土木学会北海道支部　研究発表論文集　昭和45年度

二つの水路をもつ水域の潮位と水路潮流を求める簡略解

正会員　近　藤　俶　郎*

1. まえがき

外海と一つの狭い水路で結ばれている内水域の潮位と水路の潮流については，これまで種々の方法で多くの人々によって研究されてきた。筆者[1]もこの問題について樋口[2]が扱かったのと同じ方法で，線形化した開水路の不定流に関する連続，運動の方程式を，境界条件として外海側の潮位を与え，また水域側では流入量の連続条件を仮定することによって解いて，水域と水路における潮汐を求める線形解を得た。

そして繰返し計算を行なえば非線形抵抗の場合でも近似解を得ることが可能であることを，能取湖の計算例で示した。さらに筆者ら[3]は洪水時に出現する指数関数型の河川流入がある場合の，感潮水域の潮汐についても線形化した微分方程式を利用して計算する方法を考察している。

以上はいずれも一つの水域が一つの水路で外海とつながっている場合を対象としている。しかしながら実際の内水域では，複数の水路をもつ場合とか複数の水域が連結しているような例が少なくない。そのような場合の潮汐を解析的に解くことは一般にきわめて困難である。比較的単純な場合として，一つの水域の奥にもう一つの水域がある場合については，Baines[4]が詳しく解いてBurrard Inletにつき計算しており，筆者ら[5]も簡略解を求め外防波堤完成後の室蘭港の振動特性について若干の計算をおこなった。

ここでは一つの水域が二つの水路で外海に結ばれている，Fig.—1のような場合について簡略な解を求める。その解は湖を中継して二つの外海間を結ぶ運河のような大規模な問題から，副港口をもつ港湾内潮汐のような小規模のものにも応用される。ここではサロマ湖に第二の水路を設けた場合について応用し若干の計算をしてみる。この種の問題については中村ら[6]が水路がきわめて短かい場合を対象にした簡略な解析法を示しているが，ここではより一般的扱いを試みる。

*　室蘭工業大学　助教授

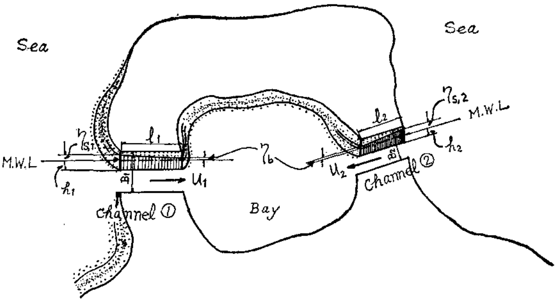

Fig 1.　*Sketch of a Bay with Two Entrance Channels*

2. 基本式のたて方

不定流の連続，運動の方程式は開水路の水流について次のように表現される。

$$\frac{\partial \eta}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial x}\left[u(h+\eta)\right]=0 \qquad (1)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t}+u\frac{\partial u}{\partial x}+g\frac{\partial \eta}{\partial x}+\frac{n^2 g|u|}{R^{4/3}}=0 \qquad (2)$$

ここで　η：平均水面から鉛直上向きに測った水位
u：水路内の流速　h：水深　R：径深
n：Manningの粗度係数　g：重力加速度
x：水路の延長方向の水平距離　t：時間

対象を潮汐による水の運動においていることを念頭におくと，一般に波長に比べて水路の長さははるかに短かい。そうすると水路内の水面勾配はほぼ一定とみなすことができ，それは水域と海の水位差を水路の長さで除したもので示される。また波長，周期がきわめて大きいから(2)式中の第2項は無視しても良い。この二つのことから運動方程式は次のように書き改められる。

$$\frac{\partial u}{\partial t}+g\left(\frac{\eta_b-\eta_s}{l}\right)+ku=0 \qquad (2')$$

ここでη_s：外海の水位，η_b：内水域の水位
l：水路の長さ

kは方程式を線形化するために常数的な表示した値で

あるが，次式で与えられる。[1)]

