{x-1,0} + \frac{Et\lambda_2}{6\lambda_1^2} \Delta_y^2 u_{x-1,0} + \frac{Gt}{\lambda_1} \Delta_y u_{x,0} + \frac{Gt}{6\lambda_1} \Delta_x^2 \Delta_y u_{x-1,0} + \frac{Gt\lambda_2}{2\lambda_1^2} (v_{x+1,0} - v_{x-1,0}) = -T_{x,0} \quad (60)$$

又、上フランジ端で変位剪断方程式は

$$\frac{Etu_a}{6} (2\ddot{u}_0^{(u)} + \ddot{u}_1^{(u)}) + \frac{Gtu(u_1^{(u)} - u_0^{(u)})}{a} = T_{1,0} \quad (61)$$

$$\ddot{u}_0 = \Delta u_{x-1,0} / \lambda_1^2$$

$$T_{01} - T_{x,0} = H_{x,0}$$

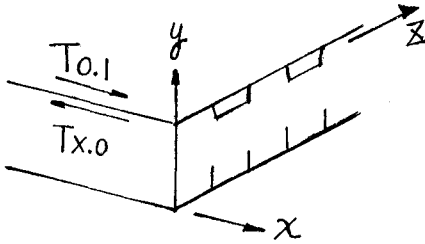


図-6

従って

$$\left(\frac{EA_2}{\lambda_1^2} + \frac{Et\lambda_2}{3\lambda_1^2} \right) \Delta_x^2 u_{x-1,0} + \frac{Et\lambda_2}{6\lambda_1^2} \Delta_x^2 u_{x-1,1} + \frac{Gt}{\lambda_1} (u_{x1} - u_{x0}) + \frac{Gt}{6\lambda_1} \Delta_x^2 (u_{x-1,1} - u_{x-1,0})$$

$$+ \frac{Gt}{2\lambda_1^2} (u_{x+1,0} - u_{x-1,0}) + \frac{Etu_a}{3\lambda_1^2} \Delta_x^2 u_{x-1,0} + \frac{Etu_a}{6\lambda_1^2} \Delta_x^2 u_{x-1,1}^{(u)} + \frac{Gtu(u_{x,1} - u_{x,0})}{a} = H_x \quad (62)$$

上式を和分変換すると

$$-\left\{ \left(\frac{Et\lambda_2}{3\lambda_1^2} - \frac{Gt}{6\lambda_1} \right) D_i + \frac{Gt}{\lambda_1} + \frac{Etu_a}{3\lambda_1^2} D_i + \frac{Gtu}{a} \right\} \ddot{u}_{x,0} - \left\{ \left(\frac{Et\lambda_2}{6\lambda_1^2} + \frac{Gt}{6\lambda_1} \right) \times D_i - \frac{Gt}{\lambda_1} \right\} \times \ddot{u}_{x,1}$$

$$- \left\{ \left(\frac{Etu_a}{6\lambda_1^2} D_i - \frac{Gtu}{a} \right) \times \ddot{u}_{x,1}^{(u)} = \frac{Gt\lambda_2}{\lambda_1^2} \ddot{v}_{x,0} + \ddot{H}_{x,0} \right. \quad (63)$$

ここで簡単のため $\ddot{u}_{x,0}$, $\ddot{u}_{x,1}$, $\ddot{u}_{x,1}^{(u)}$ の係数をそれぞれ, B_1 , B_2 , B_3 とすると

$$-B_1 \cdot \ddot{u}_{x,0} - B_2 \cdot \ddot{u}_{x,1} - B_3 \cdot \ddot{u}_{x,1}^{(u)} = Gt\lambda_2 \ddot{v}_{x,0} / \lambda_1^2 + \ddot{H}_{x,0} \quad (64)$$

同様に下フランジについて

$$-B_1' \ddot{u}_{x,n} - B_2' \ddot{u}_{x,n-1} - B_3' \cdot \ddot{u}_{x,n}^{(l)} = -Gt\lambda_2 \ddot{v}_{x,n} / \lambda_1^2 + \ddot{H}_{x,n} \quad (65)$$

