

北海道中央部における降水量の相関分析

—— 第2報 ——

正 員 ○星 清*
正 員 藤 田 睦 博**
正 員 山 岡 勲***

1. はじめに

降水量は相互に関連していると思われる地形特性と気象特性との影響によって、空間的にも時間的にもその分布性状が異質である。

長期間の水資源の解析には、その供給源としての降水量の空間的、時間的変動の把握が必要である。降水量の相関分析には降水記録の補充、拡充と既設観測所網の疎密性状の是正という目的がある。しかしながら降水量の空間的分布性状が定量的に把握されなければ上の目的を果たすことが不可能になる。

本報告では降水量の空間分布特性を把握するために、因子分析法の1つであるバリマックス法を利用して、1つの地域内に含まれる雨量観測所をグループわけする一方方法を述べる。併せて降水量の地域的、季節的特性を月降水量を用いて解析した例を示す。

2. 相 関 分 析

2-1 相関分析の問題点

前報¹⁾では降水量の分布特性を等相関係数線図による方法と重相関法によって説明した。等相関係数線図による方法では観測所間の相関性の卓越する方向が気象特性と地形特性との影響の度合によって定性的には説明されるが、この方法は2つの観測所間だけの相関を考慮した単相関分析の概念に基づくもので、等相関係数線上に存在する観測所間相互の相関関係が等しいという保障はない。従って等相関係数線図から直ちに降水量の空間的性状を把握することはできないし、観測所間相互の関連を定量的に説明することはむずかしい。

重相関法で問題となるのは、選ばれた変量間の単相関係数の中に1個でも高い値が存在するときには、その値に大きく影響されて重相関係数が見かけ上高くなる。こ

のことは重相関係数を計算する際の逆行列の存在についての数学的制約とも関係している。変数の数が増えるると重相関係数は一般には相関行列の逆行列から算出されるが、このとき変量間の相関行列が逆行列をもつことを前提としている。一般に行列式において行数が列数より少ないとき逆行列は存在しない。このことは選ばれた観測所の資料数が少ないとき、観測所間に共通する変動に比べて各観測所固有の偶然的変動の影響が大きくなり、データ行列内での重相関係数がみかけ上大きくなることと符号する。水文統計で重相関法を適用する場合、資料数を増すことは不可能であるから観測所数を減さなければならず、その選択が大きな問題となる。

2-2 バリマックス法^{2),3)}

水文統計においては比較的精度の低い多数の変量の中からいかにして有用な情報をとり出すかということがつねに問題となるわけで、単相関分析では現象を説明し得ない点が多い。又降水量の空間分布特性を把握するためには多くの変量を同時に考慮した場合の関連性が必要であり、そのためには多変量解析理論によらなければならない。

変量間の相関関係は単相関係数行列で与えられるが、選ばれた変量の一次結合としての合成変数の概念を導入すると相関行列の中から共通な性質を有する変量を選び出すことができ解析に有利である。

バリマックス法は n 個の変量の間の異質性を前提として、ある客観的基準に従っていくつかの変量に共通な変動を捉え、変量のグループ化を明らかにする方法である。すなわち、この合成変数の特徴は一群の変量とはとくに高い相関を示し、他の一群の変量とはとくに低い相関を示すというように順次相関関係の偏った合成変数を求めていくところにある。合成変数と各変量との相関係数は合成変数の構造ベクトルの成分によって示されるか

