

## 曲線箱桁の隔壁とそり応力について

正員 吉田 紘一\*

断面変形の差分方程式を誘導する。

## 1. まえがき

薄肉閉じ断面桁が捩り荷重を受ける場合、桁の断面形状が変化し、これがそり応力に大きな影響を与える、また中間ダイアフラムは断面変形に抵抗するために大きなせん断力を受ける。曲線桁の場合は単なる鉛直荷重によっても大きな捩り荷重を生じしかも曲げと捩りが連成して生じる。このような構造物では断面変形の影響はさらに大きく表わされる事が予想される。ここでは補剛ダイアフラムで等区画に区切られた薄肉箱桁に鉛直荷重の作用している場合について、その応力とダイアフラムに作用するせん断力についての解析を行なう。

解析方法は曲線箱桁を構成する帯板に変位せん断公式を適用し、隔壁位置での力のつり合を考えて、そり応力を、

$$\left. \begin{aligned} T_{AB} &= \frac{Eth}{6} \frac{1}{r} (2\dot{\epsilon}^A + \dot{\epsilon}^B) + r \frac{\bar{S}^{AB} - \bar{S}^{BA}}{h} + C^{AB}. \\ T_{BA} &= \frac{Eth}{6} \frac{1}{r} (2\dot{\epsilon}^B + \dot{\epsilon}^A) + r \frac{\bar{S}^{BA} - \bar{S}^{AB}}{h} - C^{AB}. \end{aligned} \right\} \quad (A)$$

変位 $\omega$ は

$$Gt \frac{\dot{\omega}}{r} = Gtr \left\{ \frac{\bar{\epsilon}^A - \bar{\epsilon}^B}{h} - \frac{u^A - u^B}{rh} \right\} + r \frac{\bar{S}^{AB} - \bar{S}^{BA}}{h} + C^{AB}. \quad (B)$$

帯板の両端における深さ方向のせん断力 $\zeta$ は

$$\left. \begin{aligned} \zeta_{\theta=0} &= \int_0^h q_{\theta z} dz = - \int_0^h r \frac{\partial p_z}{\partial z} dz = r (\bar{S}_0^{AB} - \bar{S}_0^{BA}) + hC^{AB}. \\ \zeta_{\theta=\Theta} &= r (S_\theta^{AB} - S_\theta^{BA}) + hC^{AB}. \end{aligned} \right\} \quad (C)$$

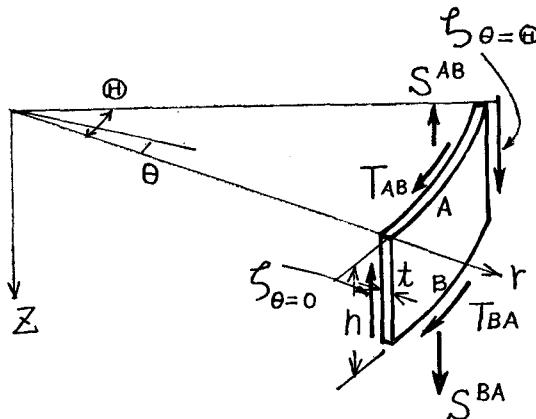


図-1

\* 北海道開発局 土木試験所構造研究室

## 2. 基本公式

図-1, 2のように座標 $r, \theta, z$ をとりそれぞれの方向の変位を $u, v, w$ とする、又帶板に作用するせん断力、法線方向力を図のように定める、さらに $\theta$ 方向歪を $\epsilon$ とおくと各帶板の変位せん断公式等は次のように書ける。

ただし、 $\epsilon$ および、 $\theta$ についての一度微分、一度積分は

$$\epsilon = \dot{\epsilon} + \frac{u}{r}, \quad \dot{\epsilon} = \frac{\partial \epsilon}{\partial \theta}, \quad \bar{\epsilon} = \int \epsilon d\theta$$

a) 曲率のある帶板

力のつり合で $r\theta$ 方向のせん断力を無視し、 $u, v$ を $z$ 方向に一次変化を仮定すると、変位せん断公式は

### b) 扇形帯板

$\varepsilon_\theta$  を  $r$  方向に一次変化と仮定すると変位せん断公式は

$$\left. \begin{aligned} T_{AB} &= \frac{Et}{6} \frac{1}{\rho_a} (2\varepsilon^A + \varepsilon^B) + Et \frac{\rho_b}{\rho_a} \frac{\bar{\varepsilon}^A + \bar{\varepsilon}^B}{2} + \frac{\rho_b}{\rho_a} \left( \frac{\rho_a \bar{S}^{AB} - \rho_b \bar{S}^{BA}}{b} + C^{AB} \right), \\ T_{BA} &= \frac{Et}{6} \frac{1}{\rho_b} (2\varepsilon^B + \varepsilon^A) - Et \frac{\rho_a}{\rho_b} \frac{\bar{\varepsilon}^A + \bar{\varepsilon}^B}{2} + \frac{\rho_a}{\rho_b} \left( \frac{\rho_b \bar{S}^{BA} - \rho_a \bar{S}^{AB}}{b} - C^{AB} \right). \end{aligned} \right\} \quad (D)$$