$k=8n^2gU/3\pi R^{4/3}$

ただしUはuの時間的な最大値，すなわち流速の振幅である。

さらに潮汐の周期は非常に大きいことを考慮すると，(2)式の $\left(\frac{\partial u}{\partial t}\right)$の項を無視しても，結果的にあまり違いは生じない。また同式から知れることは，uは時間のみの関数で水路内の場所的な変化はない。したがって(1)式は連続の式としての意味がなくなり，それに代って内水域の水位がいたるところ一定と仮定した次式が連続の式とみなされる。

$$S\frac{d\eta_b}{dt}=u_1A_1+u_2A_2 \tag{3}$$

ここでA：水路の通水断面積，1，2：水路①，②に関するものであることをあらわすサフィックス。

また運動方程式は水路①，②についてそれぞれ次のようになる。

$$g(\eta_b-\eta_{s,1})+(k_1l_1)u_1=0 \tag{4}$$

$$g(\eta_b-\eta_{s,2})+(k_2l_2)u_2=0 \tag{5}$$

(3)～(5)式において，未知数はη_b，u_1，u_2であるから，$\eta_{s,1}$，$\eta_{s,2}$を与えれば解を得ることができる。u_1，u_2を消去したη_bについての微分方程式は次のようになる。

$$S\frac{d\eta_b}{dt}+\left(\frac{A_1g}{k_2l_1}+\frac{A_2g}{k_2l_2}\right)\eta_b-\left(\frac{A_1g}{k_2l_1}\cdot\eta_{s,1}+\frac{A_2g}{k_2l_2}\cdot\eta_{s,2}\right)=0 \tag{6}$$

上式は(A_1g/k_1l_1)，(A_2g/k_2l_2)が常数であると，線形の常微分方程式であるからη_bは容易に求まり，η_bが得られるとそれを(4)，(5)式に代入してu_1，u_2を得る。この式は二つの水路をもつ水域についてのものであるが，一般にN個の水路をもつ場合は次式のようになる。

$$S\frac{d\eta_b}{dt}+\left[g\sum_{m=1}^{N}\left(\frac{A_m}{k_ml_m}\right)\right]\eta_b-\left[g\sum_{m=1}^{N}\frac{A_m\cdot\eta_{s,m}}{k_ml_m}\right]=0 \tag{7}$$

また，水路の長さが短かい防波堤間の間隙のような場合は，流速は次式のように表現されるから

$u=\pm C_e\sqrt{2g(\eta_s-\eta_b)}$

上記の諸式において，(kl)の代りに$C_e^2\cdot3\pi/4$を代入すれば所要の式が得られる。

3. 一般的な解

二つの水路をもつ場合に限って，(6)式の一般解を求める。そして$\eta_{s,1}$, $\eta_{s,2}$は周期は等しいが振幅と位相が異なる外潮位とする。

$\eta_{s,1}=a_1\cdot\cos\sigma t$

$\eta_{s,2}=a_2\cdot\cos(\sigma t-\theta)$

ここで　a_1，a_2：水路①，②における外海潮汐の振幅

θ：位相差，$\sigma=2\pi/T$，T：潮汐の周期

(6)式の解としてのη_bの一般解は下記のように得られる。

$$\eta_b=\frac{D_1a_1}{[(D_1+D_2)^2+\sigma^2]^{1/2}}\left[\cos(\sigma t-\alpha)+\frac{D_2a_2}{D_1a_1}\cos(\sigma t-\alpha-\theta)\right]+Ce^{-(D_1+D_2)t} \tag{8}$$

ここでCは初期条件によって決まる積分常数であり，またD_1，D_2およびαは下式のように表現される。

$D_1=(A_1g/k_1l_1S)$，$D_2=(A_2g/k_2l_2S)$，$\alpha=\tan^{-1}(\sigma/D_1+D_2)$

定常状態を対象とすると(8)式の右辺の最終項は消えるから，その際のη_bは次のように表現される。

$$\eta_b=b\cos(\sigma t-\alpha-\beta) \tag{9}$$

ここで

$$b=\left[\frac{(D_1a_1+D_2a_2\cos\theta)_2+(D_2a_2\sin\theta)_2}{(D_1+D_2)^2+\sigma^2}\right]^{1/2} \tag{9'}$$

$$\beta=\tan^{-1}(D_2a_2\sin\theta/D_1a_1+D_2a_2\cos\theta) \tag{9''}$$

(9)式において$(\alpha+\beta)=\gamma$とおくことにすれば

$$\eta_b=b\cos(\sigma t-\gamma) \tag{10}$$

$$\gamma=\tan^{-1}\left[\frac{(D_1a_1+D_2a_2\cos\theta)\sigma+(D_1+D_2)D_2a_2\sin\theta}{(D_1+D_2)(D_1a_1+D_2a_2\cos\theta)-\sigma D_2a_2\sin\theta}\right] \tag{10'}$$

