

折板構造解析によるコンクリート桁橋の応力について

正員 尾崎 詔*

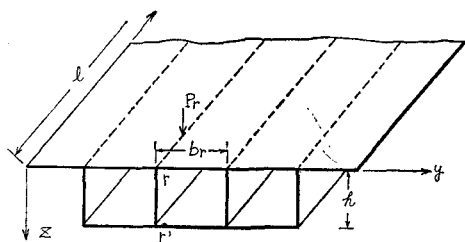
1. はじめに

ここに用いた折板理論は、折板要素の面内応力を二次元応力として取扱ひ、板の曲げを一方スラブとして取扱ったもので、すでに著者らが発表済みの弾性理論によるものであるが¹⁾、折板要素に対しサンプソンのねじりを考慮すれば開断面にも適用できる。昨年度、北大に内地研究員として留学し、東大の大型計算機を利用する機会に恵まれたので開断面をも含む任意断面形状の橋桁の解析用プログラムを作成した。コンクリート橋を対象としたので要素接合部に鉄筋等の換算断面を配置できるように考慮した。

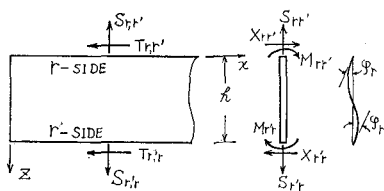
2, 3の断面形状の橋桁について計算してみた結果についてここに発表する。

2. 計算法の概要

図一に示すような断面形の桁を考え、 r 節点における x, y, z 方向の三変位を u, v, w とし、添字 r をつけて表わす。なお、便宜上 r 節点に対応する下縁の節点を r' とする。



図一 折板構造



図二 折板要素と端力

このような構造を構成している各折板要素について、さきに誘導した変位せん断公式²⁾を適用する。

例えば、折板要素 r, r' についてこれを示すと、次のように表わされる(図一2参照)。

$$\begin{pmatrix} \bar{T}_{rr'} \\ \bar{T}_{r'r} \\ S_{rr'} \\ S_{r'r} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} \\ \vdots & \vdots \\ C_{12} & C_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{u}_r \\ \bar{u}_{r'} \\ -w_r \\ w_{r'} \end{pmatrix} \quad (1)$$

ただし、

$$\begin{aligned} C_{11} &= -\frac{N_r}{6} \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} + \frac{G t_r}{h D^2} \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \\ C_{12} &= -\frac{\nu N_r}{2h} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} + \frac{G t_r}{2} \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \\ C_{22} &= \frac{N_r}{h^2} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} + \frac{G h t_r D^2}{4} \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

上式中、

$$\begin{aligned} N_r &= \frac{E h t_r}{1 - \nu^2}, \quad G = \frac{E}{2(1 + \nu)} \\ \bar{u} &= \frac{du}{dx}, \quad \bar{T} = \int T dx, \quad D^2 = -\frac{d^2}{dx^2} \end{aligned}$$

一方、曲げは一方スラブとして扱うから、稜線曲げモーメント M 、それによるせん断力 X は、図一2に示すように、稜線回転角を φ として次のように書ける。なお、ここではサンプソンのねじり剛性 GJ を考慮した。

$$\begin{pmatrix} -X_{rr'} \\ -X_{r'r} \\ M_{rr'} \\ M_{r'r} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C'_{11} & C'_{12} \\ \vdots & \vdots \\ C'_{12} & C'_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -v_r \\ v_{r'} \\ \varphi_r \\ \varphi_{r'} \end{pmatrix} \quad (2)$$

ただし、

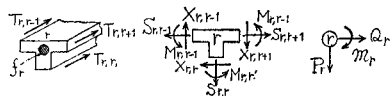
$$\begin{aligned} C'_{11} &= \left(\frac{12 K_r}{h^3} - \frac{G J_r D^2}{h^2} \right) \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \\ C'_{12} &= \frac{6 K_r}{h} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \\ C'_{22} &= 2 K_r \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