よって式(54), (55)の連立方程式を解いて, 水平方向の境界条件 $\ddot{u}_{x,0}$, $\ddot{u}_{x,n}$ を求める。

ただし

$$\ddot{u}_{x,1} = \ddot{u}_{x,1} \frac{\sinh \alpha_i}{\sinh \alpha_{in}} + \ddot{u}_{x,0} \frac{\sinh \alpha_i(n-1)}{\sinh \alpha_{in}} + \sum_{(f,g)} \frac{\sin \frac{i\pi f}{m} \mathcal{Q}_h(f.g) - G_h(g.y)}{\frac{Gt}{\lambda_1} - \frac{D_i}{6} \left(\frac{Gt}{\lambda_1} + \frac{Et\lambda_2}{\lambda_1^2} \right)} \quad (66)$$

$$\ddot{u}_{x,1}^{(u)} = \ddot{u}_{x,0} \left\{ \frac{\sinh r_i}{\sinh r_i p} + \frac{\sinh r_i(p-1)}{\sinh r_i p} \right\} \quad (67)$$

$$\ddot{u}_{x,n-1} = \ddot{u}_{x,0} \frac{\sinh \alpha_i}{\sinh \alpha_{in}} + \ddot{u}_{x,n} \frac{\sinh \alpha_i(n-1)}{\sinh \alpha_{in}} + \sum_{(f,g)} \frac{\sin \frac{i\pi f}{m} \mathcal{Q}_h(f.g) \cdot G_h(g \cdot n-1)}{Et \left[\frac{1}{2(1+\nu)} - \frac{D_i}{6} \left\{ \frac{\lambda_2}{\lambda_2^2} + \frac{1}{2(1+\nu)} \right\} \right]} \quad (68)$$

$$\ddot{u}_{x,1}^{(l)} = \ddot{u}_{x,n} \left\{ \frac{\sinh r_i'}{\sinh r_i' q} + \frac{\sinh r_i'(q-1)}{\sinh r_i' q} \right\} \quad (69)$$

6. 数値計算

数値計算例として、取付けたケーブル（水平軸からの角度が $24^{\circ}16'$ ）に $430t$ で張った場合の解析データとして、横リブ間隔数、縦リブ間隔数、上フランジリブ間隔数、下フランジバルブプレート間隔数をそれぞれ $m=8$ 、 n

$=5$ 、 $p=18$ 、 $q=34$ 。同間隔をそれぞれ $\lambda_1=90\text{cm}$ 、 $\lambda_2=40\text{cm}$ 、 $a=33\text{cm}$ 、 $b=33\text{cm}$ 、同断面積をそれぞれ、 $A_1=6.36\text{cm}^2$ 、 $A_2=16.50\text{cm}^2$ 、 $A_u=80.48\text{cm}^2$ 、 $A_t=21.06\text{cm}^2$ 、腹板厚 $t=1.6\text{cm}$ 、上下フランジ厚をそれぞれ $t_u=1.2\text{cm}$ 、 $t_l=1.0\text{cm}$ 、ポアソン比 $\nu=0$ として、IBM-1130にて計算した結果の一部を図-7、8、9、10に示す。

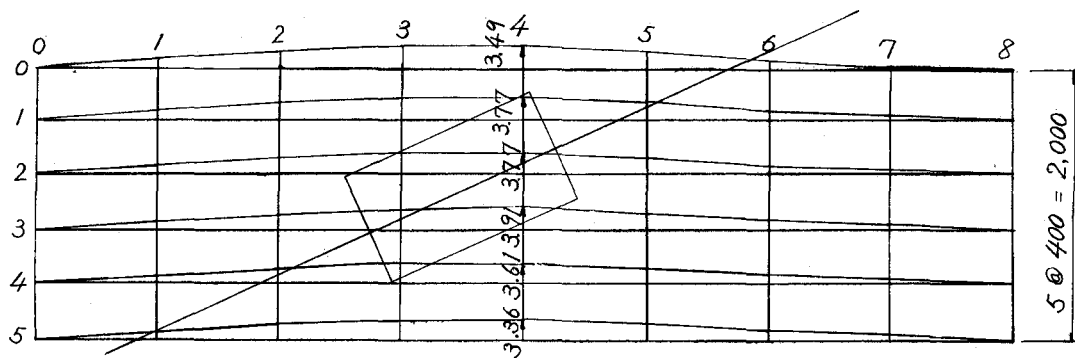


図-7 腹板鉛直方向変位 (単位 $\times 10^{-2}\text{cm}$)