と書き改められる。

(8)～(10)の諸式が外潮に対応する内水域の潮位を表わすものであるが，①②の水路から流出入する潮汐はそれぞれ単独ににη_bに影響しており，外潮とαの位相差をもって出現することがわかる。

次に水路の流速は①②についてそれぞれ次のように得られる。

$$u_1=U_1\cos(\sigma t+\delta_1) \tag{11}$$

$$u_2=U_2\cos(\sigma t+\delta_2) \tag{12}$$

ここで

$$U_1=\frac{g}{k_1l_1}\left[\frac{a_1^2\{(D_1+D_2)^2+\sigma^2\}+\{D_1a_1+D_2a_2\cos\theta\}^2+(D_2a_2\sin\theta)^2}{(D_1+D_2)^2+\sigma^2}\right.$$
$$\left.\frac{-2a_1\{(D_1+D_2)(D_1a_1+D_2a_2\cos\theta)-\sigma D_2a_2\sin\theta\}}{}\right]^{1/2} \tag{11'}$$

$$U_2=\frac{g}{k_2l_2}\left[\frac{a_2^2\{(D_1+D_2)^2+\sigma^2\}+\{D_1a_1+D_2a_2\cos\theta\}^2+(D_2a_2\sin\theta)^2-2a_2[\{(D_1+D_2)(D_1a_1+D_2a_2\cos\theta)}{(D_1+D_2)^2+\sigma^2}\right.$$
$$\left.\frac{-\sigma D_2a_2\sin\theta\}\cos\theta+\{(D_1a_1+D_2a_2\cos\theta)\sigma+(D_1+D_2)D_2a_2\cdot\sin\theta\}\sin\theta]}{}\right]^{1/2} \tag{12'}$$

また位相差は

$$\delta_1=\tan^{-1}\left[\frac{(D_1a_1+D_2a_2\cos\theta)\sigma+(D_1+D_2)D_2a_2\sin\theta}{a_1\{(D_1+D_2)^2+\sigma^2\}-(D_1+D_2)(D_1a_1+D_2a_2\cos\theta)+\sigma D_2a_2\sin\theta}\right] \tag{11''}$$

$$\delta_2=\tan^{-1}\left[\frac{(D_1a_1+D_2a_2\cos\theta)\sigma+(D_1+D_2)D_2a_2-a_2\sin\theta\{(D_1+D_2)^2+\sigma^2\}}{a_2\cos\theta\{(D_1+D_2)^2+\sigma^2\}-(D_1+D_2)(D_1a_1+D_2a_2\cos\theta)+\sigma D_2a_2\sin\theta}\right] \tag{12''}$$

以上が二つの水路で外潮の振幅，位相に違いがある場合の，内水域の潮位，水路流を求める式である。実際の計算の場合は最初にU_1, U_2を仮定してk_1, k_2, D_1, D_2を計算し(11′)と(12′)式により次のU_1, U_2を計算し 両者が 所要の精度で一致するまで繰返し計算をし正しいUの値を求める。それからbを計算する。電子計算機を使用すれば比較的短時間で計算できる。