上式中、

* 室蘭工業大学 助教授

$$K_r = \frac{Et_r^3}{12(1-\nu^2)h}$$

$$J_r = \frac{htr^3}{3} \left(1 - \frac{192}{\pi^5} \frac{tr}{h} \sum_{n=1,3,5,\dots} \frac{1}{n^5} \tanh \frac{n\pi h}{2tr} \right)$$



図—3 稜線における力のつりあい

図—3 のように稜線 r における力のつりあいは次のように書ける。

$$\left. \begin{aligned} \bar{T}_{r,r-1} + \bar{T}_{r,r+1} + \bar{T}_{r,r'} + E f_r \bar{u}_r &= 0 \\ S'_{r,r-1} - S_{r,r+1} + X_{r,r'} &= Q_r \\ X_{r,r-1} - X_{r,r+1} - S_{r,r'} &= P_r \\ M_{r,r-1} + M_{r,r+1} + M_{r,r'} &= m_r \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

以上の (1), (2), (3) 式で計算をおこなうが、ここでは単純支持桁に限定し、スパン方向はフーリエ級数に展開して次の計算をした。

$$\begin{pmatrix} X_r \\ X_{r'} \end{pmatrix}_m \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{12} & A_{22} \end{pmatrix}_m = \begin{pmatrix} L_r \\ L_{r'} \end{pmatrix}_m$$

ただし、

$$\left. \begin{aligned} X_r &= \begin{pmatrix} \dot{U} \\ V \\ W \\ \Psi \end{pmatrix}_{r'} & L_r &= \begin{pmatrix} 0 \\ \tilde{Q} \\ \tilde{P} \\ \tilde{m} \end{pmatrix}_{r'} \\ \bar{u}_r &= \sum_m \dot{U}_r \sin \frac{m\pi x}{l}, & v_r &= \sum_m V_r \sin \frac{m\pi x}{l} \\ w_r &= \sum_m W_r \sin \frac{m\pi x}{l}, & \varphi_r &= \sum_m \Psi_r \sin \frac{m\pi x}{l} \\ \tilde{P}_r &= \frac{2P_r}{l} \sin \frac{m\pi x_0}{l} \quad (x_0 \text{ 点に集中荷重の場合}) \\ \tilde{P}_r &= \frac{2P_r}{m\pi a} \sin \frac{m\pi x_0}{l} \sin \frac{m\pi a}{l} \quad (\text{幅 } 2a \text{ に分布}) \\ \tilde{P}_r &= \frac{4Pr}{m\pi} \quad (\text{満載等分布荷重の場合}) \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

(4) 式の係数マトリックス $[A]$ の値は省略するが、(1) および (2) 式に示した係数マトリックス $[C]$ および $[C']$ 中の微分演算子を $D^2 = -(m\pi/l)^2$ において、 8×8 の係数を用意し、計算機内で各要素ごとに重ね合わせる方法をとった。この際、対角線に関する対称性を考慮した。

この係数マトリックスの逆マトリックスを $m=1, 2, 3, \dots$ と各項ごとに計算し、各種荷重項との積を集中荷重または部分分布荷重では45項まで累計して未知変位を求

めた。これと同時に等分布荷重に対しても奇数番目の積の累計を計算させるようにし、両者の場合の節点力を計算するが、特にせん断流に関しては折板要素の幅を四等分した点について計算し、この分布を示すようにした。これに加えて、各要素ごとにサンプナンのせん断応力も計算した。

これら一連の計算は、東大大型計算機を用いたが、10 節点、12 エLEMENT の場合、約 1 分 20 秒を要した。

以下、このプログラムによって計算した結果について記す。

3. 曲げねじり特性の比較

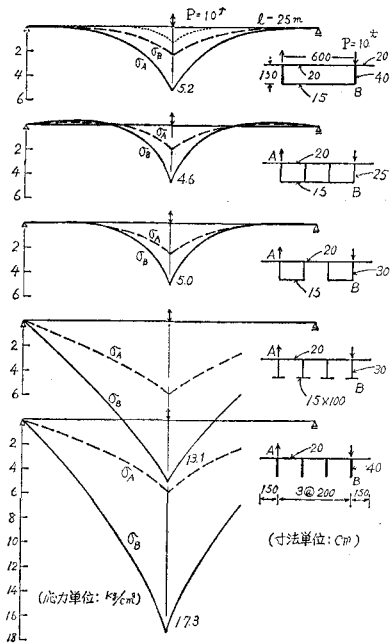
ここにとりあげた断面は、スパン 25m、桁高 1.5m、幅員 9m の単一箱桁、三室箱桁、二主げたの箱桁、および四主桁の T 桁である。T 桁では、下フランジのあるものとないものの両方を検討した。これら 6 種のものの曲げねじりを同列に比較するには、曲げ応力が同じになるような断面寸法を選べばよいが、自重による応力を考え、ここでは重量が等しくなるように、断面積を一定とするような寸法を選んだ。