変位  $u$  は

$$Gt \frac{\ddot{u} + u}{\rho} = Gt \frac{\bar{\varepsilon}^A - \bar{\varepsilon}^B}{b} + Et \frac{\bar{\varepsilon}^A + \bar{\varepsilon}^B}{2} - \frac{\rho_b \bar{S}^{BA} - \rho_a \bar{S}^{AB}}{b} + C^{AB}. \quad (E)$$

ただし  $\rho = (\rho_a + \rho_b)/2$ .

帯板の両端における深さ方向のせん断力  $t$  は

$$\left. \begin{aligned} \zeta_{\theta=0} &= \int_{\rho_a}^{\rho_b} q_{r\theta} dr = - \int_{\rho_a}^{\rho_b} \frac{\partial(r\rho_r)}{\partial r} dr + \int_{\rho_a}^{\rho_b} \bar{p}_\theta dr \\ &= \rho_a \bar{S}_o^{AB} - \rho_b \bar{S}_o^{BA} + Et b \frac{\bar{\varepsilon}_o^A + \bar{\varepsilon}_o^B}{2} + b C^{AB}, \\ \zeta_{\theta=\theta} &= \rho_a \bar{S}_\theta^{AB} - \rho_b \bar{S}_\theta^{BA} + Et b \frac{\bar{\varepsilon}_\theta^A + \bar{\varepsilon}_\theta^B}{2} + b C^{AB}. \end{aligned} \right\} \quad (F)$$

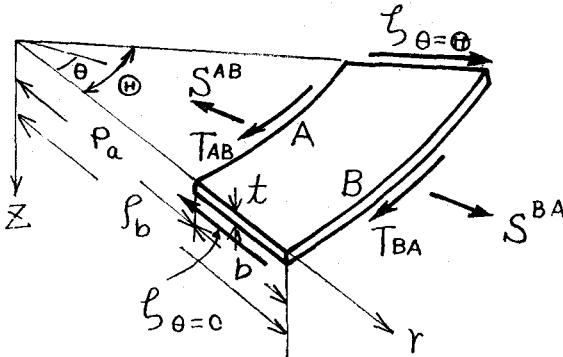


図-2

### 3. 一軸対称断面箱桁

今、図-3 のような断面形状の曲線箱桁を考える、荷重は頂点  $A$  と  $B$  に作用しているものとすると、各頂点での力のつり合は、

鉛直方向

$$S^{AB} = -p^A, \quad S^{DC} = -p^B, \quad S^{BA} = S^{CD} = 0. \quad (1)$$

水平方向、側壁の  $\theta$  方向力の  $r$  方向分力が作用する故

$$\left. \begin{aligned} S^{AD} &= \frac{Eat_1}{6\rho_a} (2\varepsilon^A + \varepsilon^B), & S^{BC} &= -\frac{Eat_1}{6\rho_a} (2\varepsilon^B + \varepsilon^A), \\ S^{CD} &= -\frac{Eat_1}{6\rho_b} (2\varepsilon^C + \varepsilon^D), & S^{DA} &= -\frac{Eat_1}{6\rho_b} (2\varepsilon^D + \varepsilon^C). \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

せん断力

$$\left. \begin{aligned} T_{AB} + T_{AD} &= 0, & T_{BA} + T_{BC} &= 0, \\ T_{CB} + T_{CD} &= 0, & T_{DC} + T_{DA} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

曲げ歪を  $\varepsilon^0$ 、そり歪を  $\varepsilon^W$  とすると各頂点の歪は軸力と水平方向の曲げがない故

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon^A &= \varepsilon^0 + \varepsilon^W, & \varepsilon^B &= -\alpha\varepsilon^0 - \beta\varepsilon^W, \\ \varepsilon^C &= -\alpha\varepsilon^0 + \beta\varepsilon^W, & \varepsilon^D &= \varepsilon^0 - \varepsilon^W. \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