4. 外潮が同一振幅の場合

外潮は二つの水路が同一海域に面している場合には，水路間の距離が大きいと位相差は生じるが，振幅はほとんど変らない。そのような場合の b, γ, U_1, δ_1, U_2, δ_2 の解は3節で得た式において $a_1=a_2=a$ とおいて次のように求めることができる。ただしそれぞれの記号には ′ を付けて前節のものと区別することとする。

$$b'=a\left[\frac{D_1^2+D_2^2+2D_1D_2\cos\theta}{(D_1+D_2)^2+\sigma^2}\right]^{1/2} \tag{13}$$

$$\gamma'=\tan^{-1}\left[\frac{(D_1+D_2\cos)\sigma+(D_1+D_2)D_2\sin\theta}{(D_1+D_2)(D_1+D_2\cos\theta)-\sigma D_2\sin\theta}\right] \tag{13'}$$

$$U_1'=\frac{ga}{k_1l_1}\left[\frac{2\{D_1^2+D_2^2+D_1D_2(1+\cos\theta)\}+\sigma^2-2\{(D_1+D_2)(D_1+D_2\cos\theta)-\sigma D_2\sin\theta\}}{(D_1+D_2)^2+\sigma_2}\right]^{1/2} \tag{14}$$

$$\delta_1'=\tan^{-1}\left[\frac{(D_1+D_2\cos\theta)\sigma+(D_1+D_2)D_2\sin\theta}{(D_1+D_2)^2+\sigma^2-(D_1+D_2)(D_1+D_2\cos\theta)+\sigma D_2\sin\theta}\right] \tag{14'}$$

$$U_2'=\frac{ga}{k_2l_2}\left[\frac{2\{D_1^2+D_2^2+D_1D_2(1+\cos\theta)\}+\sigma^2-2\{(D_1+D_2)(D_1+D_2\cos\theta)}{(D_1+D_2)^2+\sigma^2}\right.$$
$$\left.\frac{-\sigma D_2\sin\theta\}\cos\theta-2\{(D_1+D_2\sin\theta)\sigma+(D_1+D_2)D_2\sin\theta\}\sin\theta}{}\right]^{1/2} \tag{15}$$

$$\delta_2'=\tan^{-1}\left[\frac{(D_1+D_2\cos\theta)\sigma+(D_1+D_2)D_2-\{(D_1+D_2)^2+\sigma^2\}\sin\theta}{\{(D_1+D_2)^2+\sigma^2\}\cos\theta-(D_1+D_2)(D_1+D_2\cos\theta)+\sigma D_2\sin\theta}\right. \tag{15'}$$

5. 外潮が同一の場合

次に二つの水路の外潮が振幅，位相とも全く等しい場合については，4節の諸式において $\theta=0$ とおくことで必要な式が得られる。二つの水路の距離が大きくない限りは，このような仮定は十分正しく，通常の港湾，海岸湖沼のような内水域の水路についてはこのように扱かうことができる。

以下前節と同様にして，″を付して示すことにする。

$$b''=a\frac{(D_1+D_2)}{[(D_1+D_2)^2+\sigma^2]^{1/2}} \tag{16}$$

$$\gamma''=\alpha=\tan^{-1}\left(\frac{\sigma}{D_1+D_2}\right) \tag{16'}$$

$$U_1''=\frac{ga}{k_1l_1}\cdot\frac{\sigma}{[(D_1+D_2)^2+\sigma^2]^{1/2}} \tag{17}$$

$$\delta_1''=\tan^{-1}\left(\frac{D_1+D_2}{\sigma}\right) \tag{17'}$$

$$U_2''=\frac{ga}{k_2l_2}\cdot\frac{\sigma}{[(D_1+D_2)^2+\sigma^2]^{1/2}} \tag{18}$$

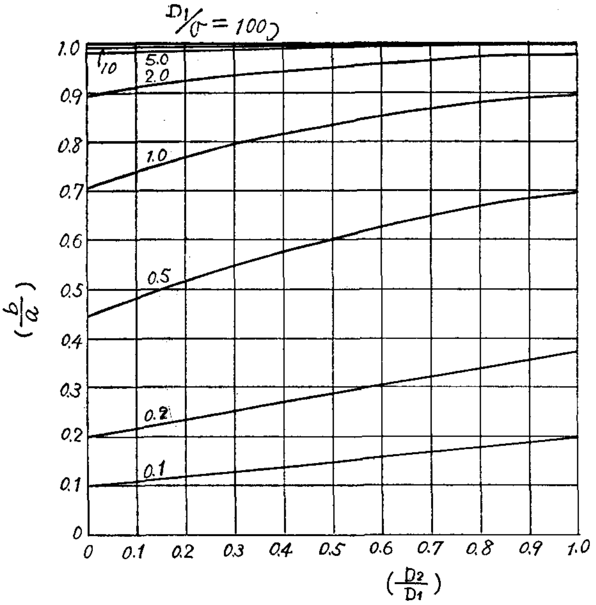

Fig 2. $\left(\frac{b}{a}\right)$ *versus* $\left(\frac{D_2}{D_1}\right)$ *for Different* $\left(\frac{D_1}{\sigma}\right)$ *values*