このような 6 種の橋桁構造のそり応力を図—4 (a), (b) に示す。外側ウェブの下縁 B 点に生ずる最大そり応力 σ_B と、上縁 A 点のそり応力 σ_A の分布を橋桁のスパン上に示した。ただし、偶力荷重の大きさは集中荷重の場合 ((a) 図) 10t $\times$ 6m、満載等分布偶力荷重の場合 ((b) 図), 1t/m $\times$ 6m である。なお、シャラグの影響による差を考慮して、折板要素の分割位置を等しくし、三室箱桁を基準として 12 エLEMENT とした。

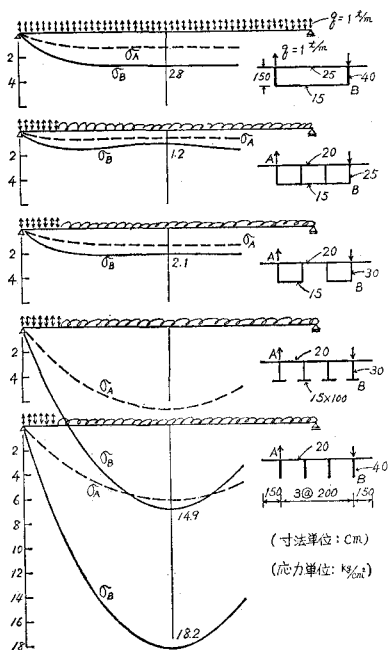
まず、図—4 (a) のスパン中央に集中偶力を受けた場合についてみると、三室箱桁としても、そり応力は単一箱桁の 90% 程度にしか減少していない。なお、同一断面寸法の箱桁に対し、中間ウェブを挿入して補強する場合には約 30% ほどそり応力を減少させることができるが、図中に点線で示した断面不変を仮定した単一箱桁の値²⁾ ほどには減少しない。

次に、二主桁の箱桁を含めた箱桁群と T 桁群のそり応力を比較してみると、T 桁は箱桁の 3 倍位の値を示している。箱桁はねじり剛性が大きいので当然の結果であるが、図—4 (b) に示されるように、満載等分布偶力に対する T 桁のそり応力は箱桁の約 8 倍もの大きさを示している。なお、同じ T 桁でも下フランジを有するタイプのものは、下フランジのないものに比べて 20% ほど小さくなっているが、曲げ応力自体が約 30% 小さいので、荷重の分担性としてはウェブの厚い方が優れているといえよう。

これらの曲げねじりの影響を道路橋の設計荷重につい



図一4 (a) 各種断面桁のそり応力 (集中偶力の場合)



図一4 (b) 各種断面桁のそり応力(等分布偶力の場合)

で考えてみると、図中に示される集中偶力と等分布偶力による値を1:0.7の比で用いればよいから、曲げ応力の等しい二主桁の箱桁と下フランジを有する四主桁のT桁とでは、両方の荷重を総合したそり応力の比が1:3.6となる。

4. 荷重分担率の比較

上記理由により、6種の断面桁の内、二主桁の箱桁と下フランジを有する四主桁のT桁について、荷重分担特性をさらに比較検討してみる。この資料を図一5(a), (b), (c), (d)に示す。これらの図は、いずれも橋桁のスパン中央断面における分布を示したものである。図中の実線は▽印位置のたわみの分布率であるが、集中荷重の場合は10t、満載等分布荷重の場合は1t/mの載荷時のたわみ値(単位はmm)を実線の脇に数字で添えてある。また、図中の破線は同じく▽印位置の桁(ウェブ)の下縁応力の影響線で、桁理論における荷重の分担率に代わるものであるが、たわみ値の場合と同じ大きさの荷重に対する応力(単位はkg/cm²)を破線の脇に()内の数字で示した。