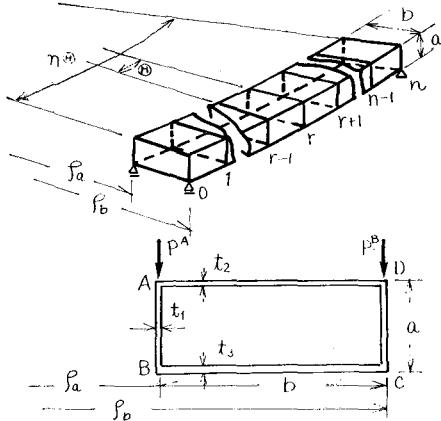


図-3

ただし

$$\alpha = \frac{at_1 + bt_2}{at_1 + bt_3}, \quad \beta = \frac{3at_1 + bt_2}{3at_1 + bt_3}$$

変位せん断公式(A), (D)に式(1), (2)の関係を適用し, 式(3)に代入する, さらに式(4)の関係を用いると結局次の二つの式に整理される。

$$\left. \begin{aligned} \frac{K_o}{2} \left( \frac{\dot{\epsilon}^o}{\rho_a} + \frac{2\rho_b}{\rho_a b} \ddot{\epsilon}^o \right) + K_2 \frac{\dot{\epsilon}^w}{\rho_a} - \rho_a \frac{\ddot{p}^A}{a} + C^{AB} + \frac{\rho_b}{\rho_a} C^{AD} &= 0, \\ \frac{K_o}{2} \left( \frac{\dot{\epsilon}^o}{\rho_b} - \frac{2\rho_a}{\rho_b b} \ddot{\epsilon}^o \right) - K_2 \frac{\dot{\epsilon}^w}{\rho_b} - \rho_b \frac{\ddot{p}^B}{a} + C^{CD} + \frac{\rho_a}{\rho_b} C^{BC} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

上式中

$$K_0 = Et_2 b + \frac{Et_1 a}{3} (2 - \alpha).$$

$$K_2 = \frac{Et_2 b + Et_1 a (2 - \beta)}{6}$$

式(5)より  $\dot{\epsilon}^w$  を消去して式(6),  $\dot{\epsilon}^o$  を消去して式(7)を得る。

$$K_o(\dot{\epsilon}^o + \ddot{\epsilon}^o) - \frac{\rho_a \ddot{p}^A + \rho_b \ddot{p}^B}{a} + \rho_a(C^{AB} + C^{BC}) + \rho_b(C^{AD} + C^{DC}) = 0. \quad (6)$$

$$2 \frac{\rho}{b} K_o \dot{\epsilon}^o + 2 K_2 \dot{\epsilon}^w + \frac{\rho_b \ddot{p}^B - \rho_a \ddot{p}^A}{a} + \rho_a(C^{AB} - C^{BC}) + \rho_b(C^{AD} - C^{DC}) = 0 \quad (7)$$

式(6)を一度微分して二度積分すると

$$K_o(\dot{\epsilon}^o + \ddot{\epsilon}^o) - \frac{\rho_a \ddot{p}^A + \rho_b \ddot{p}^B}{a} - K_o \left\{ (\dot{\epsilon}_{r-1}^o + \ddot{\epsilon}_{r-1}^o) \frac{\theta - \theta}{\theta} - (\dot{\epsilon}_r^o + \ddot{\epsilon}_r^o) \frac{\theta}{\theta} \right\} = 0. \quad (8)$$

$\dot{\epsilon}_r^o, \ddot{\epsilon}_r^o$  は節点  $r$  における値である。

式(6)と式(8)を一度微分したものをくらべると

$$\rho_a(C^{AB} + C^{BC}) + \rho_b(C^{AD} + C^{DC}) = -\frac{K_o}{\theta} (d\dot{\epsilon}_{r-1}^o + d\ddot{\epsilon}_{r-1}^o). \quad (9)$$

ただし  $d\dot{f}_{r-1} = f_r - f_{r-1}$ .