* 北海道大学工学部 助 手 工修

** 北海道大学工学部 助教授 工修

*** 北海道大学工学部 教 授 工博

観測所をグループわけするための数学的指標として、次の合成変量の構造の2乗の分散を考える。

ここに

V:バリマックス基準

 n : 雨量観測所数

a_{pj} : 第 P 合成変量の構造ベクトルの j 番目の成分
互いに直交する合成変量の構造の間には次式が成立する。

$$\sum_{h=p}^m a_{hj} a_{hk} = p^{-1} r_{jk} \quad (2)$$

ただし

$$p = 1, 2, \dots, m$$

m : 相関行列の階数

$p r_{jk}$: 第 P 合成変量に直交するための 相関行列 の成分で第 P 残差相関行列の成分

$$p r_{jk} = p-1 r_{jk} - a_{pj} a_{pk}$$

(2)式の条件のもとで(1)式を最大にするような第 P 合成変量の構造ベクトルを求めると

$$\mathbf{a}_p = \frac{\mathbf{R}_{p-1} \mathbf{b}_p}{\sqrt{\mathbf{b}'_p \mathbf{R}_{p-1} \mathbf{b}_p}} \quad (3)$$

ここに

$$\mathbf{b}_p = \mathbf{a}_p^{(3)} - \frac{1}{n} \mathbf{a}_p \mathbf{a}'_p \mathbf{a}_p \quad (4)$$

 $\mathbf{a}'_p, \mathbf{b}'_p : \mathbf{a}_p, \mathbf{b}_p$ の転置ベクトルで行ベクトル

$\mathbf{a}_p^{(3)}$: $\mathbf{a}_p$ の各成分を3乗した成分とする列ベクトル

 $\mathbf{R}_{p-1}$: 第 $P-1$ 殘差相關行列

(3)式と(4)式から a_p を逐次計算によって求める。

北海道の地形の概略を図-1に示す。解析対象地域は

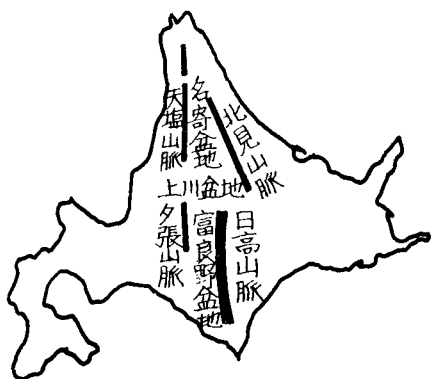
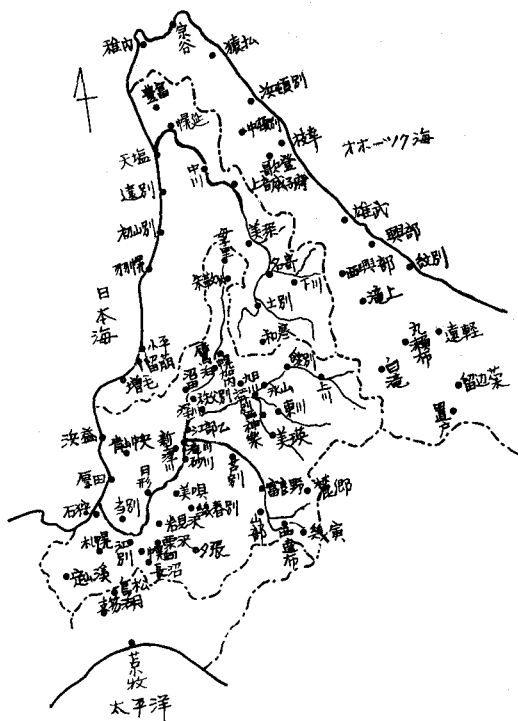
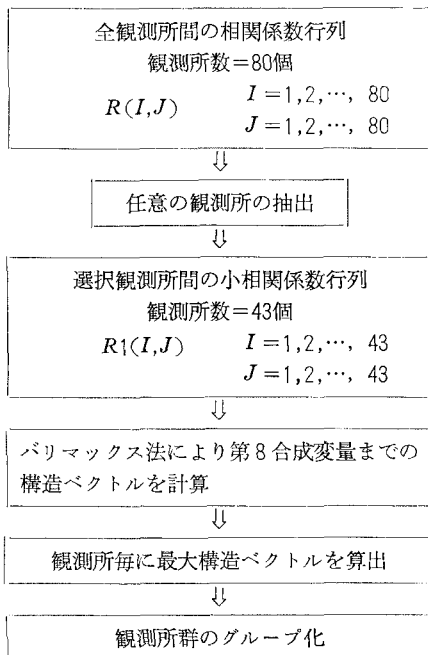