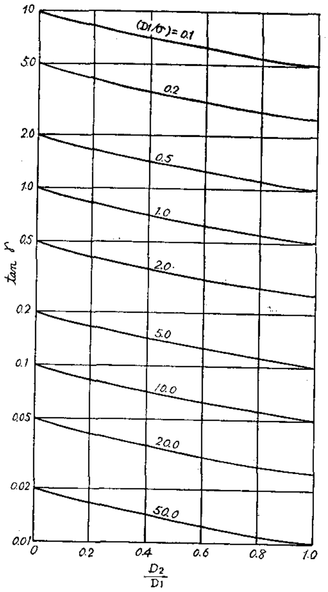

Fig 4. *tan* γ *versus* $\left(\frac{D_2}{D_1}\right)$ *for Different* $\left(\frac{D_1}{\sigma}\right)$ *values*

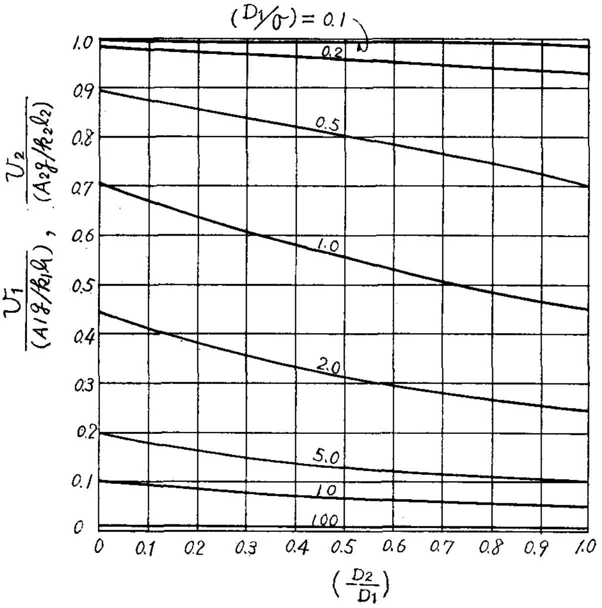

Fig 3. $\frac{U_1}{(A_1 g/k_1 l_1)}$ & $\frac{U_2}{(A_2 g/k_2 l_2)}$ *versus* $\left(\frac{D_2}{D_1}\right)$ *for Different* $\left(\frac{D_1}{\sigma}\right)$ *values*

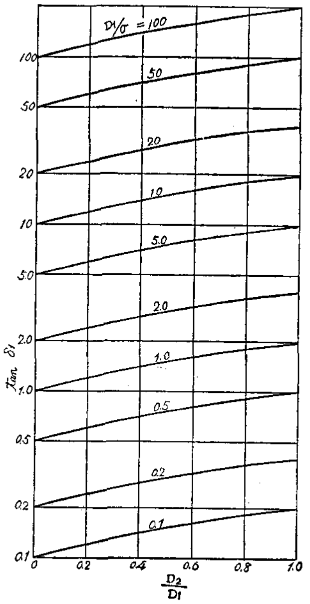

Fig 5. *tan* δ_1 *versus* $\left(\frac{D_2}{D_1}\right)$ *for Different* $\left(\frac{D_1}{\sigma}\right)$ *values*

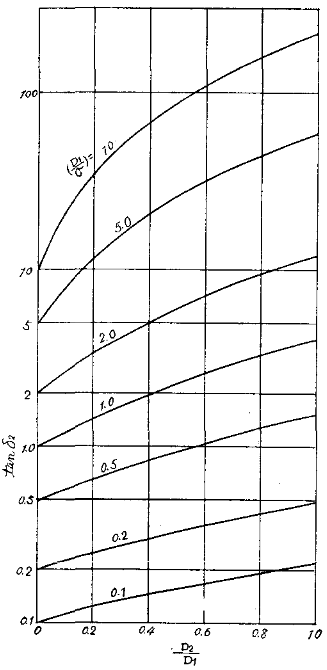

Fig 6. *tan* δ_2 *versus* $\left(\frac{D_2}{D_1}\right)$ *for Different* $\left(\frac{D_1}{\sigma}\right)$ *values*

$$\delta_2'' = \tan^{-1}\left[\frac{(D_1+D_2)(D_2+\sigma)}{\sigma^2}\right] \qquad (18')$$