式(8)をさらに二度積分すると

$$\begin{aligned} K_o(\dot{\epsilon}^o + \ddot{\epsilon}^o) - \frac{\rho_a \ddot{p}^A + \rho_b \ddot{p}^B}{a} + K_o \left[ (\dot{\epsilon}_{r-1}^o + \ddot{\epsilon}_{r-1}^o) \frac{\theta^2}{6} \left\{ \left( \frac{\theta}{\theta} \right)^3 - 3 \left( \frac{\theta}{\theta} \right)^2 + 2 \frac{\theta}{\theta} \right\} \right. \\ \left. + (\dot{\epsilon}_r^o + \ddot{\epsilon}_r^o) \frac{\theta^2}{6} \left\{ \frac{\theta}{\theta} - \left( \frac{\theta}{\theta} \right)^3 \right\} - (\dot{\epsilon}_{r-1}^o + \ddot{\epsilon}_{r-1}^o) \frac{\theta - \theta}{\theta} - (\dot{\epsilon}_r^o + \ddot{\epsilon}_r^o) \frac{\theta}{\theta} \right] = 0. \end{aligned}$$

上式を一度微分して区間  $(r-1, r)$  と  $(r, r+1)$  で  $\dot{\epsilon}_r^o + \ddot{\epsilon}_r^o$  を求めて, これを消去すると

$$\frac{\theta}{6} K_0 (\Delta^2 \varepsilon_{r-1}^o + 6 \varepsilon_r^o + \Delta^2 \bar{\varepsilon}_r^o + 6 \bar{\varepsilon}_{r-1}^o) = \frac{K_0}{\theta} \Delta^2 (\bar{\varepsilon}_{r-1}^o + \bar{\varepsilon}_r^o) + \frac{\rho_2 \bar{p}_{r,r+1}^o + \rho_2 \bar{p}_{r,r-1}^o}{a} \quad (10)$$

上式中  $\rho^2 p^o = \rho_a p^A + \rho_b p^B$ ,  $p_{r,r+1}$  は  $r$  点における  $r-1$  方向区間の荷重による値を示す, また積分定数は  $\bar{p}$ ,  $\bar{p}$  が  $\theta = 0$ ,  $\theta$  で 0 となるように定める。

式(6)を一度微分して微分方程式を解くと

$$\varepsilon_o = \varepsilon_{r-1}^o \frac{\sin(\theta-\theta)}{\sin \theta} + \varepsilon_r^o \frac{\sin \theta}{\sin \theta} - \frac{1}{a K_0} \rho^2 \int_0^\theta p^o g(\theta, c) dc. \quad (11)$$

上式中  $g(\theta, c)$  は Green 関数で

$$g(\theta, c) = \begin{cases} \frac{\sin(\theta-c) \sin \theta}{\sin \theta}, & \theta \leq c, \\ \frac{\sin(\theta-c) \sin c}{\sin \theta}, & \theta > c. \end{cases}$$

$$\bar{g}(\theta, c) = \begin{cases} -\frac{\cos \theta}{\sin \theta} \sin(\theta-c) + \left(1 - \frac{c}{\theta}\right), & \theta \leq c \\ \frac{\cos(\theta-\theta)}{\sin \theta} \sin c - \frac{c}{\theta}, & \theta > c \end{cases}$$

式(11)を二度積分して、一度微分し区間  $(r-1, r)$  と  $(r, r+1)$  の  $\bar{\varepsilon}_r^o$  を作りこれを消去すると

$$\Delta^2 (\varepsilon_{r-1}^o + \bar{\varepsilon}_{r-1}^o) \frac{1}{\theta} - \frac{\Delta^2 \varepsilon_{r-1}^o + 2\varepsilon_r^o (1 - \cos \theta)}{\sin \theta} + \frac{\rho^2}{a K_0} \left[ \int_0^\theta p_{r-1}^o \bar{g}(\theta, c) dc - \int_0^\theta p_r^o \bar{g}(o, c) dc \right] = 0. \quad (12)$$

式(7)を一度微分して、二度積分すると、

$$-\frac{\rho}{b} K_0 \bar{\varepsilon}^o + K_2 w + \frac{\rho^2 \bar{p}^T}{2a} - K_0 \left( \bar{\varepsilon}_{r-1}^o \frac{\theta-\theta}{\theta} + \bar{\varepsilon}_r^o \frac{\theta}{\theta} \right) - K_2 \left( \varepsilon_{r-1}^w \frac{\theta-\theta}{\theta} + \bar{\varepsilon}_r^w \frac{\theta}{\theta} \right) = 0. \quad (13)$$

上式中,  $\rho^2 p^T = \rho_b p^B - \rho_a p^A$ .