图-1 地形图



圖—2 雨量觀測所名



圖一 3 計算順序

石狩川、天塩川流域、それに地形との関連性をみるために日本海、オホーツク海側の地域をも含める。図一2に対象地域、及び採用した雨量観測所の位置を示す。
 Water year は北海道の積雪期間を考慮して、11月から10月までとする。

又解析は冬期、夏期の代表的な月である1月、2月の降水量と7月、8月の降水量について行なう。

図一3は観測所のグループ化をはかるための計算順序を示したものである。任意の観測所の抽出を容易にするため、図一2に示した80個の観測所間の単相関係数を計算する。

全観測所の資料数が等しい場合には、標準化されたデータ行列から直ちに単相関係数は次式で与えられる。

$$r_{jk} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N Z_{ij} Z_{ik} \quad (5)$$

ここで

r_{jk} : 観測所 j と観測所 k の相関係数

N : 資料個数

Z_{ij} : 観測所 j の標準化された月降水量

Z_{ik} : 観測所 k の標準化された月降水量

(5) 式によれば相関係数行列を容易に計算することができるが、水文資料では不完全なものが多いので、既往

表一1A グループ化のための構造ベクトル

1月					
合成 変量	観測所	構造 ベクトル	合成 変量	観測所	構造 ベクトル
1	幾春別	.98	2	山部	-.48
	幌加内	.90		稚内	-.33
	月形	.79			
	和寒	.79	3	宗谷	.93
	旭川	.75		弘	.81
	美瑛	.70	4	中川	.97
	芦別	.67		愛別	.42
	美瑛	.66	5	札幌	-.97
	深川	.60		江別	-.90
	羽幌	.60		支笏湖	-.64
	留萌	.59		定山溪	-.54
	美深	.57		石狩	-.44
	名寄	.55		苫小牧	-.29
	富良野	.54			
	士別	.52	6	岩見沢	.77
2	雄武	-.98		長沼	.57
	紋別	-.92		夕張	.44
	滝の上	-.85	7	龍郷	.91
	枝幸	-.76		西布	.51
	上川	-.63	8	天塩	.85
	中頓別	-.51		遠別	.78
	石狩沼田	.50		浜益	-.37
	幾寅	-.49			

表一1B グループ化のための構造ベクトル

2月					
合成 変量	観測所	構造 ベクトル	合成 変量	観測所	構造 ベクトル
1	美深	.90	2	雄武	.96
	和寒	.86		紋別	.94
	深川	.86		枝幸	.85
	幌加内	.80		苫小牧	.62
	芦別	.79		興部	.49
	旭川	.78	3	猿払	.89
	上川	.78		中頓別	.75
	愛別	.78		宗谷	.71
	士別	.74	4	支笏湖	.87
	名寄	.74		定山溪	.80
	遠別	.74		札幌	.71
	羽幌	.63		夕張	.52
	中川	.60		江別	.50
	美瑛	.57			
	幾春別	.56	5	浜益	.88
	稚内	.50			
1	美瑛	.48	6	留萌	-.95
	岩見沢	.48			
	西達布	.46	7	幾寅	-.83
	月形	.42		富良野	-.76
	山部	.41	8	天塩	-.94
	龍郷	.36		石狩沼田	.41
	長沼	.30		石狩	.32