Fig—2 ～Fig—6 は (16)～(18′) の諸式の関係を図示したものである。これらの図では横軸に (D_2/D_1) をとり，(D_1/σ) をパラメーターとして，無次元化した内水域潮汐の振幅，および水路流速の最大値ならびにそれらの水路①の外潮位に対する位相差を示している。次節で述べるように実際の計算の場合は繰返し計算法によらなくてはならないので，これらの図の直接的な役割りは少ないが，一般的傾向を知るのに有力であると考える。Fig—2 によれば (D_1/σ) が小さい場合は，新水路の影響が大きく，(D_1/σ) が大きいときには (b/a) が大きいので新水路築設の影響は少ない。しかし Fig—3 によればこれとは逆に (D_1/σ) が大きいと新水路築設によって流速の減少がけん著になる傾向が認められる。なお，これらの図の縦軸の記号は″を省略している。

6. サロマ湖に関する計算例

サロマ湖は表面積が 150.5 ㎢で，現在の湖口水路は長さ約 350 m，平均水深10m，幅員 350 m で横長の同湖の西側でオホーツク海に注いでいる[7),8)]。この水路は年間を通じてきわめて安定しており[8)]，O′Brien[9),10)]や Per Bruun[11)]が得た感潮水域の水路の安定状態での断面積と一周期間の潮汐による出入水量 (Tidal Prism) との関係にも良く合っている[12)]。最近湖の東側水域の海水交流をはかるために新水路を設ける案が論議されている。新水路ができることはその周辺の水域生産活動を活発にできるが，現在の安定している湖口水路を変化させる[6),11)]。したがって新水路の築設が湖内潮汐や湖口水路の潮流にどのような変化をもたらすかを，定量的に推定することは，二つの水路の新らしい安定条件を調べる上で不可欠である。以下は一つの計算例である。

(1) 湖の面積：$S=1.505\times10^8$(㎡)

(2) 外海潮汐：水路の位置によっては数分の位相差があることが考えられるが，ここでは同一潮汐とし次の 1 日周潮を用いる。

$T=24.8$(hr)$=8.928\times10^4$(sec)

$a=0.5$(m)

(3) 現水路：$h_1=10$(m)，$B_1=350$m，$l_1=350$(m)
$n_1=0.025$

(4) 新水路：$B_2=100$m，$l_2=350$(m)，$n_2=0.025$
とし $h_2=4,6,8,10$(m)の 4 種について計算する。

計算方法は最初に U_1，U_2 を仮定し，それを用いて k_1，k_2 ならびに D_1，D_2 を計算する。それらの値を(17)，(18)式にそれぞれ代入し，仮定値との差があらかじめ定めた範囲内（この例では 1 %）のときはその値を U_1, U_2 の決定値とする。範囲外のときはふたたび仮定値をかえて同じ計算を繰返す。U_1, U_2 の決定値が得られた段階で，それを用いて b，γ，δ_1，δ_2 を計算する。

なお現状の場合の計算は前諸式において $D_2=0$ として行なうことができる。計算結果は表のようになった。

h_2(m)	b(m)	U_1(m/sec)	U_2(m/sec)	γ(Rad.)	δ_1(Rad.)	δ_2(Rad.)
4	0.5	1.41	0.77	0.0340	1.537	1.538
6	0.5	1.35	0.96	0.0314	1.539	1.564
8	0.5	1.27	1.10	0.0268	1.544	1.567
10	0.5	1.19	1.19	0.0241	1.547	1.568
現状	0.5	1.51	—	0.0378	1.533	—