上式を一度微分したものと(7)をくらべて

$$\rho_a (C^{AB} - C^{BC}) + \rho_b (C^{AD} - C^{DC}) = -\frac{2}{\theta} \left( \frac{\rho}{b} K_0 \Delta \bar{\varepsilon}_{r-1}^o + K_2 \Delta \varepsilon_{r-1}^w \right). \quad (14)$$

式(8)から(10)を導いたものと同様に、式(13)を二度積分し、一度微分して区間  $(r-1, r)$  と区間  $(r, r+1)$  での  $\frac{\rho}{b} K_0 \bar{\varepsilon}_r^o + K_2 \bar{\varepsilon}$  を求めてこれを消去すると。

$$\frac{\rho}{b} K_0 \frac{\theta}{6} (\Delta^2 \bar{\varepsilon}_{r-1}^o + 6 \bar{\varepsilon}_r^o) + K_2 \frac{\theta}{6} (\Delta^2 \varepsilon_{r-1}^w + 6 \varepsilon_r^w) = \frac{K_2 \rho}{b \theta} \Delta^2 \bar{\varepsilon}_{r-1}^o + \frac{K_2}{\theta} \Delta^2 \bar{\varepsilon}_r^w - \frac{\rho^2 \bar{p}_{r,r+1}^T - \rho^2 \bar{p}_{r,r-1}^T}{2a} \quad (15)$$

#### 4. 隔壁位置での力のつり合

隔壁の変形抵抗せん断力  $Z_r$ , 帯板端部せん断力  $\zeta$  と荷重のつり合は、隔壁位置に作用する集中力を  $P_r^A, P_r^B$  とするとき

$$\zeta_{r,r-1}^{AB} - \zeta_{r,r+1}^{AB} = aZ_r + P_r^A, \quad \zeta_{r,r-1}^{DC} - \zeta_{r,r+1}^{DC} = -aZ_r + P_r^B.$$

$$\zeta_{r,r-1}^{AD} - \zeta_{r,r+1}^{AD} = bZ_r, \quad \zeta_{r,r-1}^{BC} - \zeta_{r,r+1}^{BC} = -bZ_r.$$

基本式(C), (F)を上式に用いると

$$\left. \begin{aligned} a\Delta C_r^{AB} &= -(\rho_a \bar{p}_{r,r-1}^A - \rho_a \bar{p}_{r,r+1}^A + P_r^A) - aZ_r. \\ b\Delta C_r^{AD} &= -bZ_r. \\ a\Delta C_r^{DC} &= -(\rho_b \bar{p}_{r,r-1}^B - \rho_b \bar{p}_{r,r+1}^B + P_r^B) + aZ_r. \\ b\Delta C_r^{BC} &= bZ_r. \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

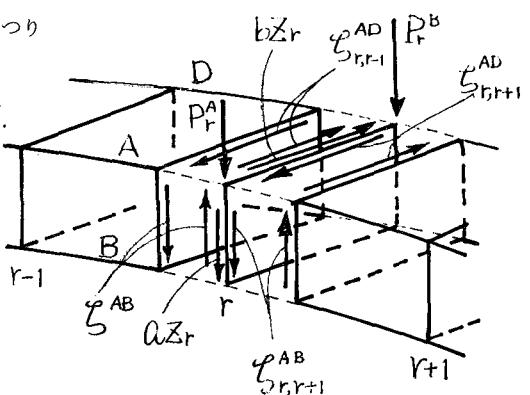


図-4

式(9)(14)に式(16)を用いると

$$\frac{K_0}{\theta} \Delta^2 (\varepsilon_r^o + \dot{\varepsilon}_r^o) = -\frac{\rho P_r^o}{a}. \quad (17)$$

$$\frac{1}{\theta} \left( K_0 \frac{\rho}{b} \Delta^2 \dot{\varepsilon}_{r-1}^o + K_2 \Delta^2 \varepsilon_{r-1}^w \right) = -\frac{\rho P_r^T}{2a} + 2\rho Z_r. \quad (18)$$

ただし

$$\begin{aligned} \rho P_r^o &= \rho_a (\rho_a \bar{p}_{r,r-1}^A - \rho_a \bar{p}_{r,r+1}^A + P_r^A) + \rho_b (\rho_b \bar{p}_{r,r-1}^B - \rho_b \bar{p}_{r,r+1}^B + P_r^B), \\ \rho P_r^T &= \rho_b (\rho_b \bar{p}_{r,r-1}^B - \rho_b \bar{p}_{r,r+1}^B + P_r^B) - \rho_a (\rho_a \bar{p}_{r,r-1}^A - \rho_a \bar{p}_{r,r+1}^A + P_r^A). \end{aligned}$$

## 5. 断面の変形度とそり歪

各帶板の深さ方向変位を  $w^{AB}, w^{DC}, u^{AD}, u^{BC}$  で表わし、断面の回転角を  $\varphi$ 、変形度を  $r$  とする、

$$\begin{aligned} w^{DC} - w^{AB} &= b \varphi^{AD} = (\varphi + r/2) b, \\ u^{AD} - u^{BC} &= a \varphi^{AB} = (\varphi - r/2) a. \end{aligned} \quad | \quad | \quad (19)$$