表-1C グループ化のための構造ベクトル

7月

合成 変量	観測所	構 造 ベクトル	合成 変量	観測所	構 造 ベクトル
1	幌 加 内	.94	2	月 形	.89
	和 寒	.94		江 別	.83
	美 深	.90		長 沼	.83
	遠 別	.89		芦 別	.79
	名 寄	.86		富 良 野	.79
	羽 幌	.84		札 幌	.77
	雄 武	.83		山 部	.76
	愛 別	.83		幾 寅	.76
	上 川	.82		深 川	.72
	士 別	.81		麓 郷	.72
	留 萌	.81		夕 張	.69
	中 川	.77		西 達 布	.67
	紋 別	.74		猿 払	.65
	旭 川	.74		宗 谷	.55
	中 頓 別	.68		浜 益	.54
	枝 幸	.65			
	美 瑛	.64			
	天 塩	.56			
2	稚 内	.48	3	苫 小 牧	.80
				支 笏 湖	.70
	幾 春 別	1.00	4	石 狩 沼 田	.02
	美 唄	.94		石 狩	.62
	定 山 溪	.92	5	滝 の 上	-.78
	岩 見 沢	.90			

資料を最大限に生かし有効な情報を得るためには、観測所 j と観測所 k の共通な部分の資料について従来から行なわれている方法で単相関係数を算出し、相関係数行列を作る。なお資料年数は最低10年、平均して30年前後である。この全観測所間の相関係数行列を作っておけば任意の観測所間の相関係数行列の抽出が可能になる。今、図-2の全地域から比較的資料数が豊富な43個の観測所を選び出し、小相関係数行列を作る。その選択された観測所名は表-1に示されている。次にバリマックス法により(3)式から互いに直交する8個の合成変量の構造ベクトルを逐次計算によって求める。このとき、繰り返し限度を4000回、収束の精度を 10^{-5} におさえた。計算は北

表-1D グループ化のための構造ベクトル

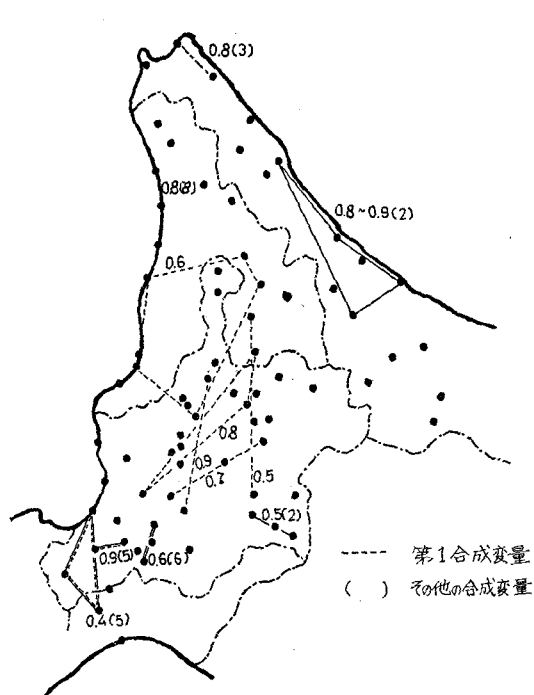
8月

合成 変量	観測所	構 造 ベクトル	合成 変量	観測所	構 造 ベクトル
1	幌 加 内	.97	2	中 頓 別	.67
	留 萌	.95		幾 春 別	.65
	和 寒	.91		富 良 野	.64
	士 別	.87		長 沼	.62
	上 川	.87		麓 郷	.61
	羽 幌	.87		岩 見 沢	.60
	愛 別	.86		西 達 布	.60
	浜 益	.84			
	美 深	.83		支 笏 湖	.93
	美 瑛	.83		定 山 溪	.83
	旭 川	.83		江 別	.79
	深 川	.82		苫 小 牧	.79
	名 寄	.78		幾 寅	.78
	美 唄	.77		札 幌	.69
	遠 別	.76		山 部	.64
	芦 別	.75			
	月 形	.73			
	滝 の 上	.72			
1	中 川	.72	3	石 狩 沼 田	.97
	紋 別	.69		石 狩	.59
	枝 幸	.68			
	雄 武	.68	4	稚 内 谷	.91
	猿 払	.68		宗 谷	.66
			5	天 塩	.66
				夕 張	.64