この結果をみると，湖内潮汐は現水路のみでも外潮と同じ振幅であるから新水路が設けられても，位相差は小さくなるが振幅には変化はない。しかしながら，現湖口流速U_1は新水路の断面積（ここでは水深に比例）が増加するにつれて次第に減少し，その外潮位に対する位相差も増大する。これに対し新湖口流速U_2は水深が小さい間はU_1よりもはるかに小さく，水深を現湖口とほぼ等しくしなければ同一流速値が得られない。現状において$U_1=1.5$ (m/sec) であることは，この海岸においては湖口を漂砂の埋没から防ぐのにはこの程度の流速を必要とすることを意味している[7),10),11)]。そうすると最終的には両湖口とも現湖口よりも浅い水深で安定状態になるにしても，新水路の水深を現水路の水深と同じ程度以上にしない限り，埋没の危険性が大きいと考える。なお，現状に関する実測データー[7),8),13)]と比較すると振幅比 (a/b) は実測では0.9前後で計算値より少し小さいが，流速は良く一致している。

7. むすび

二つの水路をもつ内水路の潮位と水路流を求めるための式を，不定流の式において簡略化を行なった微分方程式から導いた。一般的な二，三のグラフを作成し，またサロマ湖の新水路についての計算例を示した。ここで得た式は，さらに三つ以上の水路をもつ水域の場合にも拡張して応用できる。今後はさらに複雑な系についての計算も進める予定である。またサロマ湖の新水路の問題は，漂砂海岸における水路の安定の面からもきわめて影響が大であり，今後さらに精しく検討される必要がある。ここで示した潮汐の計算法がそのための一つの手掛りを与えることになれば幸いである。

本研究は昭和45年度北海道科学研究費の援助を受けたものであることを付記する。

本研究は室蘭工業大学河海工学研究室にて行なわれたものであり，著者は境　隆雄教授のご支援と藤間　聡助手，山口　一技術員の協力を得た。また計算の一部に四年目学生小堀共生，三浦　明の両君が手伝っている。以上のことを記して謝意を表する次第である。

参考文献

1) 近藤俶郎：湖口水路における潮汐の線形解，土木学会北海道支部研究発表会論文集（昭和43年度）pp. 147-153，昭和44年2月
2) 樋口明生：境水道の水位変化に関する模型実験について，第6回土木学会海岸工学講演集，pp. 29-35，1959年11月
3) 境　隆雄・近藤俶郎・寺島拓郎：感潮湖沼の水面変動と流れ，第24回土木学会年次学術講演会講演集（第2部），pp. 55-58，昭和44年9月
4) Baines, W.D. : Tidal Currents in Constricted Inlets, Proc. of 6th Conf. on Coastal Engrg., pp. 545-561，1957
5) 北海道開発局室蘭開発建設部室蘭港建設事務所，室蘭工業大学土木工学教室：室蘭港外防波堤模型実験，昭和44年3月
6) 中村　充・白石英彦・佐々木泰雄：海水交流に関する研究，農業土木試験所報告第4号，pp. 63-91.，もしくは，海水交流の一解析法，第12回海岸工学講演集 pp. 128-132，昭和40年11月
7) 宇田居吾一：湖口処理に関する一考察，土木試験所報告第46号，北海道開発局土木試験所，pp. 1-20，昭和43年1月
8) 宇田居吾一・星　藤男・吉田義信：サロマ湖の自然条件調査，土木試験所報告第46号，北海道開発局土木試験所，pp. 21-43，昭和43年1月
9) O'Brien, M.P. : Estuary Tidal Prisms Related to Eutrance Area, Civil Eugineering, vol. 1, No. 8 pp. 738-739, May 1949
10) O'Brien, M.P. : Equilibrium Flow Areas of Tidal Inlets on Sandy Coasts, Proc. of 10th Conf. on Coastal Engrg., pp. 676-686
11) Bruun, Per and F.Gerritsen : Stability of Coastal Inlets, Jr. of Waterways Harbor Division, Proc. of ASCE, vol. 84, WW3, Paper No. 1644, May 1958
12) 近藤俶郎・佐藤　功・田中義一：能取湖の湖口閉塞調査，土木試験所報告第46号，北海道開発局土木試験所，pp. 45-59，昭和43年1月
13) 北海道：西網走地域浅海漁場開発調査報告書，昭和44年6月