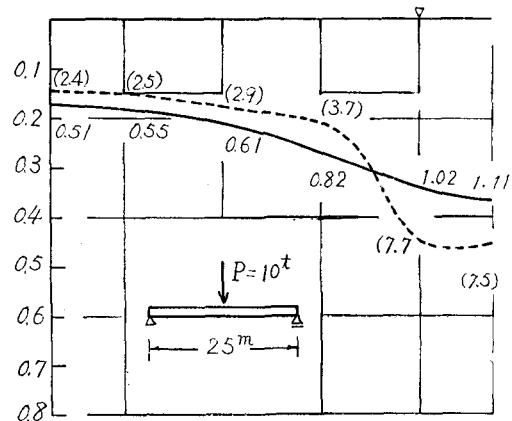
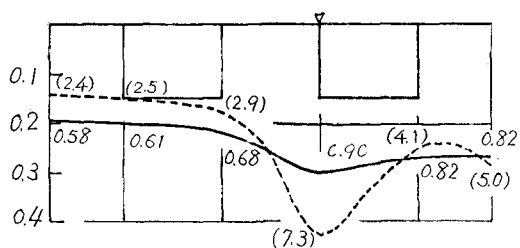
図一5によれば、等分布荷重では分担率がたわみ(実線)と応力(破線)で大左ないが、集中荷重を受ける場合ではその性状がかなり違ってくことを示している。

これらの応力分担曲線に対し、道路橋の設計荷重を適用してみる。ただし、片持部は長さ1mまでを考え、有効幅員は8mとする。この結果、有効幅員に主載荷荷重を満載した場合の応力に対する比として次の結果をえた。

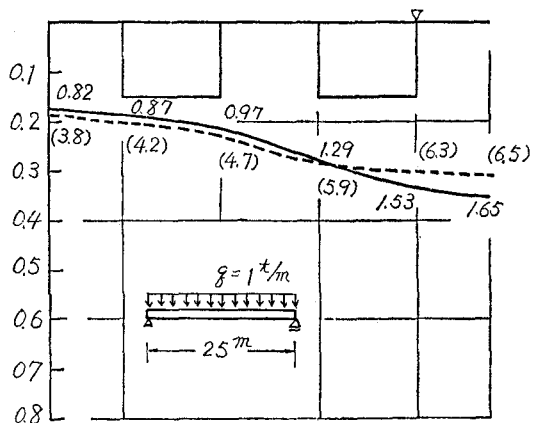
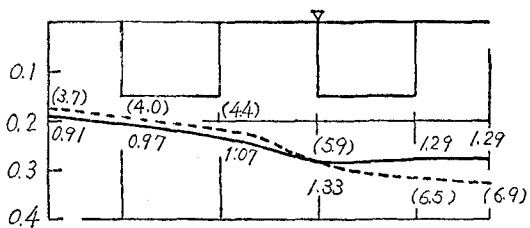
表一