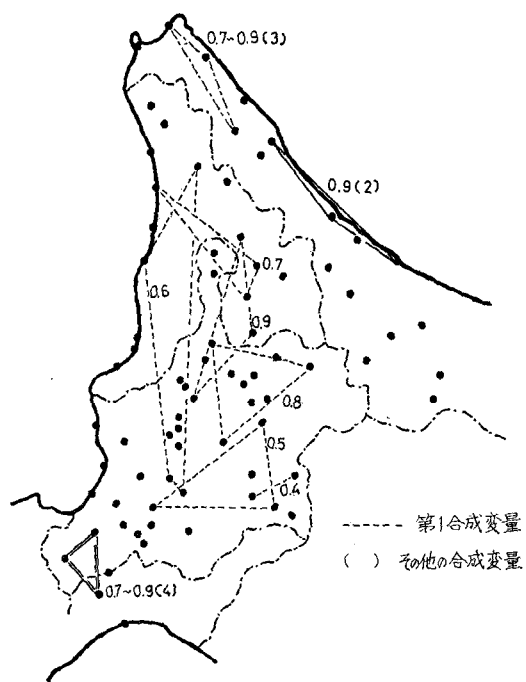
大計算センター内大型計算機 FACOM 230-60によって行なった。次に求められた構造ベクトルの最大値(絶対値)がどの合成変量に含まれるかを各々の観測所について調べる。このようにして分類された観測所を合成変量毎にまとめると、このことは地形特性と気象特性の影響との関連性によって観測所群を互いに共通な性質をもつグループにわけたことになる。

表-1Aから表-1Dまでは図-3の計算順序に従って観測所毎の最大構造ベクトルの値を合成変量毎に大きい順に並べたものである。これらの表からいくつかの特徴と思われる点を列挙してみる。