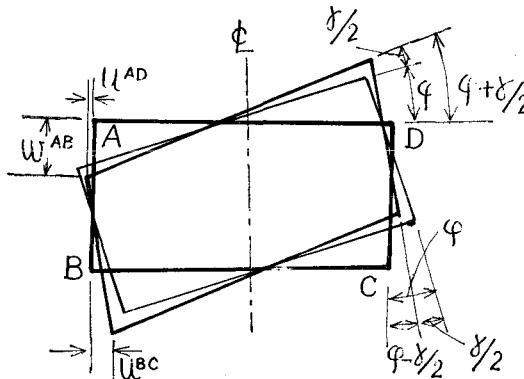


図-5

上式に基本公式(B)(E)を代入して

$$\begin{aligned} \dot{\varphi} + \frac{\dot{r}}{2} + \ddot{\varphi} - \frac{\ddot{r}}{2} &= \frac{2\rho}{a} (1+\alpha) \ddot{\varepsilon}^o - \frac{2\rho^2}{ab} (1+\beta) \ddot{\varepsilon}^w - \frac{1}{Gt_{1b}} \left\{ \frac{\rho^2 p_r^T}{a} + \rho_a C^{AB} - \rho_b C^{DC} \right\}, \\ \dot{\varphi} - \frac{\dot{r}}{2} + \ddot{\varphi} - \frac{\ddot{r}}{2} &= \rho \frac{K_0}{Gab} \left( \frac{1}{t_2} + \frac{1}{t_3} \right) \ddot{\varepsilon}^o + \frac{2\rho^2}{ab} (1+\beta) \ddot{\varepsilon}^w + \frac{\rho}{Ga} \left( \frac{C^{AD}}{t_2} - \frac{C^{BC}}{t_3} \right). \end{aligned}$$

上式の差をとり  $\theta$  から  $\theta$  まで積分すると、

$$\begin{aligned} \Delta \gamma_r &= \left\{ \frac{2\rho}{a} (1+\alpha) - \frac{K_0 \rho}{Gab} \left( \frac{1}{t_2} + \frac{1}{t_3} \right) \right\} \Delta \ddot{\varepsilon}_r^o - \frac{4\rho^2}{ab} (1+\beta) \Delta \ddot{\varepsilon}_r^w \\ &\quad - \frac{1}{Gt_{1b}} (\rho_a C^{AB} - \rho_b C^{DC}) - \frac{1}{Ga} \left( \frac{C^{AD}}{t_2} - \frac{C^{BC}}{t_3} \right). \end{aligned}$$

さらに一度微分し式(16)を代入すると、

$$\begin{aligned} \Delta^2 \gamma_{r-1} &= \left\{ \frac{2\rho}{a} (1+\alpha) - \frac{K_0 \rho}{Gab} \left( \frac{1}{t_2} + \frac{1}{t_3} \right) \right\} \Delta^2 \ddot{\varepsilon}_{r-1}^o - \frac{4\rho^2}{ab} (1+\beta) \Delta^2 \ddot{\varepsilon}_{r-1}^w \\ &\quad - \frac{\theta}{Gt_{1b}} \frac{\rho P_r^T}{a} + \frac{\rho \theta}{Gab} \left( \frac{2a}{t_1} + \frac{b}{t_2} + \frac{b}{t_3} \right) Z_r. \end{aligned} \quad (20)$$

$Z_r$  と  $\gamma_r$  との関係は隔壁厚を  $t_d$  とする、

$$Z_r = Gt_d \gamma_r. \quad (21)$$

## 6. 基本微分方程式

式(10)と式(15)より  $\ddot{\varepsilon}_r^o$  を消去し、式(20)と式(21)を用いて  $\Delta^2 \ddot{\varepsilon}_{r-1}^w, Z_r$  を消去すると、

$$\Delta^2 \gamma_{r-1} - \rho \theta \frac{t_d}{ab} C_1 \gamma_r + \frac{2(1+\beta)}{3ab} \rho^2 \theta^2 (\Delta \ddot{\varepsilon}_{r-1}^w + 6 \dot{\varepsilon}_r^w)$$