	耳 桁(外ウェブ)	中 桁(内ウェブ)
二主桁の箱桁	0.93	0.93
四主桁のT桁	1.08	0.94

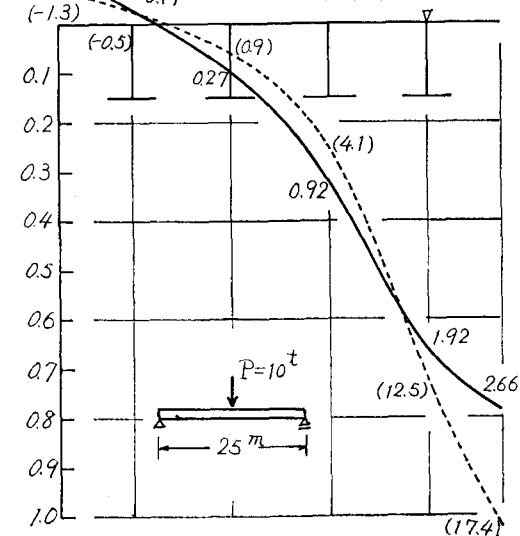
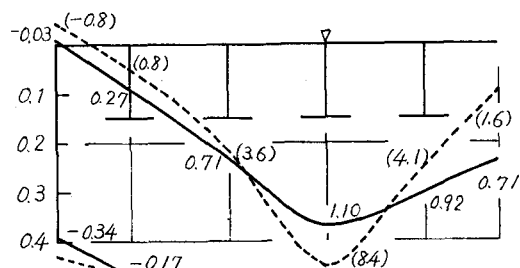
鉄筋コンクリート道路橋示方書³⁾では、格子構造の理論によらない場合の近似計算として箱桁の場合は主載荷荷重の満載載荷、T桁の場合は同様の載荷による結果に、耳桁では係数 α を、中桁では係数 β を乗ずるよう規定している。従って、ここにとりあげた箱桁では折板理論によると近似計算の場合の93%にとどまることを示し、示方書の規定はかなりの安全性を見込んだものであることがわかる。次にT桁の場合、近似計算では $\alpha=1.1$ 、 $\beta=0.95$ であるから、折板理論から求めた1.08、0.94は上記規定値には近い値であることがわかる。



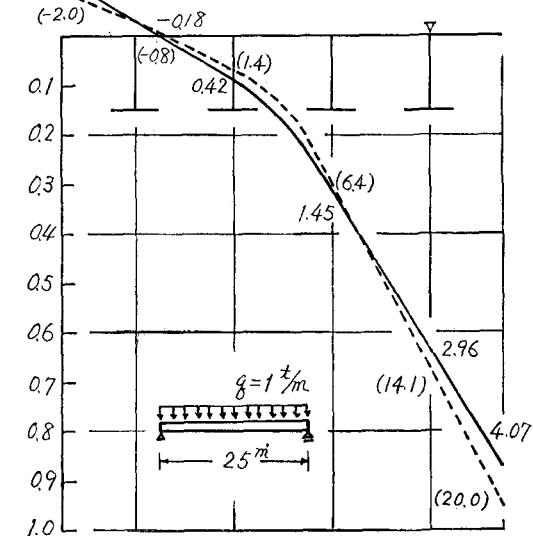
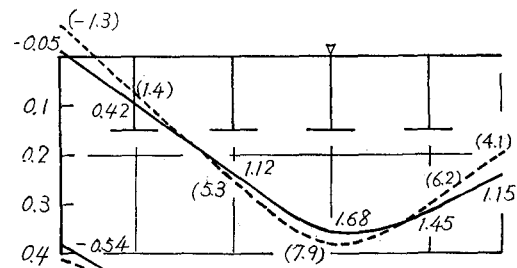
図—5(a) 応力とたわみの分布率
(集中荷重を受ける二主箱桁)



図—5(b) 応力とたわみの分布率
(等分布荷重を受ける二主箱桁)



図—5(c) 応力とたわみの分布率
(集中荷重を受ける四主T桁)



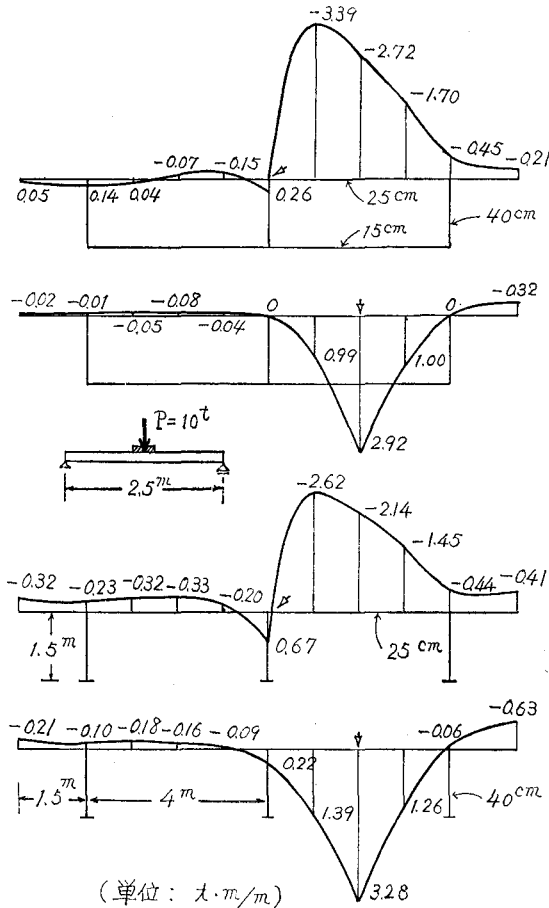
図—5(d) 応力とたわみの分布率
(等分布荷重を受ける四主T桁)