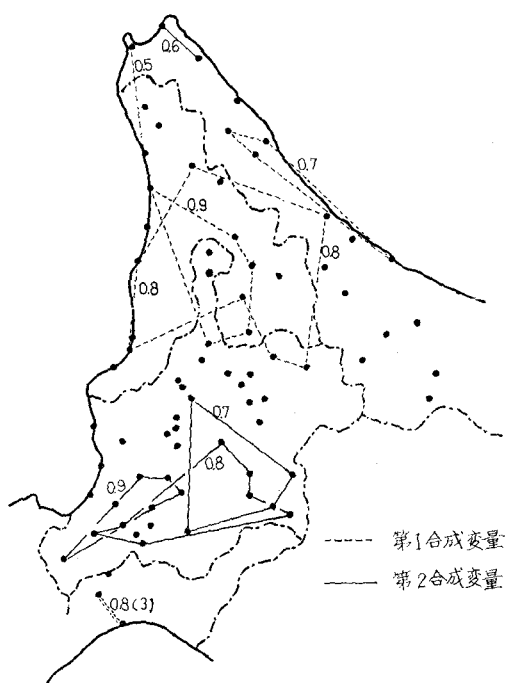
(1)どの月についてもほとんどの観測所は第1合成変



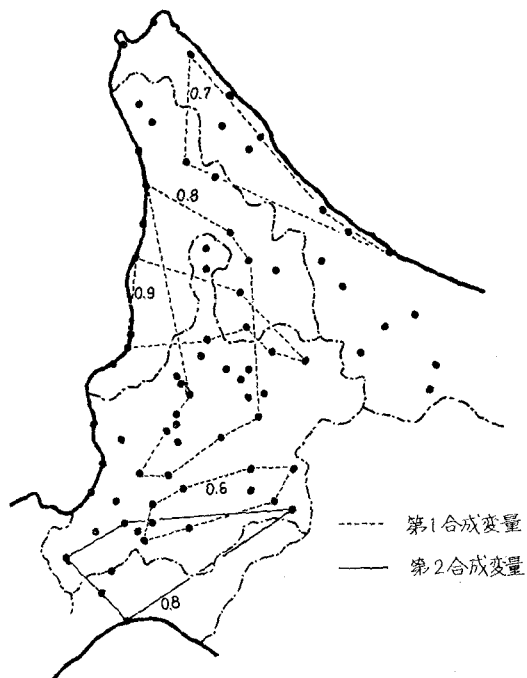
図—4 A 等ベクトル線図 1月



図—4 B 等ベクトル線図 2月



図—4 C 等ベクトル線図 7月



図—4 D 等ベクトル線図 8月

量と第2合成変量に集中しているが、グループわけされた観測所群はかなり河川流域、ないし地域と関連していることがわかる。たとえば表—1Cの7月の降水量についてみると、第1合成変量は旭川以北の観測所群であり、第2合成変量は石狩川流域に属する観測所群であることがわかる。

(2)観測所間相互の相関関係は構造ベクトルの大きさによって定量的に把握され、相関性の強弱の方向がわかる。

(3)冬期と夏期の月降水量の分布に大きな差がみられる。すなわち、合成変量毎の観測所群をみると夏期の場合には構造ベクトルが高い値を示し、しかも等しい値が一群をなしているのに反し、冬期の場合には高い値と低い値が混在している。このことは夏期の降水が広い地域に一律の降雨をもたらし、冬期の降雪は各観測所固有の変動が大きく、局所的であることと符号する。

図—4(A—D)は表—1(A—D)のそれぞれの月降水量について合成変量毎に等しい構造ベクトルをもつ観測所群を河川流域ないし地域を考慮して結んだもので、この線を便宜上等ベクトル線と呼ぶことにする。ただし等ベクトル線が閉合しないことがあるが、これは合成変量が互いに独立で異なった性質をもつ理由による。ここで注意しなければならないのは構造ベクトルの値の大きさである。表—1(A—D)の構造ベクトルはいかなる場合でも掲げた値をとるというのではない。今の解析では43個の観測所からなる合成変量についての構造ベクトルであって、選択する観測所の数が異なればその値の大きさも違ってくると思えられる。このことは相関係数行列の大きさに基づく解の安定性と関連するが、もし相関係数行列の大きさの変化につれて観測所間相互の関連性が変動するようであれば、一定の観測所群からはずれる観測所は他の観測所群の共通成分に比べて変動成分が大きいいえる。その1つの原因と考えられるのが資料個数の不足である。すなわち、観測所間相互の関連性は構造ベクトルの値は変化しても相関係数行列の大きさにかかわらず不変でなければならない。

4. む す び

ここで結果を要約してみると

1.バリマックス法は多変量解析法の1つで単相関分析の欠点を克服することができた。

2.各々の合成変量は相互に関係のない独立な性質を表わし、観測所群のグループ化をはかるのに有効な手段であることがわかった。

3.観測所毎の構造ベクトルの最大値によって分類された合成変量は河川流域ないし地域と密接な関連性をもっていることがわかった。

4.相関係数行列の大きさにもよるが、等ベクトル線図によって観測所間の相互関係を定量的に把えることができ、相関性の卓越する方向がわかった。

今後の研究課題としては

1.降水量の空間分布性状が地域と関係あることがわかったので、河川流域についてバリマックス法を適用してみる。

2.相関係数行列の大きさの変化に対する観測所間相互の関連性を検討してみる。

3.線型結合のかわりに非線型結合を用いたときの降水量分布の特性を把える。

4.地形因子ないし気象因子の降水量分布特性への影響を把える。

お わ り に

資料を提供していただいた札幌気象台、ならびに膨大な資料整理に協力していただいた4年目学生八木哲郎君に感謝いたします。

参 考 文 献

- 1) 星・藤田・山岡：「北海道中央部における降水量の相関分析」，土木学会北海道支部研究発表論文集，第26号，昭和45年2月
- 2) 星・大泉：「降水量の多重相関分析について」第25回土木学会年次講演会概要集(Ⅱ)，昭和45年
- 3) 芝祐順：「行動科学における相関分析法」東京大学出版会