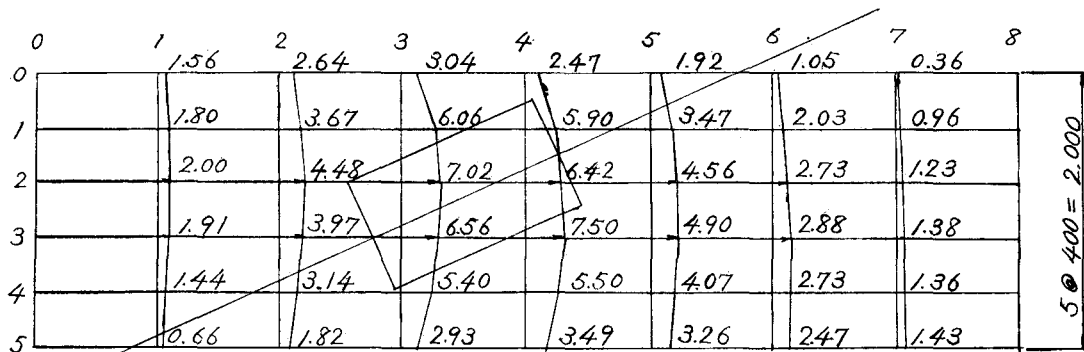


図-8 腹板水平方向変位 (単位 $\times 10^{-2}\text{cm}$)

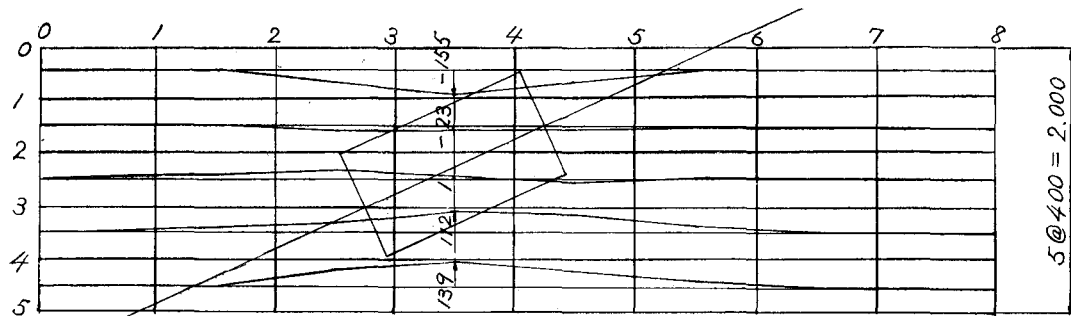


図-9 腹板鉛直応力 ($\sigma_y \text{ kg/cm}^2$)

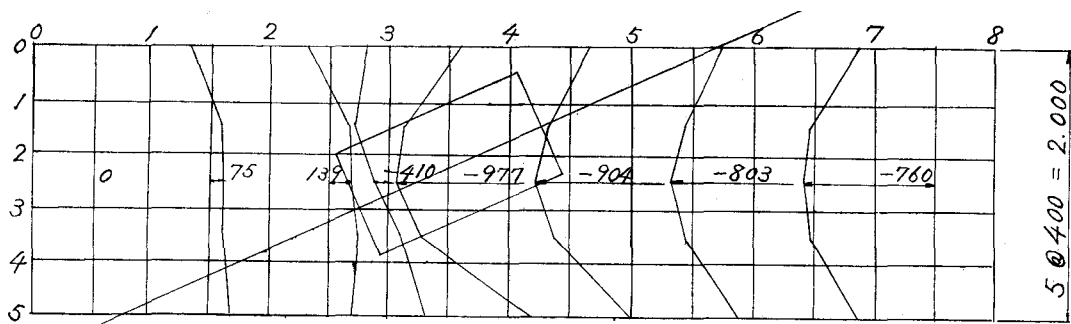


図-10 腹板水平応力 (σ_x kg/cm²)

7. 結 び

以上のように補強リブを有する箱桁について検討した結果、定和分変換を用いることによって、分割数にかかわらず、2元連立方程式を解くことで解決した。局部応力解析によく用いられる、大型計算機が必要な有限要素に比べて小型計算機でも十分対処できる解析方法である。

8. 参考文献

- 1) 石狩河口橋中央径間上部工設計計算書：札幌開発建設部、北海道開発コンサルタント(株)
- 2) 石狩河口橋（中央径間斜張橋）ケーブル取付部応力拡散の解析：札幌開発建設部、北海道開発コンサルタント(株)