5. 床版の曲げモーメント

折板構造として解析することにより、橋桁の断面方向の曲げモーメントが計算されるから、立体的構造としての床版の曲げモーメントが求まる。

ここに用いる断面は、二室箱桁と三主桁の T 桁である。スパンは25mでスパン方向に40cmの幅の部分分布荷重を作用させて計算したものである。断面は図一6の中で示すように、主桁(ウェブ)間隔4m、片持長さ1.5m、桁高1.5m、床版厚さ25cm、ウェブ幅40cmで、箱桁の下床版は15cmとした。

図一6に上記二種の断面に対し、床版の支点上および支間中央の曲げモーメント影響線を示したが、荷重10tの場合の曲げモーメント値(単位は $t \cdot m$)を図中に記した。



図一6 床版の曲げモーメント影響線

これによって、箱桁と T 桁の床版曲げモーメントを比較すると、支間中央の曲げモーメントの最大値は T 桁では箱桁の13%増程度で、逆に支点の曲げモーメントの最大値は箱桁の値が T 桁の29%増となっている。なお、 T 桁の下フランジは床版の曲げに殆んど影響を示さず、開断面が開閉断面かによって大きく影響される主桁の回転変形によって差異が生ずる。

この曲げモーメントの影響線に対し、道路橋の設計荷重を作用させる。この場合、衝撃係数を加味すると、後輪荷重は11tになるから、図中の曲げモーメント影響値は1.1倍すればよい。このようにして折板理論から求めた曲げモーメントの値を次表に示す。備考に示方書の式から求めた結果を比較のため記した。

表一2 折板理論による床版の曲げモーメント

	支 間 中 央	支 点 上
二室箱桁の床版	2.9	5.5
二主 T 桁の床版	3.4	5.0
示方書の値		
$l=3.6m$	3.0	5.3
$l=4.0m$	3.2	5.8

これによれば、箱桁では支間中央の曲げモーメントは示方書の式による計算値よりも僅かに小さく、支点上の曲げモーメントはぎりぎりの感があるが、示方書の値程度とみられる。これに対し、 T 桁では支点上の曲げモーメントにかなり余裕がある反面、支間中央の曲げモーメントが示方書の値をかなり上回っている。実験的に確かめたいと考えているが、横桁間隔が大きい T 桁では、固定度0.8とした理論に基づく示方書の計算式による値は少し小さいように思われる。

最後に、箱桁の下床版応力について触れると、ウェブの上縁に働く床版の曲げモーメントは、ウェブ下縁には殆んど影響を与えず、ここに働く曲げモーメントは無視できるほど小さい。

6. おわりに

コンクリート橋の設計に関する折板理論の応用という立場から、結果を鉄筋コンクリート道路橋示方書の規定に対比させてみた。実験による確認がないために結論を下せない部分が多いが、箱桁と T 桁との違いに見合った規定が必要で、特に箱桁の規定に不足を感じる。

折板構造に関する研究は、能町教授の指導により本学で実施しているが、本研究は昨年度北大に留学し、横道英雄教授のご指導をいただいた期間中に、東大大型計算機を使って計算した結果の報告である。ここに記して感謝の意を表する次第です。

参 考 文 献

- 1) 能町・尾崎・杉野：断面変形を考えた二室箱桁の応力解析について，土木学会北海道支部研究発表会論文集，24号，昭43.
- 2) 尾崎：折板構造解析による単一箱桁の曲げねじりについて，土木学会論文報告集，109号，昭45.
- 3) 日本道路協会：鉄筋コンクリート道路橋設計示方書解説