$$\begin{aligned}
&= -\frac{4(1+\beta)}{ab} \frac{\rho^2 \theta}{K_2} \frac{\rho^2 \bar{p}_{r,r+1}^T - \rho^2 \bar{p}_{r,r-1}^T}{a} - \frac{\theta}{Gt_1 b} \frac{\rho P_r^T}{2a} \\
&\quad + \frac{1}{a} \frac{2\rho}{a} (1+\alpha) - \frac{K_0 \rho}{Gab} \left( \frac{1}{t_2} + \frac{1}{t_3} \right) \Delta^2 \bar{\varepsilon}_{r-1}^o \\
&\quad + \frac{4(1+\beta)}{ab} \frac{\rho^2 \theta}{b K_2} \left\{ \frac{K_0 \theta}{6} (\Delta^2 \bar{\varepsilon}_{r-1}^o + 6 \bar{\varepsilon}_r^o) - \frac{K_0}{\theta} \Delta^2 \bar{\varepsilon}_{r-1}^o - \frac{\rho^2 \bar{p}_{r,r+1}^T - \rho^2 \bar{p}_{r,r-1}^T}{a} \right\}. \tag{22}
\end{aligned}$$

式(21)と式(18)より  $z_r$  を消去し、式(22)に代入して  $t_r$  を消去すると、

$$\begin{aligned}
K_2 C_d \frac{\Delta^4 \bar{\varepsilon}_{r-2}^w}{(\rho \theta)^4} &- \left\{ K_2 C_1 - \frac{4}{3} G(1+\beta)(\rho \theta)^2 \right\} \frac{\Delta^2 \bar{\varepsilon}_{r-1}^w}{(\rho \theta)^2} + 8G(1+\beta) \bar{\varepsilon}_r^w \\
&= C_2 \frac{1}{\rho^2} \left\{ \frac{\rho P_r^T}{2a} \frac{1}{\theta} - K_0 \frac{\rho^3}{b} \frac{\Delta^2 \bar{\varepsilon}_{r-1}^o}{(\rho \theta)^2} \right\} - \frac{C_d}{\rho^2} \left\{ \frac{\rho \Delta^2 P_{r-1}^T}{2a(\rho \theta)^2} \frac{1}{\theta} + K_0 \frac{\rho^3}{b} \frac{\Delta^4 \bar{\varepsilon}_{r-2}^o}{(\rho \theta)^4} \right\} \\
&\quad - \frac{8G(1+\beta)}{K_2} \frac{\rho^2 \bar{p}_{r,r+1}^T - \rho^2 \bar{p}_{r,r-1}^T}{2a} \frac{1}{\theta} + 4Gab(1+\alpha)\rho \frac{\Delta^2 \bar{\varepsilon}_{r-1}^o}{(\rho \theta)^2} \\
&\quad - \frac{8G(1+\beta)}{K_2} \frac{\rho}{b} \left\{ \frac{K_0}{6} (\Delta^2 \bar{\varepsilon}_{r-1}^o + 6 \bar{\varepsilon}_r^o) - \frac{K_0}{\theta} \Delta^2 \bar{\varepsilon}_{r-1}^o - \frac{\rho^2 (\bar{p}_{r,r+1}^T - \bar{p}_{r,r-1}^T)}{a} \frac{1}{\theta} \right\}. \tag{23}
\end{aligned}$$

ただし

$$C_1 = \frac{2a}{t_1} + \frac{b}{t_2} + \frac{b}{t_3}, \quad C_2 = \frac{b}{t_2} + \frac{b}{t_3} - \frac{2a}{t_1}, \quad C_d = \frac{ab}{t_d} \rho \theta.$$

式(23)はそり歪  $\bar{\varepsilon}_r^w$  の差分方程式で、式中  $\bar{\varepsilon}_r^o$ ,  $\bar{\varepsilon}_r^w$  は式(12)と式(17)より求め得る、

$$K_0 \left( \Delta^2 \bar{\varepsilon}_{r-1}^o \frac{1}{\sin \theta} + \bar{\varepsilon}_r^o \frac{1 + \cos \theta}{\sin \theta} \right) = \frac{\rho P_r^o}{a} + \frac{\rho^2}{a} \left\{ \int_o^\theta \rho \bar{p}_r^o \mathcal{G}(\theta, c) dc - \int_o^\theta \rho \bar{p}_r^o \mathcal{G}(o, c) dc \right\}. \tag{24}$$

## 7. 数値計算

式(23)(24)(17)をフーリエ定理と分変換を用いて解き、これによって数値計算を行なった。

計算に用いた断面諸元は次のとくである。

$$a = 150\text{cm}, \quad b = 400\text{cm},$$

$$t_1 = 1.0\text{cm}, \quad t_2 = t_3 = 2.0\text{cm}$$

$$l = R \cdot n \cdot L = 30.0\text{m}, \quad n = 10,$$

$$E = 2100000\text{kg/cm}^2, \quad \nu = 0.3.$$

図-6, 7には  $R = 60\text{m}$ ,  $t_d = 0.1\text{cm}$  の場合のそり応力と隔壁せん断力  $z_r$  の分布を示した。図-8, 9には  $R =$

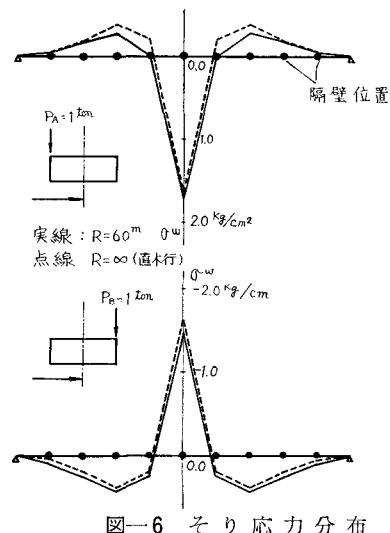


図-6 そり応力分布

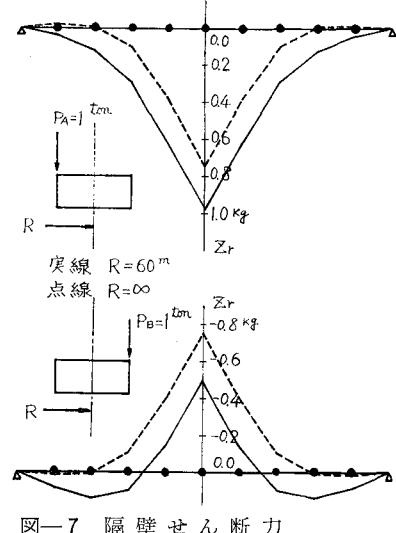
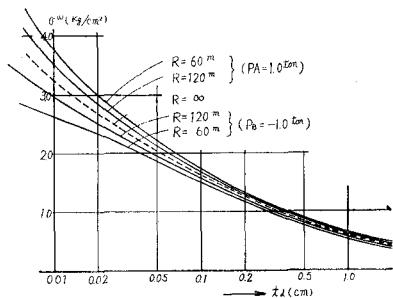


図-7 隔壁せん断力

60mと  $R = 120\text{m}$  の場合の中央隔壁位置のそり応力と隔壁せん断力  $z_r$  の隔壁厚の変化との関係を示した。

計算結果を見るに、そり応力の分布は  $t_d = 0.1\text{cm}$ ,  $R = 60\text{m}$  の場合は直柄（点線）とのあまり大きな差は見られない。しかし、隔壁せん断力は、曲率の影響により、荷重が内側に作用した場合と外側に作用した場合では大きな差を示している（図-7），しかし直柄（点線）との差は曲率によって大きく影響されており、壁厚の影響はあまり大きく表われていない事が計算結果より見られる。



図一8 そり応力（中央隔壁位置）

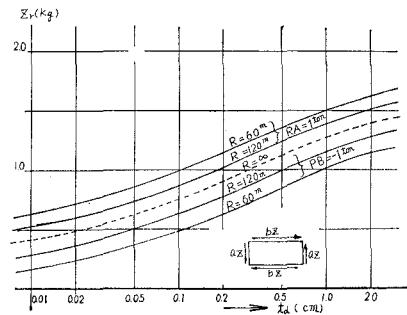
### 8. あとがき

以上、曲線箱桁における隔壁の問題について、直線箱桁の場合と同様の手法によって解析し、二、三の計算結果を示した。この結果、荷重が隔壁上にある場合曲率の影響はそり応力よりも隔壁せん断力に大きく表わされる事がわかった。

なお、今後これらの結果を用いて、さらに計算を行ない実際の設計の資料として役立てたい。

### 参考文献

- 1) 能町純雄：剛なダイヤフラムで等区画に分けられる



図一9 隔壁せん断力（中央隔壁）

薄肉長方形箱桁の曲げねじれについて、土木学会論文集第146号（昭和42.10）

- 2) 能町純雄、吉田紘一：断面変形を考慮した曲線箱桁の曲げについて、第23回年次学術講演会概要—I, 1968年
- 3) 能町、松岡、吉田：曲線析帯による曲形曲線桁の解法、土木学会北海道支部研究発表論文集, 1969年
- 4) 吉田紘一：隔壁の変形を考慮した薄肉箱桁の応力解析について、土木学会北海道支部研究発表論文集, 1970年